SHUXUE

China University of Mining and Technology Press

数学

主编　徐　强　白秀琴

中国矿业大学出版社
China University of Mining and Technology Press

数　　学

主编　徐　强　白秀琴

中国矿业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/徐强,白秀琴主编.—徐州:中国矿业大学出版社,2006.7

ISBN 7-81107-300-5

Ⅰ.数… Ⅱ.①徐…②白… Ⅲ.数学课—专业学校—教材 Ⅳ.G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 031179 号

书　　名 数　学
主　　编 徐　强　白秀琴
责任编辑 耿东锋　杨　廷
责任校对 何晓惠
出版发行 中国矿业大学出版社
(江苏省徐州市中国矿业大学内　邮编 221008)
网　　址 http://www.cumtp.com　**E-mail**:cumtpvip@cumtp.com
印　　刷 赣中印刷有限公司
经　　销 新华书店
开　　本 787×1092　1/16　**印张** 24.5　**字数** 589 千字
版次印次 2006 年 7 月第 1 版　2006 年 7 月第 1 次印刷
定　　价 35.00 元

前　　言

五年制高职教育是我国高等职业教育的一种重要形式，它既有别于“学科型”的普通高等教育，也有别于较低层次的中等职业教育，其突出特点是强调教育目标的“职业性”和技术的“高级应用性”，强调对受教育者个性能力与全面素质的培养。为了确保五年制高职教育的教学质量，努力办出高职特色，教材建设必须符合高职高专人才培养的要求。

本教材根据教育部五年制“高职高专数学课程教学基本要求”编写而成，它的指导思想是强化培养目标，开发好课程教学大纲，体现高职教育中公共课的基础性和实用性的和谐统一。在教学内容的安排和取舍上，遵循“尊重学科，但不恪守学科”的原则，删旧增新，减少理论推导，着重阐明实际应用价值，强调公共课与相关学科之间的横向联系，注意与专业课程的接口，力求做到立足实践与应用，拓宽基础知识面，强化能力训练和迁移，使一般能力的培养与职业能力的培养相结合。

通过本课程的教学，旨在做好与初中文化课程的衔接，适应生源变化的实际，适当降低起点。力求做到“重视基础，突出应用，反映前沿”，既能保证学生应有的文化素质，又能为学生后续课程的学习、终身学习和自主发展打好基础。

本教材在体例上有以下特点：

(1) 书中习题分三类：练习，习题，复习参考题。

练习　以复习相应的教学内容为主，供课堂练习用；

习题　每小节后一般配有习题，供课内、外作业选用；

复习参考题　每章最后配有复习参考题，个别题在难度上略有提高，具有一定的灵活性，供学有余力的同学作为拔高题练习。

(2) 每章在内容后面均安排有小结与复习，包括“内容提要”和“需要注意的问题”两部分，供复习全章用。

本教材主编为徐强、白秀琴，具体编写分工如下：平顶山工业职业技术学院白永丽编写第1～3章，白秀琴编写第4～5章，杨宝玉编写第6～7章，徐强编写第8～9章，刘俊峰编写第10章，李晓歌编写第11章。

本教材在编写过程中得到了平顶山工业职业技术学院领导和多位专家、教授的关心和指导，同时也得到了省教育厅和有关院校及出版社的大力支持，在此谨表谢意。

尽管我们做了很大的努力，但限于经验和水平，教材的缺点和不完善之处在所难免，请予以指正。

编　者

2006年2月

目　　录

第一章　集合与简易逻辑

第一节　集　　合

一、集合的概念

我们看到的、听到的、闻到的、触摸到的、想到的各种各样的事物或一些抽象的符号，都称做一个对象，在数学和日常生活中，常常把一些对象看做一个整体. 例如：

自然数　$0,1,2,3,4,\cdots 10,\cdots$中的各个数都看做一个对象，把所有这些对象汇集在一起构成一个整体，称做自然数集.

