

中国科学院水利科学研究所
水利部

研 究 報 告

3

水工建筑物土壤地基的沉降量与地基中的应力分布

水 利 出 版 社

1958年1月

目 錄

提 要	1
一、引 言	1
二、沉降量計算	2
三、 σ_z 与 θ 的基本公式	4
四、水工建筑物地基中的应力分布	8
五、土壤常数 μ 及 E 等的測定	15
六、刚性基础的沉降量估算	17
七、結 論	18
参考文献	19
英文提要	19

水工建築物土壤地基的沉降量 与地基中的应力分布

(土工 I)

黃文熙 張文正 俞仲泉

提 要

本文對於水工建築物的均質和非均質土壤地基提供了一個考慮土壤側向變形影響的沉降量計算方法。文中也討論了一些代表土壤壓縮性質的指標的測定方法，並且指出在計算非均質的土壤地基中的應力分布時，可以按照這些指標在地基中變化的情況去選擇適當的應力計算公式。文中並附有適合於各種不同荷重和地基條件的矩形與條形基礎應力表多種供設計者採用。此外對於剛性基礎的平均沉降量和轉動量也建議了簡捷的估算方法。

一、引 言

在計算水工和其他建築物土壤地基的沉降量時，現在最通用的辦法就是假定土壤在承受建築物所引起的附加荷載時，不發生側向變形，這種假定是不符合地基土壤的實際情況的。蘇聯水工建築物設計規範 Ty 24-103-40 “地基的地質技術計算”⁽¹⁾建議在編制 I、II 級建築物的技術設計時，應該考慮到地基土壤側向變形的影響，並且推薦用弗洛林 (Флорин, В. А.) 的公式去計算沉降量。但是應用這個公式時，除掉計算土壤中的垂直法向應力 σ_z 外，還需要計算 σ_x 和 σ_y 兩個水平法向應力的值。由於 σ_x 和 σ_y 的計算公式非常繁複，並且又都是 μ 的函數，編制圖表也有困難，因此過去在設計的實踐中很少採用這個方法去估計沉降量。

本文改進了弗洛林的沉降計算公式，採用了本文第一作者以前的建議⁽²⁾用三個法向應力之和 $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ 這一個數值的計算去代替 σ_x 與 σ_y 兩個數值的計算。同時因 Θ 的計算公式也遠較 σ_x 和 σ_y 的計算公式為簡單，所以經過這種改進後計算工作量可以大大減少。其次因為 $\Theta/(1+\mu)$ 這一比率不是 μ 的函數，因此也簡化了制應力表的工作。

天然地基是非均質的,地基中土壤的壓縮性常隨深度而變化。代表土壤壓縮性質的一個指標,“彈性係數” E 的數值通常是跟着深度的增加而增大的。這種現象在砂土中尤其特別顯著。在這種情況下地基中的應力分布就發生集中現象,實驗和理論研究⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾都証實了此說。本文建議採用一些半經驗公式以代鮑辛乃司克(Boussinesq)和西羅第(Cerruti⁽⁷⁾)的公式去計算非均質天然地基中的應力分布,並對這些經驗公式中所用的經驗常數即“集中因數” ν 的選擇提出了建議。

本文提出了矩形和条形基礎在垂直均布載重,垂直反對稱三角形分布載重和水平均布載重下地基中應力 σ_z 和 θ 的公式,並製備了集中因數 ν 等於3、4、5、6時的應力表供水工建築物地基設計者應用。

本文討論了測定兩種土壤壓縮性質指標即“彈性係數” E 和“泊桑比” μ 的方法,並且指出它們是土壤所受三個軸向壓力的函數。

對於如何根據柔性基礎的沉降計算結果去估算剛性基礎的平均沉降量和轉動量本文也提出了建議。

本文的研究工作是由第一作者負責進行的,論文也是他寫的,第二作者擔任本文中所述的矩形基礎垂直均布荷重以外的各種應力表的編制工作,並推導了矩形基礎在受垂直三角形分布荷重和水平均布荷重當 $\nu=5$ 及 $\nu=6$ 時的應力公式,第三作者擔任矩形基礎垂直均布荷重應力表的編制工作,並與第二作者分別編制了条形基礎垂直均布與三角形分布荷重應力表。第三作者負責計算的各表曾用第三作者名義在華東水利學院第一期院報中發表,由於那稿匆匆付印,未經詳校,公式和計算方面均有錯誤,已在本文中由第一及第二兩作者重新加以校正,故一切公式和表應以本文所發表者為準,北京水利科學研究院杜廷齡,華東水利學院姜永泰諸同志均曾分別參加本文各種應力表的計算工作。本文曾經蔣彭年汪開韶等同志校閱。

