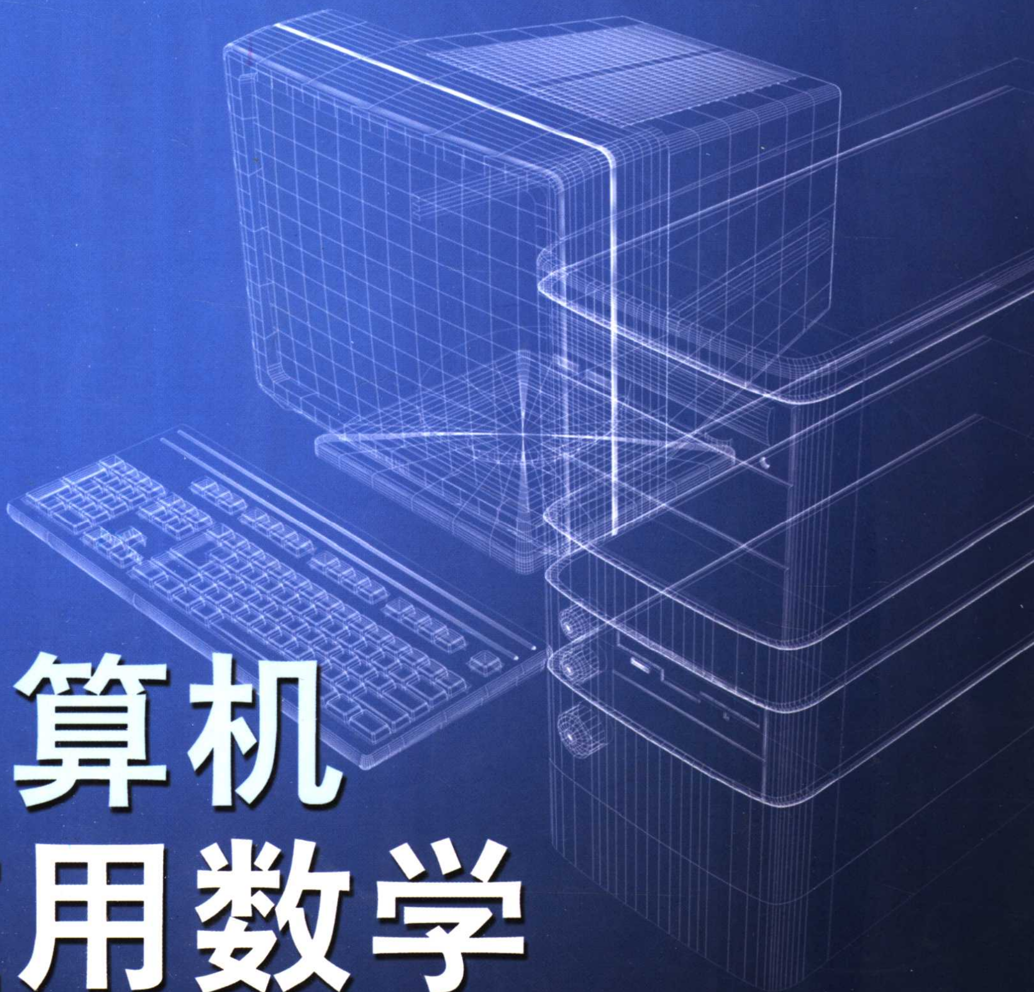
高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材

银领工程



计算机应用数学

徐民鹰 主 编

高等教育出版社

高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材

计算机应用数学

徐民鹰　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材，是编者多年教学实践及教学改革的成果。

本书包括微积分，线性代数，计算方法，离散数学，概率论，积分变换共六部分内容，并将这六部分内容有机地结合起来。本书选材恰当，重点突出，叙述精炼，条理清晰，例题较多，便于自学。

本书适合用作专科、高职层次的计算机各专业的数学教材，也可作为计算机应用本科、相应的工程技术人员的数学参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

计算机应用数学／徐民鹰主编．—北京：高等教育出版社，2006.9

ISBN 7-04-020036-8

Ⅰ.计… Ⅱ.徐… Ⅲ.电子计算机-应用数学-技术培训-教材 Ⅳ.TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 097722 号