不等式　$2x+1>3$，所有大于 1 的实数都是它的解，每个解都看做一个对象，所有这些解构成一个整体，称做这个不等式的解集.

一般地，某些确定对象的全体就构成一个集合，也简称集. 构成集合的每个对象都叫做集合的**元素**. 例如：

(1)你所在班级的全体学生构成一个集合，其中每个学生都是这个集合的一个元素；

(2)某家庭的全体成员构成一个集合，其中每个成员都是这个集合的一个元素；

(3)平面上到定点 O 的距离等于 $r(r>0)$ 的点的全体构成一个集合，这个集合是以 O 为圆心，半径为 r 的圆，圆上的每个点都是这个集合的元素.

一个集合，通常用大写英语字母 $A,B,C,\cdots$ 表示，它的元素通常用小写英语字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作

$$a\in A$$

读作 a 属于 A.

如果 a 不是 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作

$$a\notin A(\text{或 } a\overline{\in} A)$$

读作 a 不属于 A.

我们约定用一些大写英语字母，表示常用到的一些数集，如表 1-1 所列：

表 1-1

名称	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	**N**	**Z**	**Q**	**R**

为了方便起见，有时我们还用 $\mathbf{N}_+$ 表示正整数集，用 $\mathbf{Z}_-$ 表示负整数集，用 $\mathbf{Q}_-$，$\mathbf{R}_-$ 分别表示负有理数集、负实数集，用 $\mathbf{Q}_+$，$\mathbf{R}_+$ 分别表示正有理数集、正实数集.

注意　自然数集是由数 0 和全体正整数组成.

例如：$5\in\mathbf{N}$，$-4\notin\mathbf{N}$，$\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$.

又如：$7\in\mathbf{N}$，$\frac{3}{4}\notin\mathbf{Z}$，$\frac{3}{4}\in\mathbf{Q}$.

关于集合概念，再作如下说明：

(1)作为集合的元素，必须是能够确定的．这就是说，不能确定的对象，就不能构成集合．例如，一(1)班高个子同学的全体，就不能构成集合．这是因为没有规定多高才算是高个子，因而“高个子同学”不能确定．

(2)对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的．也就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素．

练　习

1．下列语句是否能确定一个集合？

(1)中华人民共和国在某一时刻公民的全体；

(2)大于 10 的自然数的全体；

(3)某学校高一(2)班性格开朗的男生全体；

(4)质数的全体；

(5)与 1 接近的实数的全体．

2．用符号$\in$或$\overline{\in}$填空．

1 ____ $\mathbf{N}$	0 ____ $\mathbf{N}$	-2 ____ $\mathbf{N}$	$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{N}$
0.5 ____ $\mathbf{N}$	1 ____ $\mathbf{Z}$	0 ____ $\mathbf{Z}$	-2 ____ $\mathbf{Z}$
$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Z}$	0.5 ____ $\mathbf{Z}$	1 ____ $\mathbf{Q}$	0 ____ $\mathbf{Q}$
-2 ____ $\mathbf{Q}$	$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$	0.5 ____ $\mathbf{Q}$	1 ____ $\mathbf{R}$
0 ____ $\mathbf{R}$	-2 ____ $\mathbf{R}$	$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$	0.5 ____ $\mathbf{R}$

二、集合的表示方法

集合的表示方法，常用的有**列举法**和**描述法**．

列举法是把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，元素之间用逗号分开．

例如，方程 $x^2-1=0$ 的所有的解组成的集合，可以表示为

$$\{-1,1\}.$$

集合$\{-1,1\}$的元素有 2 个．一般地，含有有限个元素的集合叫做**有限集**．

又如，所有大于 0 且小于 10 的奇数组成的集合，可以表示为

$$\{1,3,5,7,9\}.$$

描述法是把集合中元素的共同特征描述出来，写在大括号内．

例如，不等式 $x-3>2$ 的解集可以表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid x-3>2\}.$$