二、沉降量計算

令 $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$ 代表基礎荷載在地基中任何一點 M 處[該點坐標為 (x, y, z)]所引起的三個附加法向應力。那末在 M 點處的垂直應變為

$$\xi_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (1)$$

其中 E 和 μ 為 M 點處土壤的“彈性係數”和“泊桑比”。

$$\text{令} \quad \theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (2)$$

θ 代表法向應力之和,是一個不隨 x, y, z 坐標系統的選擇而變的一個不變數。將式(2)代入式(1)可得

$$\xi_z = \frac{1}{E} [(1 + \mu)\sigma_z - \mu\theta] \quad (3)$$

根據彈性原理如土壤為完全彈性體,那末由於法向應力之和的增加值 θ 所引起的土壤單位體積變化量⁽⁸⁾為

$$\Delta = \frac{(1-2\mu)}{E} \Theta \quad (4)$$

因
$$\Delta = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \quad (5)$$

其中 e_1 = 土壤未受基礎荷載時的孔隙比，

e_2 = 土壤受基礎荷載後的孔隙比。

將式(5)代入式(4)可得

$$E = (1-2\mu) \frac{1 + e_1}{e_1 - e_2} \Theta \quad (6)$$

將式(6)代入式(3)可得

$$\xi_z = \frac{1}{1-2\mu} \left[(1+\mu) \frac{\sigma_z}{\Theta} - \mu \right] \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \quad (7)$$

式(7)是計算空間問題的地基沉降量的基本公式。

在平面問題，因

$$\sigma_y = \mu(\sigma_z + \sigma_x) \quad (8)$$

故

$$\Theta = \sigma_z + \sigma_x + \sigma_y = (1+\mu)(\sigma_z + \sigma_x) \quad (9)$$

即

$$\Theta = (1+\mu)\Theta' \quad (10)$$

其中

$$\Theta' = \sigma_z + \sigma_x \quad (11)$$

將式(10)代入式(7)簡化後可得

$$\xi_z = \frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\sigma_z}{\Theta'} - \mu \right) \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \quad (12)$$

式(12)是計算平面問題的地基沉降量的基本方式[●]。

在式(7)中如令

$$j = (1+\mu) \frac{\sigma_z}{\Theta} \quad (13)$$

式(12)中如令

$$j = \frac{\sigma_z}{\Theta'} \quad (14)$$

并令

$$K = \frac{j - \mu}{1 - 2\mu} \quad (15)$$

式(7)和式(12)就可寫成

$$\xi_z = K \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \quad (16)$$

式(16)是沉降計算的普遍公式，對空間和平面問題都適用。它和不考慮側向變形的單向沉降公式

$$\xi_z = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \quad (17)$$

相比較，差別主要就在修正係數 K 。

利用式(16)就可用分層綜合法求地基面上任何一點 X 的沉降值

● 在“地基的地質技術計算”譯本第31頁所列公式(29)是錯誤的。可參考 Справочник по Гидротехнике, (9) 2268。

$$\xi = \sum K \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \cdot \Delta z \quad (18)$$

其步驟如下：

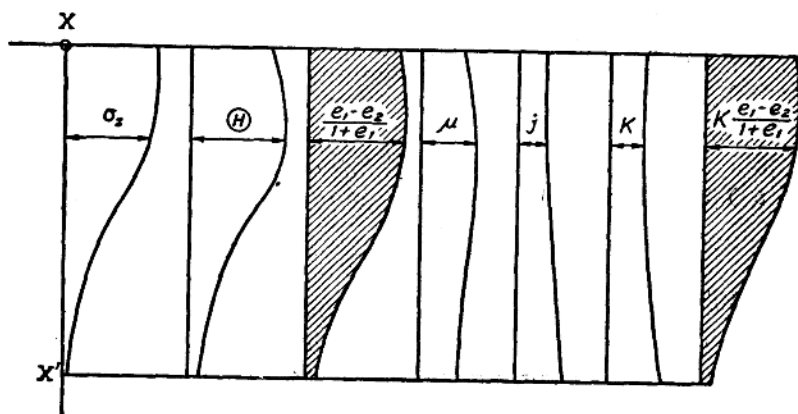


圖 1

沿 X 点画一垂直线 XX' ，沿此线计算 σ_z, θ (或 θ')， $\frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}, \mu, j, K, K \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$ 之值并作出曲线如图 1 所示。图中 $K = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$ 曲线所包括的有阴影面积就代表 X 点的沉降量。 $\frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$ 曲线所包括的面积代表不考虑侧向变形时 X 点的沉降量。

三、 σ_z 与 θ 的基本公式

(1) 承载垂直集中力时地基中的应力分布

设想 $z=0$ 之平面是地面， O 是所采坐标系的原点（图 2）。如果在这原点上作用着一个垂直集中荷重 P ，那末根据鲍辛乃司克（Boussinesq）的研究⁽¹⁾，如果地基是一个均质完全弹性体，地基中任何一点 M 所受的应力可用下式表示：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3P}{2\pi R^2} \cos^3 \theta \\ \theta &= \frac{(1+\mu)P}{\pi R^2} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式 (19) 内： R 与 θ 为 M 点的极坐标