策划编辑 冯 英 **责任编辑** 董达英 **封面设计** 张申申 **责任绘图** 黄建英
版式设计 陆瑞红 **责任校对** 刘 莉 **责任印制** 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京鑫海金澳胶印有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×1092　1/16	**版　　次**	2006 年 9 月第 1 版
印　　张	34	**印　　次**	2006 年 9 月第 1 次印刷
字　　数	840 000	**定　　价**	39.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号　20036-00

出版说明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》,落实《2003—2007年教育振兴行动计划》,缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状,为我国走新型工业化道路服务,自2001年10月以来,教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会,明确了高等职业教育要“以服务为宗旨,以就业为导向,走产学研结合的发展道路”,同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才,既要能动脑,更要能动手,他们既不是白领,也不是蓝领,而是应用型白领,是“银领”。这为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变。与之相应,也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此,我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨,并从中遴选出一些较为成熟的成果,组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才这一宗旨,结合最新的教改成果,反映了最新的职业教育工作思路和发展方向,有益于固化并更好地推广这些经验和成果,很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定,教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型紧缺人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适合于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2006年8月

前　言

当今社会需要大量的复合型人才。过于单一的职业技能型人才的就业渠道相对较窄，而且不能适应复杂多变的市场经济。同时一些优秀的学生，也渴求自己能成为多专业交叉的复合型人才。为了适应社会的需求以及培养更多复合型人才的需要，有必要开设一些专业交叉的选修课。

我校（北京信息职业技术学院）作为教育部首批设置的示范性软件专业学院，设有计算机软件、计算机硬件、网络、电视、计算机通讯、多媒体技术、动画与平面设计、信息管理、嵌入式计算机系统、电子商务等专业。为教学需要，我们编写了这本数学教材。它包含微积分、线性代数、计算方法、离散数学、概率论、积分变换等六部分，力求在广度与深度上能基本满足不同专业对数学的不同需要。

微积分、线性代数是上述各专业都需要的基础课，为上述所有专业设置。计算方法、离散数学为计算机软件、硬件、网络、电视、通讯、电子技术、嵌入式系统、电子商务等专业设置。积分变换为电视多媒体、网络、电子通讯等专业设置。概率为通讯、网络、多媒体技术、信息管理、嵌入式系统、电子商务等专业设置，积分变换为电视、多媒体、网络、电子、通讯等专业设置。

不同的专业在讲授这些数学课时，可以根据不同的专业要求选择不同的重点。学生选修其他专业的课程时，本书可作为参考资料。这也是本书将微积分、线性代数、计算方法、离散数学、概率论、积分变换六部分内容有机地组合在一起的一个初衷。

讲授完全书的主要内容大约需要 188 学时。其中，微积分 46 学时，线性代数 28 学时，计算方法 28 学时，离散数学 30 学时，概率论 28 学时，积分变换 28 学时。上述学时数只是建议学时数，使用本书的教师可根据学生的不同情况、专业的不同要求增减学时，灵活掌握。为教学方便，各章节末留有习题。

我校原计算机科学技术系自 1995 年开始招收成人教育的本科（专升本）学生，作者从 1995 年在本科生中讲授离散数学，从 1997 年开始讲授模糊数学。这本书中也兼顾了一些本科专业所需要的数学基础。因为本书可作为上述各专业的数学教材，所以本书也为这些本科学生跨专业学习提供了数学参考资料。

我校作为北京市成人教育的计算机中心院校、北京市计算机四级考试的首批考点，经常举办 IT 技术的中高级培训班，所以在编写本书时也融合了计算机等级考试的相关内容。此外，本书还可作为各类培训班的数学教材和参考资料。

本书在内容的选取上注重了实用性和最新技术的应用，例如，在积分变换一章中，除了有传统的傅里叶变换、拉普拉斯变换等，还有卷积分、小波变换等内容。但是因篇幅所限，一些数学的其他内容，如线性规划、数理统计、复变函数、模糊数学等没有列入。

本书由北京信息职业技术学院的王志平(第1章,第2章,第4章),王劲松(第3章),王志平、赵友蕙(第6章),赵友蕙(第5章)编写。王志平负责全书的统编,统改工作。书中的部分插图是由伊新完成的。