我们约定，如果从上下文看 $x\in\mathbf{R}$ 是明确的，那么这个集合也可以表示为

$$\{x\mid x-3>2\}.$$

集合$\{x\mid x-3>2\}$的元素有无限个．一般地，含有无限个元素的集合叫做**无限集**．

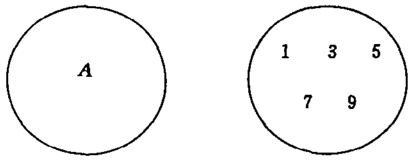
再看一个例子，方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合，可以表示为

$$\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+1=0\}.$$

这个集合是没有元素的.一般地,我们把不含任何元素的集合叫做**空集**,记作$\varnothing$.

为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭的曲线,用它的内部表示一个集合.

例如:图 1-1(1)表示任意一个集合 A,图 1-1(2)表示集合$\{1,3,5,7,9\}$.



(1) (2)

图 1-1

练　习

1. 用适当的方法表示下列集合,然后说出它们是有限集还是无限集.

(1)由大于 10 的所有自然数组成的集合;

(2)由 24 与 30 的所有公约数组成的集合;

(3)方程 $x^2-4=0$ 的解的集合.

2. 用描述法表示下列集合,然后说出它们是有限集还是无限集.

(1)所有偶数组成的集合;

(2)大于 3 小于 7 的所有整数的集合;

(3)方程 $x^2-2=0$ 的解的集合;

(4)不等式 $4x-6<5$ 的解集.

习题1-1

1. 写出下列集合的所有元素.

(1)一年中有 31 天的月份的集合;

(2)英文元音字母的集合;

(3)我国古代四大发明的集合;

(4)平方等于 1 的实数的集合;

(5)太阳系九大行星的集合.

2. 用列举法写出下列方程的解集:

(1)$2x-1=0$;　　(2)$4(x+1)-3(x-1)=2$;

(3)$x^2-5x+4=0$;　　(4)$x^2+x-1=0$.

3. 写出方程组$\begin{cases} x+y=3, \\ y+z=4, \\ z+x=5 \end{cases}$的解集,并用列举法表示.

4. 写出不等式 $3x+2<4x-1$ 的解集,并用描述法表示.

5. 用适当的方法表示下列集合:

(1)组成中国国旗图案的颜色;

(2)世界上最高的山峰;

(3)所有正奇数;

(4)所有偶数；

(5)在直角坐标平面上第Ⅰ象限内所有的点.

6. 关于 x 的方程 $ax+b=0$，当 a,b 满足条件________时，解集是有限集；满足条件________时，解集是无限集；满足条件________时，解集是空集.

7. 下列集合中哪些是空集？哪些是有限集合？哪些是无限集合？

(1) $\{x \mid x+1=1\}$；　　(2) $\{(x,y) \mid x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$；

(3) $\{x \mid x^2+1=0\}$；　　(4) $\{x \mid x^2-2x-3=0\}$.

第二节　集合之间的关系

一、集合的包含关系

对于集合

$$A=\{2,3\}, B=\{2,3,5,7\};$$
$$C=\{a,b,c\}, D=\{x \mid (x-a)(x-b)(x-c)=0\}.$$

容易看出，集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素，集合 C 的任一个元素都是集合 D 的元素.

一般地，如果集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A,$$

读作 A 含于 B，或 B 包含 A.

依上述定义，任何一个集合 A 都是它本身的子集，即

$$A\subseteq A.$$

集合 A 不是集合 B 的子集，记作

$$A\not\subseteq B \quad 或 \quad B\not\supseteq A,$$

读作 A 不包含于 B，或 B 不包含 A.

我们规定：**空集是任一集合的子集**，也就是说对任何集合 A，都有 $\varnothing\subseteq A$.