司太纳·寇克 (Steiner-Kick)，恩格 (Enger)，哥尔特贝克 (Goldbeck)，寇克斐 (Kögler) 夏迭许 (Scheidig) 与荷其 (Hugi) 等人的实验⁽²⁾ 证明，

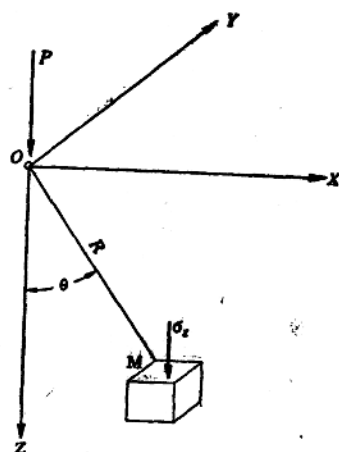


圖 2

在砂中， Z 軸附近的应力远較由鮑辛乃司克公式所求得的高，勃羅維司加 (Borowicka, H.) 的理論研究⁽⁴⁾⁽⁶⁾也証明，如果地基的彈性系数 E 随着深度增大，例如

$$E = kz \quad (20)$$

在 OZ 軸上各点的 σ_z 值与用上述鮑辛乃司克公式 (假定 $E = \text{常数}$) 所算得的 σ_z 值的比就如右表。

μ	$\sigma_z / \frac{3P}{2\pi z^2}$
$1/2$	1.00
$1/3$	1.33
$1/4$	1.47
0	1.76

勃羅維司加这个研究說明，地基的 E 值如果随着深度而增加 (一般土壤，特别是砂，的 E 是随着所受側向压力的增加而增大的)，地基中就将發生应力集中現象。

同时应力集中的程度是随着 E 和深度間的变化关系以及 μ 的数值而异的。

这种应力集中現象可用半經驗的数学公式來表示，弗蘭利希 (Fröhlich, O. K.) 格立非司 (Griffith) 与伊凡諾夫 (Иванов) 等的建議，⁽³⁾⁽⁷⁾ 对于 σ_z 可采用

$$\sigma_z = \frac{\nu P}{2\pi R^2} \cos^{\nu} \theta \quad (21)$$

对于 θ 作者建議采用⁽²⁾

$$\theta = \frac{\nu(1+\mu)P}{3\pi R^2} \cos^{\nu-2} \theta \quad (21a)$$

式中 ν 是一个經驗常数称集中因数，当 $E = \text{常数}$ 时， $\nu = 3$ ，公式 (21) 和 (21a) 就代表鮑辛乃司克解答。

利用式 (21) 和 (21a) 計算地基中的应力分布，过去的困难是在不知道應該怎样去选择 ν 的数值。关于这个问题很多学者⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 都曾討論过，但没有提出滿意的解答，因此也就限制了式 (21) 在实践中的应用。

如果我们进一步的研究勃羅維司加等的理論研究結果，我們就会發現 ν 的选择問題是可以得到解决的。在下表中，(1)、(2)、(3) 項代表勃羅維司加等的理論研究結果，

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
E	μ	σ_z	ν	附 注
常 数	$0 < \mu < 1/2$	$\frac{3P}{2\pi R^2} \cos^3 \theta$	3	根据鮑辛乃司克研究結果
kz	$1/2$	$\frac{3P}{2\pi R^2} \cos^3 \theta$	3	根据勃羅維司加研究結果
kz	$1/3$	$\frac{2P}{\pi R^2} \cos^4 \theta$	4	"
kz	$1/4$	無 限 級 数	4.4	"
kz	0	無 限 級 数	5.3	"
$kz^{1/2}$	0.4	$\frac{7P}{4\pi R^2} \cos^{7/2} \theta$	3.5	"
kz^w	$\frac{1}{\nu-1} = \frac{1}{w+2}$	$\frac{\nu P}{2\pi R^2} \cos^{\nu} \theta$	$w+3$	根据渥特 (Öhde) 研究 ⁽⁹⁾ 結果

从这个表可以看出引起地基中应力集中的主要因素是 E 与地基深度间的变化关系以及 μ 的数值。如将上表第(3)项的 σ_z 理论公式与式(21)相比也就可以看出只要通过实地测验找出了 E 和深度的变化关系与 μ 的数值(参阅本文第四节)我们就可以根据上表中的第(4)项找得相当的 ν 值,再代入式(21)和(21a)就可求得地基中的应力分布。

式(21)和(21a)是计算垂直集中荷重下非均质地基中应力分布的基本公式,过去都把这个公式作为经验公式,因此也常常引起这个公式是否可应用重合定理的问题,根据勃罗维司加和湿特的研究结果(见上表)我们知道在 μ 等于某一定数值和 $E-z$ 具有某一定的关系时,式(21)所代表的是问题的严格的理论解答。这就是说这个解答满足弹性理论的平衡方程式和协调方程式,并且也是以普遍化的霍克定律[即式(1)]作为整个理论的基础的,因此像鲍辛乃司克公式一样,它也适用重合定理。