徐民鹰负责全书的策划、组稿、统稿等工作。

感谢段玉平教授审校了全稿。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请使用本书的读者批评指正。

编 者

2006年4月于北京信息职业技术学院

目　录

第1章

微　积　分

微积分是高等数学中的一门重要课程. 初等数学与高等数学的区别不仅在研究的对象(前者研究常量，而后者研究变量)，而且在研究方法上也有根本性的区别. 微积分在与计算机相关的各专业中都有广泛应用. 在这些专业中不仅直接应用微积分的结论，而且应用微积分中所提供的方法. 本章是今后学习各章的基础.

1.1　函数与极限

1.1.1　函数的基本概念

一、常量与变量

我们在观察自然现象或研究某一自然科学时，会遇到各种不同的量. 例如长度、温度、面积、体积、质量、压力、时间等. 这些量中，在变化过程中保持同一数值的量称为**常量**，在变化过程中发生变化的量称为**变量**. 我们常用 $a,b,c,\cdots$ 表示常量，$x,y,z,\cdots$ 表示变量.

二、函数的概念

在同一过程中，往往有两个量共同变化着，但这两个量并非孤立地变化，而是相互联系，遵循一定的规律. 下面看几个例子.

例 1.1.1　考虑自由落体问题，设物体下落时间为 t，所落下的距离为 s，假定开始下落的时刻 $t=0$，那么 s 与 t 之间的关系由公式 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 确定，其中 g 是重力加速度. 假定物体着地的时刻为 $t=T$，那么，当时间 t 取 $[0,T]$ 中的某一数值时，由上式就可确定 s 的一个数值.

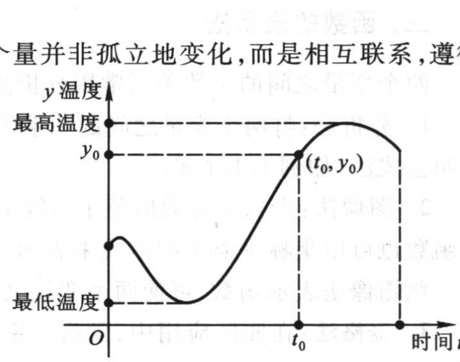


图 1－1

例 1.1.2 在气象观测站,气温自动记录仪把某一天的气温变化描绘在记录纸上,如图 1-1 的曲线. 当时间 t 确定后,该点的气温便随之确定.

例 1.1.3 银行储蓄,3 年定期整存整取年利率为 3.42%,存款额与 3 年后所得的税前利息列表如表 1-1.

表 1-1

存款额 x	100	500	1000	2000	5000	10000
利息 y	3.24	16.2	32.4	64.8	162	324

存款额 x 与 3 年后税前利息 y 都是变量,由该表,若已知 x,即可唯一地确定 y.

例 1.1.4 某地电话公司按下述方法收费:每月通话次数不超过 30 次收费 25 元,超过 30 次后每次收费 0.18,则通话次数 x 与收费 y 之间有如下关系式:

$$y=\begin{cases}25, & 0\leqslant x\leqslant 30,\\ 25+0.18(x-30), & 30<x.\end{cases}$$

抽去上面几个例子中所考虑量的实际意义,它们表达的都是两个变量间共同变化、相互依赖的关系. 当其中一个变量在某一范围内取值时,按照一定的规则,另一个量有唯一确定的数值与之对应,变量之间的这种关系就是函数关系.

定义 1.1.1 设 D 是一个非空的实数集,任取 $x\in D$,如果按照某一确定的对应法则 f,都有唯一确定的实数 y 与之对应,则称 y 是 x 的**函数**,记为 $y=f(x)$,或简记为 $f(x)$.

D 称为函数 $f(x)$ 的**定义域**,记为 $\operatorname{dom} f=D$,或 $D(y)=D$. 根据法则 f,与 D 中任一实数 x 对应的 y 值称为函数 $y=f(x)$ 在 x 处的**函数值**. 全体函数值构成的集合 $\operatorname{ran} f=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数 f 的**值域**. 变量 x 称为函数 f 的**自变量**,变量 y 称为**因变量**.