如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作

$$A\subsetneqq B \quad 或 \quad B\supsetneqq A,$$

读作 A 真包含于 B，或 B 真包含 A.

例如，观察

$$A=\{1,2\}, B=\{1,2,3,4\},$$

可知，A 是 B 的子集，$3\in B$，但 $3\notin A$，所以 A 是 B 的真子集，即 $A\subsetneqq B$.

集合 B 与它的子集 A 之间的关系可用图 1-2 表示.

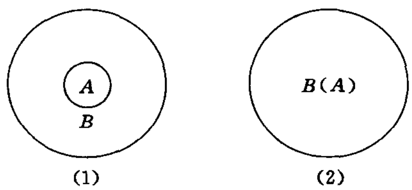


图 1-2

根据子集、真子集的定义可推知：

对于集合 A,B,C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；

对于集合 A,B,C，如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

例 1 写出集合 $A=\{1,2,3\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 A 的所有子集是

$$\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\};$$

在上述子集中,除去集合 A 本身即 $\{1,2,3\}$,剩下的都是 A 的真子集.

由上题可以注意到,集合中有 3 个元素,则 A 的子集个数为 $2^3=8$(个).

一般地,若集合 A 中的元素有 n 个,则集合 A 的子集个数共有 2^n 个,真子集个数共有 (2^n-1) 个.

练　习

1. 写出 $\{a,b,c\}$ 的所有子集和真子集.
2. 指出集合 $\mathbf{N},\mathbf{Z},\mathbf{Q},\mathbf{R}$ 之间的关系,并用图表示.
3. 集合 $A=\{x\mid 0<x<10, x\in\mathbf{Z}\}$,求 A 的子集、真子集个数.

二、集合的相等

对于集合

$$A=\{x\mid (x+1)(x+2)=0\},\quad B=\{-1,-2\},$$

它们的元素完全相同,只是表示方法不同.

一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么我们就说这两个集合相等. 集合 A 等于集合 B,记作

$$A=B,$$

读作 A 等于 B.

由相等的定义,可得:

如果 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$,则 $A=B$;反之,如果 $A=B$,则 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$.

例 2 说出以下两个集合之间的关系:

(1) $A=\{2,4,5,7\}$,$B=\{2,5\}$;

(2) $C=\{x\mid x^2=1\}$,$D=\{-1,1\}$;

(3) $E=\{$奇数$\}$,$F=\{$整数$\}$.

解 (1) $B\subsetneqq A$;　　(2) $C=D$;　　(3) $E\subsetneqq F$.

练　习

1. 用适当的符号($\in,\notin,=,\subsetneqq,\supsetneqq$)填空:

(1) a ________ $\{a,b,c\}$;　　(2) 5 ________ $\{5\}$;

(3) $\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$;　　(4) $\{a,b,c\}$ ________ $\{b,c\}$;

(5) $\varnothing$ ________ $\{1,2,3\}$;　　(6) $\{$矩形$\}$ ________ $\{$平行四边形$\}$;

(7) $\{4,5,6\}$ ________ $\{6,5,4\}$;　　(8) $\{2,4,6,8\}$ ________ $\{2,8\}$;

(9) $\{a,b\}$ ________ $\{b,a\}$;　　(10) $\varnothing$ ________ $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2=-1\}$.

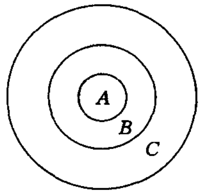
2. 指出下列各对集合之间的关系:

(1)$A=\{$等边三角形$\}$，$B=\{$等腰三角形$\}$；

(2)$C=\{$等腰直角三角形$\}$，$D=\{$有一个角是 $45°$ 的直角三角形$\}$.

习题 1-2

1. 图中 A,B,C 表示集合，说出它们之间有什么包含关系.



（第 1 题）

2. 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\supsetneqq$，$\subsetneqq$）填空.