(2) 承载水平集中力时地基中的应力分布

各向均质的完全弹性地基受水平集中荷载 P_w 时所引起的应力分布,可以根据西罗第(Cerruti)的研究⁽¹⁾结果,用下式表示:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3P_w}{2\pi R^2} \cos \varphi \sin \theta \cos^2 \theta \\ \theta &= \frac{(1+\mu)P_w}{\pi R^2} \cos \varphi \sin \theta \end{aligned} \right\} (22)$$

在非均质的地基,考虑应力集中的影响,采用湿特(Ohde)建议⁽⁵⁾⁽⁷⁾选用下列与式(21)相当的半径经验公式来计算 σ_z 。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{\nu(\nu-2)P_w}{2\pi R^2} \cos \varphi \sin \theta \cos^{\nu-1} \theta \\ \text{对于 } \theta \text{ 建议采用:} \\ \theta &= \frac{\nu(\nu-2)(1+\mu)P_w}{3\pi R^2} \cos \varphi \sin \theta \cos^{\nu-3} \theta \end{aligned} \right\} (23)$$

(3) 承载垂直线形荷重时地基中的应力分布

如将式(21)及式(21a)沿了一平行于 Y 轴的直线积分,可以求得垂直的线形集中荷重在非均质地基中引起的应力分布如下:

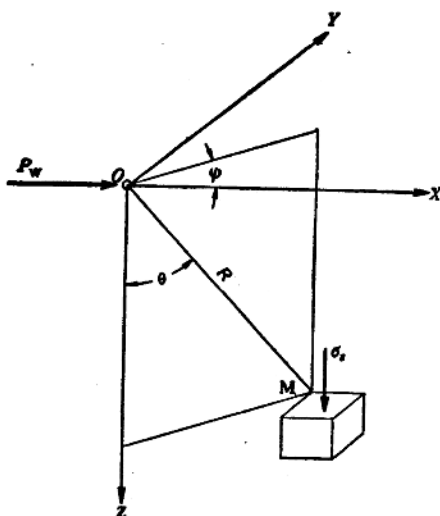
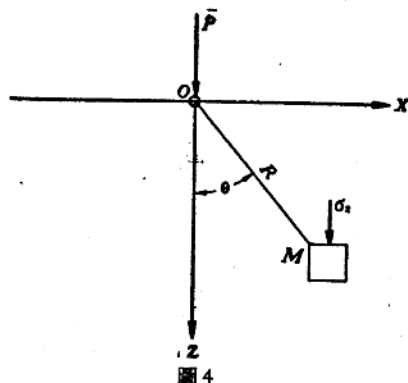


图 3

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \bar{f} \frac{\bar{p}}{R} \cos^{\nu} \theta \\ \theta' &= \bar{f}_{\theta} \frac{\bar{p}}{R} \cos^{\nu-2} \theta \end{aligned} \right\} (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{其中 } \bar{f} &= \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)^{\frac{\nu+2}{2}}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \\ \bar{f}_{\theta} &= \frac{2\nu}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)^{\nu/2}} = \\ &= \frac{2\nu}{3(\nu-1)} \bar{f} \end{aligned} \right\} (25)$$

Γ 代表伽馬 (Gamma) 函数。



ν	3	4	5	6
$\bar{f}$	$2/\pi$	$3/4$	$8/3\pi$	$15/16$
$\bar{f}_{\theta}$	$2/\pi$	$2/3$	$20/9\pi$	$3/4$

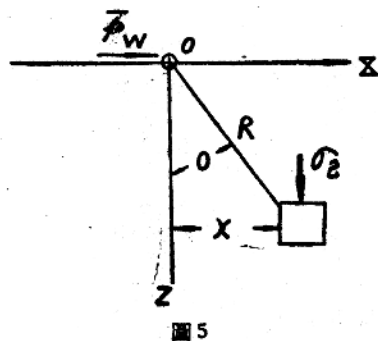
(4) 承載水平綫形集中荷重时地基中的应力分布

將式 (23) 沿了平行于 Y 軸的一直綫積分可以求得水平綫形集中荷重在非均質地基中所引起的应力分布:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \bar{f}_w \frac{\bar{p}_w x}{R^2} \cos^{\nu-1} \theta \\ \theta' &= \bar{f}_{w\theta} \frac{\bar{p}_w x}{R^2} \cos^{\nu-3} \theta \end{aligned} \right\} (26)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_w &= \frac{\nu(\nu-2)}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)^{\frac{\nu+2}{2}}} = \\ &= \frac{\nu-2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \\ \bar{f}_{w\theta} &= \frac{2\nu(\nu-2)}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)^{\nu/2}} = \\ &= \frac{2\nu}{3(\nu-1)} \bar{f}_w \end{aligned} \right\} (27)$$



ν	3	4	5	6
$\bar{f}_w$	$2/\pi$	$3/2$	$8/\pi$	$15/4$
$\bar{f}_{w\theta}$	$2/\pi$	$4/3$	$20/3\pi$	3