本书中,除了用 $f(x)$ 表示函数外,还用字母 $g(x),h(x),\cdots,F(x),G(x),H(x),\cdots$ 表示函数. 它们可以任意选用. 但如果同时考察几个不同的函数时,不要用同一字母表示不同的函数,以免产生混淆. 任取 $x\in D$,常用符号 $\forall x\in D$(读作"任意 x 属于 D")表示.

定义域、对应规则是函数的两大要素. 应当注意,对应规则相同而定义域不同的函数是不同的函数. 例如函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{x}$ 与 $g(x)=x$,函数 $h(x)=\ln x^2$ 与函数 $r(x)=2\ln x$ 是不同的函数. 这是因为 $\operatorname{dom} f=\mathbf{R}-\{0\}$,而 $\operatorname{dom} g=\mathbf{R}$;$\operatorname{dom} h=\mathbf{R}-\{0\}$ 而 $\operatorname{dom} r=\{x\mid x>0\}$.

三、函数的表示法

两个变量之间的函数关系常用分析法、图像法、表格法等三种方法来表达.

1. 分析法:将两个变量之间的关系用一个数学式子来表达,这种表示法称为分析法,分析法又叫公式法,如例 1.1.1 等.

2. 图像法:当自变量的值等于曲线上点的横坐标时,对应的函数值即等于该点的纵坐标. 因此函数也可由坐标平面上的曲线来表示. 这种表示函数的方法称为图像法.

用图像法表示函数,可使两个变量之间的关系形象直观地表达出来,如本节例 1.1.2.

3. 表格法:在实际应用中,常将一系列自变量的值与对应的函数值列成表,如对数表,三角函数表等. 这种表示函数的方法称为表格法,如本节例 1.1.3.

在本节例 1.1.4 中,两变量之间的函数关系不能用一个分析式给出,用几个分析式合起来表示一个函数,这种函数称为**分段函数**.

四、函数定义域的求法

求给定函数 $f(x)$ 的定义域,有两种不同的类型.

1. 函数关系由具体问题确定. 例如:从北京开往深圳的列车,每小时 100 千米,用 S 表示火车离开了北京的路程 S(单位:千米),t 表示时间(单位:小时),则 S 与 t 的函数关系为:$S=100t$. 显然这个函数的定义域为一个有限区间 $[0,t_0]$,其中 $100t_0$ 恰为从北京到深圳的路程.

2. 函数关系由一个数学式子给出,则函数定义域是使这一式子有意义的自变量取值的全体.

求这类函数的定义域分两步.

第一步:列不等式(组).

列不等式(组)主要依据下列原则:

1. 分母 $\neq 0$;
2. 偶次方根下,被开方数大于等于 0;
3. 真数大于 0;
4. 其他.

第二步:解不等式(组),不等式(组)的解即为函数的定义域.

例 1.1.5 求函数 $y=\sqrt{9-x^2}+\dfrac{x}{\ln(x+2)}$ 的定义域.

解

$$\begin{cases} 9-x^2\geqslant 0, & (1)\\ \ln(x+2)\neq 0, & (2)\\ x+2>0. & (3)\end{cases}$$

解(1):$9-x^2\geqslant 0,\ -3\leqslant x\leqslant 3$.

解(2):$\ln(x+2)\neq 0, x+2\neq 1, x\neq -1$.

解(3):$x>-2$.

不等式组的解为:$(-2,-1)\cup(-1,3]$,故函数的定义域为:$(-2,1)\cup(-1,3]$.

五、函数的简单性质

1. 函数的奇偶性

定义 1.1.2 设函数 $f(x)$ 的定义域是以原点为中心的对称区间 D,若 $\forall x\in D$ 有:

1) $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**;

2) $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

奇函数的图像关于坐标原点对称;偶函数的图像关于 y 轴对称.

非奇非偶函数是大量存在的.

例 1.1.6 判断下列函数的奇偶性:

1) $f(x)=x\sin x-\cos x+1$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$; 3) $f(x)=3x^3-1$.