(1)3 ______ $\mathbf{N}$；　　(2)0 ______ $\mathbf{N}_+$；

(3)π ______ $\mathbf{Q}$；　　(4)$\mathbf{Z}$ ______ $\mathbf{N}$；

(5)a ______ $\{a\}$；　　(6)0 ______ $\varnothing$；

(7)$\{a,b,c\}$ ______ $\{c,b,a\}$；

(8)$\varnothing$ ______ $\{a,b\}$；　　(9)$\{0\}$ ______ $\varnothing$.

3. 指出下面各集合之间的关系，并用图表示：

$A=\{$平行四边形$\}$，　　$B=\{$菱形$\}$，

$C=\{$矩形$\}$，　　$D=\{$正方形$\}$.

4. 指出下列各对集合之间的关系：

(1)$E=\{x|x$ 是两组对边分别平行的四边形$\}$，

　$F=\{x|x$ 是一组对边平行且相等的四边形$\}$；

(2)$G=\{x|x$ 是能被 3 整除的数$\}$，

　$H=\{x|x$ 是能被 6 整除的数$\}$.

5. 指出下列各对集合之间的关系：

(1)$C=\{x|x^2-1=0\}$，$D=\{-1,1\}$；

(2)$E=\{x|x$ 是能被 5 整除的数$\}$，$F=\{x|x$ 是个位数为 0 的整数$\}$.

6. 写出集合 $A=\{x\,|\,|x|\leqslant 1, x\in\mathbf{Z}\}$ 的所有子集和真子集.

第三节　集合的运算

一、交集

已知

$$A=\{1,2,3,6\},B=\{1,2,5,6\}.$$

我们可由这两个集合的公共元素构造出一个新的集合

$$\{1,2,6\}$$

叫做 A 与 B 的交集.

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集. 记作$A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}.$$

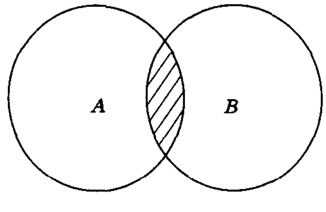


图 1-3

图 1-3 中的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集 $A\cap B$.

由交集定义容易推出，对于任何集合 A,B，有

$$A\cap A=A,A\cap\varnothing=\varnothing,$$

$$A\cap B\subseteq A, A\cap B\subseteq B, A\cap B=B\cap A.$$

求交集的运算称为**交运算**.

例 1 设 $A=\{x|x>2\}$，$B=\{x|x<7\}$，求$A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x|x>2\}\cap\{x|x<7\}$

$=\{x|2<x<7\}$.

例 2 设 $A=\{$矩形$\}$，$B=\{$菱形$\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{$正方形$\}$.

二、并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集. 记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即

$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

这样，方程$(x^2-4)(x^2-1)=0$ 的解集，可以从求方程 $x^2-4=0$ 的解集与方程 $x^2-1=0$ 的解集的并集而得到，即

$$\{2,-2\}\cup\{1,-1\}=\{1,-1,2,-2\}.$$

图 1-4 中的阴影部分，表示集合 A 与 B 的并集 $A\cup B$.

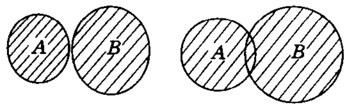


图 1-4

由并集定义容易知道，对于任何集合 A，B，有

$$A\cup A=A, A\cup\varnothing=A,$$

$$A\subseteq A\cup B, B\subseteq A\cup B, A\cup B=B\cup A.$$

求并集的运算称为**并运算**.

注意 在求两个集合的并集时，这两个集合的公共元素在并集中只能出现一次.

例 3 设 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

解 $A\cup B=\{x|-1<x<3\}$；

$A\cap B=\{x|1<x<2\}$.

例 4 设 $A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

解 $A\cup B=\{$斜三角形$\}$；

$A\cap B=\varnothing$.