上述式(21)及式(23)是計算空間問題地基應力的基本公式。式(24)及式(26)是計算平面問題地基應力的基本公式。

四、水工建築物地基中的應力分布

建築物的基礎和地基接觸面上的荷載分布一般都是隨着上層建築和地基的相對剛度以及地基土壤的穩定條件而異的。要準確解決這個問題需要首先解決這一系列的問題：(1)上層建築變形的絕對值(例如混凝土板或混凝土框架等等的位移的絕對數值)；(2)地基沉降量與荷載間的準確關係；(3)地基中部分地區的土壤的塑性變形所引起的基底接觸壓力的再分布(例如砂土地基，在基礎的邊緣的接觸壓力就不能超過相當於基礎埋置深度的土壤自重所引起的壓力)。由於目前在這幾個方面的研究還不夠全面和深入，因此按照現今各種彈性地基理論所求得的基礎底面的壓力分布，還不能認為滿意和可靠。同時不同的基礎底面接觸壓力的分布對於基礎設計雖然有影響，但它對於基礎的平均沉降量的影響卻很小⁽¹²⁾⁽¹³⁾，因此在這種情況下為了適當地估計地基的沉降量，對於基礎的壓力分布作一些簡單化的假定，是完全可以容許的。

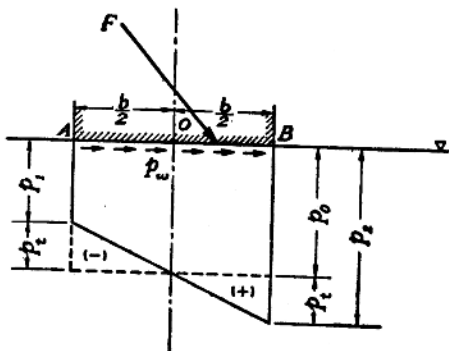


圖6

一般水工建築物的基礎通常是矩形的和條形的。基礎和地基接觸面上的垂直荷載分布通常可以假定是梯形的，因此可以把它當作一個垂直均布荷重 p_0 與一個反對稱的垂直三角形分布荷重 $\pm p_1$ 的和(見圖6)。基礎和地基接觸面的水平荷載 p_w 可以假定是均布的。

利用上節所述的應力基本公式，〔式(21)，(23)，(24)，(26)〕可以用積分法求得矩形與条形基礎在受上述幾種基本荷載時的 σ_z 與 θ 公式。

在下列各種公式中 b 代表基礎寬度 a 代表基礎長度(条形基礎 $a = \infty$)， z 代表

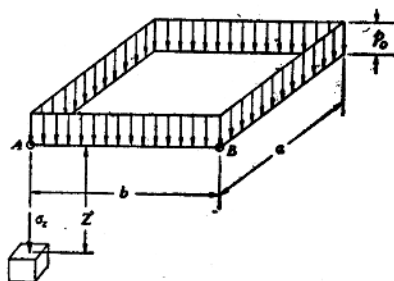


圖7

地基中某点（即求应力处）的深度，

$$m = a/b$$

$$n = z/b$$

同时荷重的强度在沿着基础长度的方向是假定没有变化的。

(1) 矩形基础：垂直均布荷重

角点 A 及 B 下的应力：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \alpha_0 p_0 \\ \theta &= (1 + \mu) \beta_0 p_0 \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\nu = 3^{(5)(7)}:$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{mn}{\sqrt{1+m^2+n^2}} \left(\frac{1}{m^2+n^2} + \frac{1}{1+n^2} \right) \right) \\ \beta_0 &= \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \end{aligned} \right\} (28)$$

式(28)的 α_0 及 β_0 值見附表 1-3a⁽¹⁴⁾ 及 1-3b

$$\nu = 4^{(5)(7)}:$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2\pi} \left(\left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{1+n^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{n^2+m^2} \right) \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{mn^2}{2(1+m^2+n^2)} \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{m^2+n^2} \right) \right) \\ \beta_0 &= \frac{2}{3\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}} \right) \end{aligned} \right\} (29)$$

式中(29)的 α_0 及 β_0 值見附表 1-4a 及 1-4b

$$\nu = 5^{(2)}:$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{mn}{(1+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right. \\ &\quad \left\{ 1 + \frac{n^2}{3(1+m^2+n^2)} + \frac{2n^2}{3(1+n^2)} \right\} + \frac{mn}{(m^2+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \\ &\quad \left\{ 1 + \frac{n^2}{3(1+m^2+n^2)} + \frac{2n^2}{3(m^2+n^2)} \right\} \right) \\ \beta_0 &= \frac{5}{9\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{mn}{\sqrt{1+m^2+n^2}} \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{m^2+n^2} \right) \right) \end{aligned} \right\} (30)$$