解 1) 该函数的定义域为$(-\infty,+\infty)$. $\forall x\in(-\infty,+\infty)$,

$$f(-x)=(-x)\sin(-x)-\cos(-x)+1=x\sin x-\cos x-1=f(x),$$

因此$f(x)$为偶函数.

2) 该函数的定义域为$(-1,1)$.

$$f(-x)=\ln\frac{1+x}{1-x}=\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-1}=-\ln\frac{1+x}{1-x}=-f(x),$$

因此$f(x)$为奇函数.

3) $f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$. $\forall x\in(-\infty,+\infty)$,

$$f(-x)=3(-x)^3-1=-3x^3-1,$$

故 $$f(-x)\neq f(x)\text{ 且 }f(-x)\neq -f(x).$$

因此$f(x)$为非奇非偶函数.

2. 函数的单调性

定义 1.1.3 设函数$f(x)$在(a,b)内有定义, $\forall x_1,x_2\in(a,b)$, $x_1<x_2$.

1) 如果总有$f(x_1)<f(x_2)$,则称函数$f(x)$在(a,b)内为**单调增函数**;

2) 如果总有$f(x_1)>f(x_2)$,则称函数$f(x)$在(a,b)内为**单调减函数**.

在整个定义域内都是单调增加或单调减少的函数称为**单调函数**.

单调增函数的图像从左向右逐渐升高;单调减函数的图像从左向右逐渐下降.

例 1.1.7 函数$y=x^2$(见图1-2(1))是在区间$(0,+\infty)$上的单调增加的,而在区间$(-\infty,0)$上则是单调减少的,$y=x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$上不是单调函数.

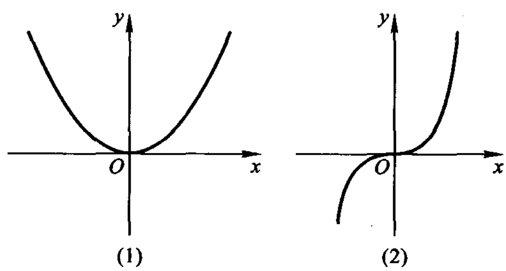


图1-2

例 1.1.8 函数$y=x^3$(见图1-2(2))是在区间$(-\infty,+\infty)$上单调增加的,是单调函数.

3. 函数的有界性

定义 1.1.4 设函数$f(x)$在区间I上有定义,若存在正数M,使得$\forall x\in I$,有$|f(x)|\leqslant M$,则称$f(x)$是区间I上的**有界函数**,否则称为**无界函数**.

有界函数的图像夹在两条与x轴平行的直线$y=\pm M$之间.

4. 函数的周期性

定义 1.1.5 设函数$f(x)$在实数集D上有定义,若存在常数T,使$f(x+T)=f(x)$对于$\forall x\in D$成立,则称$f(x)$为**周期函数**. 若存在最小正数T满足上式,则称T为函数$f(x)$的**周期**.

三角函数$y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$都是周期函数.

六、反函数

定义 1.1.6 设函数 $y=f(x)$ 的值域为 Y,如果 $\forall y\in Y$ 都可以唯一地确定一个 $x\in D(f)$,使 $f(x)=y$ 成立,那么,这就在数集 Y 上定义了一个函数,这个函数称为 $y=f(x)$ 的反函数,记为 $x=f^{-1}(y)$.

按习惯记法,函数 $y=f(x)$ 的反函数常被记为 $y=f^{-1}(x)$. 若函数 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$,则 $y=f^{-1}(x)$ 的反函数为 $f(x)$,或者说 $f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 互为反函数.

例 1.1.9 求下列函数的反函数.

1) $y=e^x-1$; 2) $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

解 1) 由 $y=e^x-1$,有 $e^x=y+1$,$x=\ln(y+1)$.

将上式中 x 与 y 互换得按习惯记法的反函数,故 $y=\ln(x+1)$ 为原函数的反函数.

2) 由 $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ 有 $xy+y=2x-1$,$x(y-2)=-1-y$,故 $x=\dfrac{1+y}{2-y}$,

于是 $y=\dfrac{1+x}{2-x}$ 为原函数的反函数.