练 习

1. 已知 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
2. 已知 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,d,e,f\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
3. 用图示说明：如果 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.
4. 已知 $A=\{x|x^2-9=0\}$，$B=\{x|x-3=0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$(用列举法表示).
5. 已知 $A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
6. 已知 $A=\{(x,y)|2x+3y=1\}$，$B=\{(x,y)|3x-2y=3\}$，求 $A\cap B$(用列举法表示).

三、补集

我们在研究集合与集合之间的关系时，如果一些集合都是某一给定集合的子集，那么称

这个给定的集合为这些集合的**全集**，通常用U表示，例如，我们在研究数集时，常常把实数集$\mathbf{R}$作为全集.

如果A是全集U的一个子集，由U中的所有不属于A的元素构成的集合，叫做A在U中的**补集**，记作

$$\complement_U A,$$

读作A在U中的补集.

图 1-5 中的阴影部分，表示A在U中的补集$\complement_U A$.

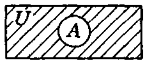


图 1-5

由补集定义可知，对于任意集合A，有：

(1)$A\cup \complement_U A=U$；

(2)$A\cap \complement_U A=\varnothing$；

(3)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

例 5 已知$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，求$\complement_U A$，$A\cap \complement_U A$，$A\cup \complement_U A$.

解 $\complement_U A=\{2,4,6\}$，$A\cap \complement_U A=\varnothing$，$A\cup \complement_U A=U$.

例 6 已知$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|2<x\leqslant 5\}$，求$\complement_U A$.

解 $\complement_U A=\{x|x\leqslant 2\}\cup\{x|x>5\}$.

例 7 已知$U=\mathbf{Z}$，$A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$，求$\complement_U A$.

解 因为$A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}=\{$偶数$\}$，所以$\complement_U A=\{$奇数$\}=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$.

形如$2n(n\in\mathbf{Z})$的数叫做**偶数**，形如$2n+1(n\in\mathbf{Z})$的数叫做**奇数**；全体偶数的集合称为**偶数集**，全体奇数的集合称为**奇数集**.

练　习

1. 设$U=\{$小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，求$\complement_U A$，$\complement_U B$.

2. 设$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{5,2,1\}$，$B=\{5,4,3,2\}$，求$\complement_U A$，$\complement_U B$，$\complement_U A\cap\complement_U B$，$\complement_U A\cup\complement_U B$.

3. 已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x<5\}$，求$\complement_U A$.

4. 已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|-1<x<1\}$，求$\complement_U A$，$\complement_U A\cap U$，$\complement_U A\cup U$，$A\cap\complement_U A$，$A\cup\complement_U A$.

习题 1-3

1. 用适当的集合填空.

$\cap$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
B	____	____	____

$\cup$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
B	____	____	____

2. 学校里开运动会，设$A=\{$参加赛跑的学生$\}$，$B=\{$参加跳高的学生$\}$，求$A\cap B$.

3. 设 $A=\{x|x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x>-1\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，并在数轴上表示出来.

4. 设二次方程 $x^2-px+15=0$ 的解集为 A，方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集为 B，若 $A\cap B=\{3\}$，求 $A\cup B$.

5. 设 $U=\{x|0<x\leqslant 10,x\in\mathbf{Z}\}$，$A=\{1,2,4,5,9\}$，$B=\{4,6,7,8,10\}$，$C=\{3,5,7\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$(A\cap B)\cap C$，$(A\cup B)\cup C$.

6. 设全集 $U=\mathbf{Z}$，$A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

7. 设全集 $U=\{x|-5<x<n\}$，$A=\{x|0<x<5\}$，求 $\complement_U A$.

第四节　简易逻辑

一、命题

能够判断真假的语句叫做**命题**，正确的命题叫做**真命题**，错误的命题叫做**假命题**，例如：

(1)$3>2$；

(2)$2+3=7$；

(3)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

这些都可判断真假，其中(1)、(3)是真命题，(2)是假命题. 一个命题非真即假，不可能既真又假，不能判断真假的语句不是命题. 例如：

(1)祝你健康！

(2)你会说英语吗？

(3)你快离开这里！

(4)$x+1=0$.