式(30)的 α_0 及 β_0 值見附表 1-5a 及 1-5b

$$\nu = 6^{(2)}:$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \left(1 + \frac{n^2}{2(1+n^2)} + \frac{3n^4}{8(1+n^2)^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}} \left(1 + \frac{n^2}{2(m^2+n^2)} + \frac{3n^4}{8(m^2+n^2)^2} \right) \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{mn^2}{2(1+m^2+n^2)} \left\{ \frac{1}{1+n^2} \left(1 + \frac{n^2}{2(1+m^2+n^2)} + \frac{3n^2}{4(1+n^2)} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{m^2+n^2} \left(1 + \frac{n^2}{2(1+m^2+n^2)} + \frac{3n^2}{4(m^2+n^2)} \right) \right\} \\
 \beta_0 = & \frac{1}{2\pi} \left(\left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{1+n^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} + \right. \\
 & + \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{m^2+n^2} \right) \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}} + \\
 & \left. + \frac{mn^2}{2(1+m^2+n^2)} \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{m^2+n^2} \right) \right) \quad (31)
 \end{aligned}$$

式(31)的 α_0 及 β_0 值見附表 1—6a 及 1—6b。

(2) 矩形基礎：水平均布荷重

角点 A 下应力用負号，角点 B 下用正号

$$\begin{aligned}
 \sigma_z &= \mp \alpha_w p_w \\
 \theta &= \mp (1+\mu) \beta_w p_w \quad (32) \\
 \nu &= 3^{(5)(7)}: \\
 \alpha_w &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} - \frac{mn^2}{(1+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \\
 \beta_w &= \frac{1}{\pi} \left(\lg_e \frac{\sqrt{1+n^2}}{n} \cdot \frac{m+\sqrt{m^2+n^2}}{m+\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \quad (33)
 \end{aligned}$$

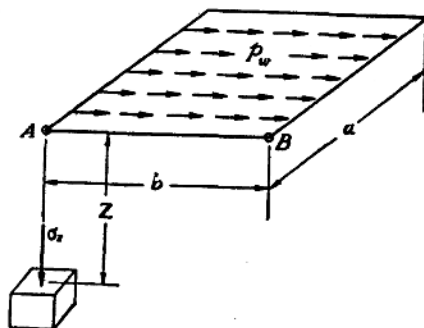


圖 8

式(33)的 α_w 及 β_w 值見附表 2—3a 及 2—3b。

$\nu = 4^{(5)(7)}:$

$$\begin{aligned}
 \alpha_w &= \frac{1}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n} - \frac{n^3}{(1+n^2)\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} + \right. \\
 & \quad \left. + mn \left\{ \frac{1}{m^2+n^2} - \frac{n^2}{(1+n^2)(1+m^2+n^2)} \right\} \right) \\
 \beta_w &= \frac{4}{3\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{m}{n} - \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \right) \quad (34)
 \end{aligned}$$

式(34)的 α_w 及 β_w 值見附表 2—4a 及 2—4b。

$\nu = 5:$

$$\begin{aligned}
 \alpha_w &= \frac{3}{2\pi} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} - \frac{m^3}{3(m^2+n^2)\sqrt{m^2+n^2}} - \frac{mn^4}{(1+n^2)^2\sqrt{1+m^2+n^2}} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{m^3n^4}{3(1+n^2)^2(1+m^2+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \\
 \beta_w &= \frac{5}{3\pi} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} - \frac{mn^2}{(1+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \quad (35)
 \end{aligned}$$

式(35)的 α_w 及 β_w 值見附表2-5a及2-5b。

$\nu=6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{mn^3}{2(m^2+n^2)^2} + \frac{3mn}{4(m^2+n^2)} + \frac{3}{4} \operatorname{arctg} \frac{m}{n} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{mn^5}{2(1+n^2)(1+m^2+n^2)^2} - \frac{3mn^3}{4(1+n^2)^2(1+m^2+n^2)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3n^5}{4(1+n^2)^2\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \right) \\ \beta_w &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{mn}{m^2+n^2} + \operatorname{arctg} \frac{m}{n} - \frac{mn^3}{(1+n^2)(1+m^2+n^2)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{n^3}{(1+n^2)\sqrt{1+n^2}} \operatorname{arctg} \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \right) \end{aligned} \right\} (36)$$

式(36)的 α_w 及 β_w 值見附表2-6a及2-6b。

(3) 矩形基礎: 反对称垂直三角形分布荷重

角点A的应力用負号, 角点B的应力用正号

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \mp \alpha_t p_t \\ \theta &= \mp (1+\mu) \beta_t p_t \end{aligned} \right\} (37)$$

$\nu=3$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - 2n\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - 2n\beta_w \end{aligned} \right\} (38)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(28), α_w 及 β_w 值見式(33)。式(38)中 α_t 及 β_t 值見附表3-3a及3-3b。

$\nu=4$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - n\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - n\beta_w \end{aligned} \right\} (39)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(29), α_w 及 β_w 值見式(34)。式(39)中 α_t 及 β_t 值見附表3-4a及3-4b。