函数 $y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 的图像是同一条曲线. 将关系式 $x=f^{-1}(y)$ 中的字母 x 与 y 互换,得到 $x=f^{-1}(y)$. 因此,如果点 (x_0,y_0) 在曲线 $y=f(x)$ 上,则点 (y_0,x_0) 必在曲线 $x=f^{-1}(y)$ 上. 而点 (x_0,y_0) 与点 (y_0,x_0) 关于直线 $y=x$ 对称,从而我们可以得出,**在同一直角坐标系下,函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称**(图 1-3).

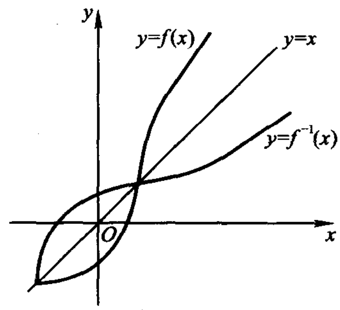


图 1-3

1.1.2 初等函数

一、基本初等函数

常值函数,幂函数,指数函数,对数函数,三角函数,反三角函数统称为基本初等函数.

1. 常值函数

定义 1.1.7 如果 $\forall x\in \operatorname{dom} f$,总有 $f(x)=C$(C 为常数),则称函数 $f(x)$ 为常值函数.

常值函数 $y=C$ 的图像是一条过点 $(0,C)$,且与 x 轴平行的直线(图 1-4). 常值函数 $y=0$ 的图像是 x 轴.

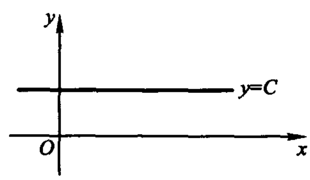


图 1-4

2. 幂函数

定义 1.1.8 形如 $y=x^{\alpha}$ 的函数称为幂函数.

幂函数中的 α 是任意一个实数. 实际上,在大多数应用中,α 是有理数,即幂函数常表现为 $y=x^{\frac{q}{p}}$,其中 $p,q\in\mathbf{Z}$,$p\neq 0$ 且 p,q 互质.

$(0,+\infty)$ 是所有幂函数都有定义的区间. 点 $(1,1)$ 是所有幂函数曲线都过的点. 对幂函数 $y=x^{\frac{q}{p}}$,当 p 为偶数时,幂函数是非奇非

偶函数;若 p 为奇数且 q 为奇数,则函数 $y=x^{\frac{q}{p}}$ 为奇函数;若 p 为奇数且 q 为偶数,则函数 $y=x^{\frac{q}{p}}$ 为偶函数.

$\alpha>0$ 时函数 $y=x^{\alpha}$ 在第一象限为单调增函数. 函数图像过(1,1)也过(0,0).

$\alpha<0$ 时函数 $y=x^{\alpha}$ 在第一象限为单调减函数,函数图像只过(1,1)不过(0,0).

例 1.1.10　做出下列幂函数的图像.

1) $y=x^{\frac{1}{2}}$;　2) $y=x^{\frac{1}{3}}$;　3) $y=x^{-\frac{2}{5}}$;　4) $y=x^{\frac{4}{3}}$;　5) $y=x^{-1}$.

解　1) 函数定义域为: $x\geqslant 0$,非奇非偶函数,如图 1-5(1)所示.

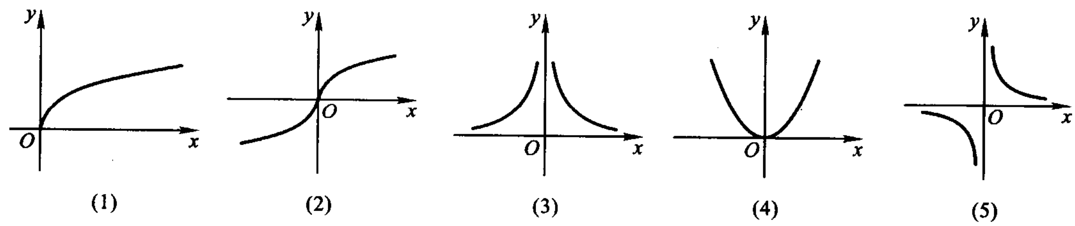


图 1-5

2) 函数定义域为全体实数,函数为奇函数,如图 1-5(2)所示.