其中，(1)是感叹句，(2)是疑问句，(3)是祈使句，(4)是一个含变量的等式，因不知 x 代表什么数，也无法判别真假. 当 $x=-1$ 时，等式为真；当 $x\neq-1$ 时，等式为假.

上述例(4)是含有变量的式子，这种含有变量的语句，称为**条件命题**. 在条件命题前加上含有量词的句子，往往就可使其变为可判断真假的命题.

例如："存在一个数 x，$x+1=0$"就是一个真命题；"对任意实数 x，$x+1=0$"就是一个假命题.

"**存在**"和"**任意(所有)**"，就是两个常用的量词，加到开句前面，就可使开句变为可判断真假的命题.

"存在"量词用符号"$\exists$"表示；"任意(所有)"量词用符号"$\forall$"表示，上面的例子可简记为：

$$\exists 一个数\ x,x+1=0;$$
$$对\ \forall\ 实数\ x,x+1=0.$$

例 1　判断下列命题的真假：

(1)对 $\forall$ 的实数 x，$x^2>1$；

(2)$\exists$ 一个实数 x，$x^2<0$.

解　(1)令 $x=0$，则 $x^2=0$，而 $0<1$，所以这个命题为假命题；

(2)因对任何实数 x，$x^2\geqslant 0$，所以这个命题是假命题.

练　习

1. 判断下列句子或式子是不是命题：

(1)地球是太阳系的行星；　(2)$2x+1=0$；

(3)$20+5\times 3=10$；　(4)请你到办公室去！

2. 判断下列命题的真假：

(1)$\sqrt{3}$是有理数；　(2)968 能被 11 整除；

(3)对$\forall$实数 x，$x^2+2x+2>0$；　(4)$\exists$实数 x，$x^2+1=0$；

(5)$\{x|x^2-9x+40=0\}=\{5,8\}$；　(6)5 是 16 的约数；

(7)矩形的对角线相等.

二、命题联结词

一些命题或条件命题可用联结词把它们联结起来，构成一个新命题或条件命题. 常用的联结词有“**且**”，“**或**”，“**非**”等，下面分别说明这几个联结词在数学中的意义.

1. 且

命题常用小写字母，如 $p,q,r,\cdots$来表示.

设命题“p：12 能被 3 整除；q：12 能被 4 整除”，用“且”联结，可得新命题“12 能被 3 整除，且能被 4 整除”.

一般地，设 p,q 是两个命题，则“p 且 q”构成一个新命题，记作

$$p\wedge q,$$

读作 p 且 q.

根据表 1-2，我们可由 p,q 的真假，判定 p 且 q 的真假.

表 1-2

p	q	$p\wedge q$
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

这就是说，两个命题 p,q 用“且”联结构成新命题时，只有当 p 和 q 都是真命题时，新命题 $p\wedge q$才是真命题，如果 p 和 q 中有一个是假命题，那么 $p\wedge q$ 就是假命题，表 1-2 通常叫做 $p\wedge q$ 的**真值表**.

在上面的例子中，命题“12 能被 3 整除”是真命题，命题“12 能被 4 整除”也是真命题，根据 $p\wedge q$的真值表可知，命题“12 能被 3 整除且 12 能被 4 整除”应是真命题.

2. 或

设命题“p：$5>3$；q：$5=3$”，用“或”联结，可得新命题“$5>3$ 或 $5=3$”. 上式又通常记作 $5\geqslant 3$，读作 5 大于或等于 3.

一般地，设 p,q 是两个命题，则“p 或 q”构成一个新命题，记作

$$p\vee q,$$

读作 p 或 q.

根据表 1-3，我们可由 p,q 的真假，判定 p 或 q 的真假.