$\nu=5$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - \frac{2}{3}n\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - \frac{2}{3}n\beta_w \end{aligned} \right\} (40)$$

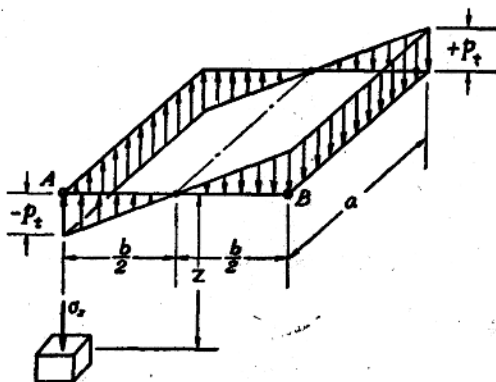


圖9

其中 α_0 及 β_0 值見式(30), α_w 及 β_w 值見式(35)。式(40)中 α_t 及 β_t 值見附表3-5a及3-5b。

$\nu=6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - \frac{n}{2}\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - \frac{n}{2}\beta_w \end{aligned} \right\} (41)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式 (31), α_w 及 β_w 值見式 (36)。式 (41) 中 α_t 及 β_t 值見附表 3-6 a 及 3-6 b。

(4) 矩形基礎：垂直三角分布荷重

角點 A 的應力是

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \alpha'_t p'_t \\ \theta &= (1 + \mu) \beta'_t p'_t \end{aligned} \right\} (42)$$

$\nu = 3^{(15)(16)}$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= n \alpha_w \\ \beta'_t &= n \beta_w \end{aligned} \right\} (43)$$

式 (43) 中 α'_t 及 β'_t 值見附表 4-3a⁽¹⁵⁾ 及 4-3b。

$\nu = 4$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{2} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{2} \beta_w \end{aligned} \right\} (44)$$

式 (44) 中 α'_t 及 β'_t 值見附表 4-4 a 及 4-4 b。

$\nu = 5$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{3} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{3} \beta_w \end{aligned} \right\} (45)$$

式 (45) 中 α'_t 及 β'_t 值見附表 4-5 a 及 4-5 b。

$\nu = 6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{4} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{4} \beta_w \end{aligned} \right\} (46)$$

式 (46) 中 α'_t 及 β'_t 值見附表 4-6 a 及 4-6 b。

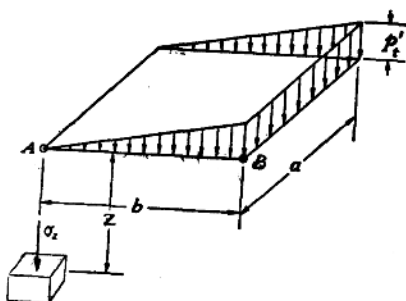


圖 10

(5) 条形基礎：垂直均布荷重

A 邊及 B 邊下應力為

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \alpha_0 p_0 \\ \theta' &= \beta_0 p_0 \end{aligned} \right\} (47)$$

$\nu = 3^{(17)}$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{\pi} \left(\tan^{-1} \frac{1}{n} + \frac{n}{1+n^2} \right) \\ \beta_0 &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{1}{n} \end{aligned} \right\} (48)$$

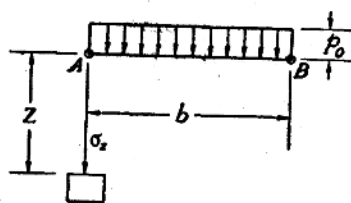


圖 11

$\nu=4$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{n^2}{2(1+n^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ \beta_0 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \end{aligned} \right\} (49)$$

$\nu=5$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{n} + \frac{n}{1+n^2} \left\{ 1 + \frac{2n^2}{3(1+n^2)} \right\} \right) \\ \beta_0 &= \frac{10}{9\pi} \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{n} + \frac{n}{1+n^2} \right) \end{aligned} \right\} (50)$$

$\nu=6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2\sqrt{1+n^2}} \left(1 + \frac{n^2}{2(1+n^2)} + \frac{3n^4}{8(1+n^2)^2} \right) \\ \beta_0 &= \frac{1}{2\sqrt{1+n^2}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{(1+n^2)} \right) \end{aligned} \right\} (51)$$

式(48)至(51)中 α_0 及 β_0 值見附表5a及5b。

(6) 条形基礎：水平均布荷重

A 边的应力用負号，B 边用正号。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \mp \alpha_w p_w \\ \theta' &= \mp \beta_w p_w \end{aligned} \right\} (52)$$

$\nu=3^{(17)}$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{1+n^2} \right) \\ \beta_w &= \frac{1}{\pi} \operatorname{tg} \left(\frac{1+n^2}{n^2} \right) \end{aligned} \right\} (53)$$

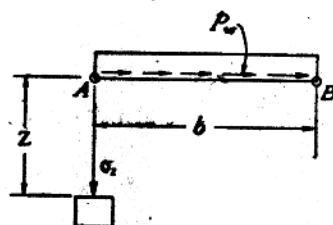


圖 12

$\nu=4$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n^3}{(1+n^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ \beta_w &= \frac{4}{3} \left(1 - \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \right) \end{aligned} \right\} (54)$$