3) 函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,函数图像在第一象限单调减,且函数图像不过(0,0). 函数为偶函数,图像关于 y 轴对称,如图 1-5(3)所示.

4) 函数定义域为全体实数,函数为偶函数,函数图像关于 y 轴对称,如图 1-5(4)所示.

5) 函数定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,函数在第一象限单调减,函数图像只过(1,1)不过(0,0),函数为奇函数,函数图像关于原点对称,如图 1-5(5)所示.

3. 指数函数

定义 1.1.9　形如 $y=a^x$ 的函数为指数函数,其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$.

当 $a>1$ 时,指数函数 $y=a^x$ 单调增加,a 的值越大,函数增长速度越快;当 $0<a<1$ 时,指数函数 $y=a^x$ 单调减少,a 的值越小,函数减少速度越快. 指数函数的图像如图 1-6 所示.

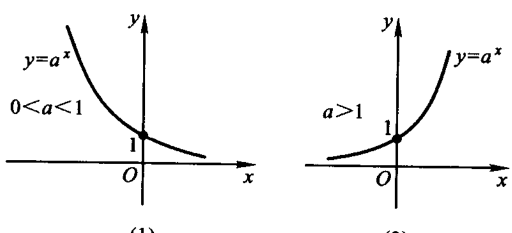


图 1-6

4. 对数函数

定义 1.1.10　形如 $y=\log_a x$ 的函数称为对数函数,其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$,a 称为对数函数的**底**,x 称为**真数**.

当 $a>1$ 时,对数函数 $y=\log_a x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调增加;当 $0<a<1$ 时,对数函数 $y=\log_a x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调减少. 对数函数的图像如图 1-7 所示.

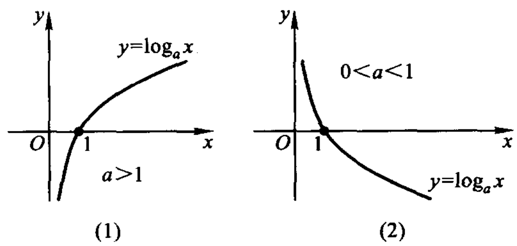


图 1-7

5. 三角函数

三角函数是统称,它们分别是:

正弦函数:$y=\sin x(-\infty<x<+\infty)$;

余弦函数:$y=\cos x(-\infty<x<+\infty)$;

正切函数:$y=\tan x\left(x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right)$;余切函数:$y=\cot x(x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z})$;

正割函数:$y=\sec x\left(x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right)$;余割函数:$y=\csc x(x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z})$.

三角函数都是周期函数. 正弦函数、余弦函数、正割函数、余割函数的周期为 2π,正切函数与余切函数的周期为 π. 余弦函数与正割函数为偶函数,其余四个三角函数都是奇函数. 正弦函数、余弦函数、正切函数、余切函数的图像如图 1-8 所示. 从函数图像不难看出:正弦函数与余弦函数都是有界函数.

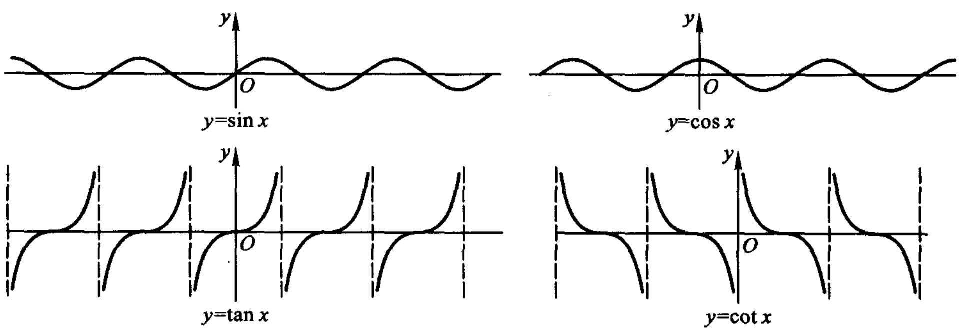


图 1-8

6. 反三角函数

反三角函数是三角函数的反函数,我们主要介绍四种反三角函数.

反正弦函数:$y=\arcsin x,x\in[-1,1]\quad y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$;