$\nu=5$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{n^4}{(1+n^2)^2} \right) \\ \beta_w &= \frac{10}{3\pi} \left(1 - \frac{n^2}{1+n^2} \right) \end{aligned} \right\} (55)$$

$\nu=6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \frac{3}{4} \left(1 - \frac{n^5}{(1+n^2)^{\frac{5}{2}}} \right) \\ \beta_w &= \left(1 - \frac{n^3}{(1+n^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \end{aligned} \right\} (56)$$

式(53)至(56)中 α_w 及 β_w 值見附表 6a 及 6b。

(7) 条形基礎：反对称垂直三角形分布荷重

A 边下应力用負号，B 边下应力用正号

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \mp \alpha_t p_t \\ \theta' &= \mp \beta_t p_t \end{aligned} \right\} (57)$$

$\nu=3$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - 2n\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - 2n\beta_w \end{aligned} \right\} (58)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(48)， α_w 及 β_w 值見式(53)。

$\nu=4$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - n\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - n\beta_w \end{aligned} \right\} (59)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(49)， α_w 及 β_w 值見式(54)。

$\nu=5$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - \frac{2n}{3}\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - \frac{2n}{3}\beta_w \end{aligned} \right\} (60)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(50)， α_w 及 β_w 值見式(55)。

$\nu=6$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_t &= \alpha_0 - \frac{n}{2}\alpha_w \\ \beta_t &= \beta_0 - \frac{n}{2}\beta_w \end{aligned} \right\} (61)$$

其中 α_0 及 β_0 值見式(51)， α_w 及 β_w 值見式(56)。上述(58)至(61)式中 α_t 及 β_t 值見附表 7a 及 7b。

(8) 条形基礎：垂直三角形分布荷重

A 边下应力:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \alpha'_t p'_t \\ \theta' &= \beta'_t p'_t \end{aligned} \right\} (62)$$

$\nu=3^{(17)}$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= n\alpha_w \\ \beta'_t &= n\beta_w \end{aligned} \right\} (63)$$

其中 α_w 及 β_w 值見式(53)。

$\nu=4$:

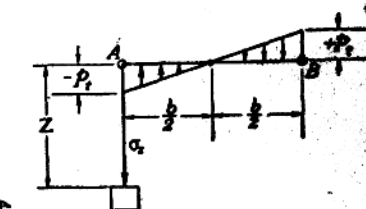


圖 13

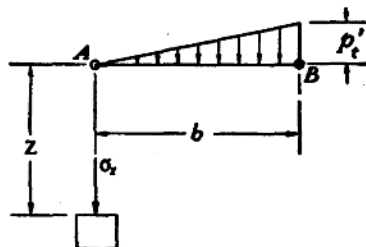


圖 14

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{2} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{2} \beta_w \end{aligned} \right\} (64)$$

其中 α_w 及 β_w 值見式 (54)。

$\nu=5$;

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{3} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{3} \beta_w \end{aligned} \right\} (65)$$

其中 α_w 及 β_w 值見式 (55)。

$\nu=6$;

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_t &= \frac{n}{4} \alpha_w \\ \beta'_t &= \frac{n}{4} \beta_w \end{aligned} \right\} (66)$$

其中 α_w 及 β_w 值見式 (56)。

上述式 (63) 至 (66) 中 α'_t 及 β'_t 值見附表 8a 及 8b。

五、土壤常數 μ 及 E 等的測定

在应用本文第二節所述方法計算沉降量时，需要測定两个土壤常數，即“泊桑比” μ 与 “彈性系数” E 的数值。这两个数值对于一般土壤來說都不是常数，它們是随土壤的密度，三向受力状态等因素而异的⁽¹⁸⁾ ⁽¹⁹⁾。根据式 (4) 可見如土体在 x, y, z 三个軸的方向所受的壓力相等，即 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p_0$ ， $\Theta = 3p_0$ 那末土的單位体積变化量是，

$$\Delta = 3 \frac{(1-2\mu)}{E} p_0 \quad (67)$$

如果土体受的是單向压力 p_x 即 $p_x = p_y = 0$ ， $\Theta = p_x$ 那末

$$\Delta = \frac{(1-2\mu)}{E} p_x \quad (68)$$

比較上述二式可見如果

$$p_0 = \frac{p_x}{3}$$

那末在这两种不同的荷重下土体的單位体積变化量應該相等。但是事实却并不是如此。根据爱丁 (Eidin)⁽²⁰⁾ 的試驗結果，各种土壤的 p_0 与 p_x 間的关系实际上應該用下式表明，即

$$p_0 = \delta \cdot p_x \quad (69)$$

其中 δ 之值对于某些塑性粘土可以大至 (+) 0.8，对于某些中实与密实的砂土可以小至 (-) 0.8。爱丁的試驗結果見下表：