



ZHUANGYUAN PEILIAN

九年义务教育四年制初中

根据最新版人教社教材编写

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初三代数(下)

战利超 主编

- 点击学习要点
- 荟萃经典习题
- 拓宽知识视野
- 强化素质能力



黑龙江少年儿童出版社

九年义务教育四年制初中

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初三代数(下)

	战利超	主编	
战利超	孙润珠	赵余龙	编写
李游	关明智	刘旭飞	

黑龙江少年儿童出版社

2006年·哈尔滨

丛书策划:于晓北 王朝晖 赵 力

刁小菊 张立新

责任编辑:宋德凤 杨秀华

《状元陪练》四年制(初三代数)编委会

主 编:战利超

副 主 编:孙润珠

编 委:战利超 孙润珠 赵余龙

李 游 关明智 刘旭飞

九年义务教育四年制初中

状 元 陪 练

初三代数(下)

战利超 主编

战利超 孙润珠 赵余龙 编写
李 游 关明智 刘旭飞

黑龙江少年儿童出版社出版

黑龙江省新华书店发行

黑龙江新华印刷厂印装

开本:787毫米×1092毫米 1/16 印张:30 字数:600 000

2004年1月第2版 2006年1月第3次印刷

ISBN 7-5319-2051-4 定价:35.40元(共6册)
G·1417

出版说明

为使广大学生走出茫茫题海,获得名列前茅的好成绩,我们根据大多数状元学生的成功经验之一——精选名题练习,特邀请富有经验的一线著名教师,编写了这套名为《状元陪练——全国名校同步训练名题精编》的高质量教学辅导用书。该丛书完全符合教育部关于课程改革的最新精神及素质教育的要求,与2006年新版教材同步,展示了全国多所名校著名教师教学新成果。

栏目介绍:

点击重点难点——根据教学要求,由名师就教材各个章、节知识点进行提示性讲解。

攻难解疑示例——结合例题,帮助学生掌握突破难点的思路和科学的解题方法。

课课达标◇状元陪练——博采众长,精选名题,与现行教材进行同步训练。

强化素质◇期中测试 提高素质◇期末评估——紧密贴近中考的要求,采取梯级拔高的形式,强化学生归纳、概括、运用知识的能力,增加跨学科知识的交叉渗透,提高学生创新能力。

中考权威预测——结合新的考试标准,贴近中考命题方向,帮助学生提高对中考的适应能力。

衷心期望《状元陪练》使更多的学生成为“状元”,也恳请广大读者在使用本丛书过程中,及时向我们提出宝贵意见和建议,以便修订再版时及时予以改正和提高。

《状元陪练》丛书编委会

2006年1月

☺ 把优异的成绩告诉父母

☺ 把发现的错误和建议寄给我们

《状元陪练》丛书读者意见反馈表

科别、册次:		
页码	正、倒行	错误及疑问
建 议		
通信地址、姓名		

黑龙江少年儿童出版社:哈尔滨市南岗区宣庆小区8号楼 邮编:150008 张立新 收

第十二章 一元二次方程	(1)	课课达标◇状元陪练	(36)
12.1 用公式法解一元二次方程 ...	(1)	12.6 一元二次方程的应用	(40)
点击重点难点	(1)	点击重点难点	(40)
攻难解疑示例	(1)	攻难解疑示例	(40)
课课达标◇状元陪练	(2)	课课达标◇状元陪练	(41)
12.2 用因式分解法解一元二次方程	(10)	12.7 可化为一元二次方程的分式方程	(46)
点击重点难点	(10)	点击重点难点	(46)
攻难解疑示例	(10)	攻难解疑示例	(46)
课课达标◇状元陪练	(11)	课课达标◇状元陪练	(47)
12.3 一元二次方程的根的判别式	(15)	12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组	(56)
点击重点难点	(15)	点击重点难点	(56)
攻难解疑示例	(15)	攻难解疑示例	(56)
课课达标◇状元陪练	(16)	课课达标◇状元陪练	(57)
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	(23)	12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组	(60)
点击重点难点	(23)	点击重点难点	(60)
攻难解疑示例	(23)	攻难解疑示例	(60)
课课达标◇状元陪练	(25)	课课达标◇状元陪练	(60)
强化素质 期中测试	(34)	提高素质 期末评估	(62)
12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)	(36)	中考权威预测	(64)
点击重点难点	(36)	参考答案	(66)
攻难解疑示例	(36)		

第十二章 一元二次方程

12.1 用公式法解一元二次方程

点击重点难点

重点

掌握一元二次方程的概念及其求根公式的推导.

难点

运用一元二次方程的四种解法.

攻难解疑示例

例 1 下列方程中是一元二次方程的有 () 个.

① $x^2 + x = 0$; ② $x^2 = -1$; ③ $(x+1)(x-1) = x^2 + 2x$; ④ $\frac{1}{x} + x = 3$; ⑤ $\sqrt{x} + x = 3$; ⑥ $2x^2 - 3xy = 0$.

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

点拨思路

经过化简后, 含有一个未知数并且未知项的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程. 此题中①是一元二次方程; ②也是一元二次方程, 只不过是一个没有解的一元二次方程; ③化简后不是 2 次; ④⑤不是整式方程; ⑥不是一元方程.

答案 A

例 2 指出关于 x 的二次方程 $(2-m)x^2 - m(3-x) + 1 = 0$ 的二次项系数, 一次项系数, 常数项.

点拨思路

对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 来说, 二次项系数为 a , 一次项系数为 b , 常数项是 c , 所以要确定各项系数必须先将一元二次方程化成一般形式, 再确定 a 、 b 、 c 的值.

答案

解: 原方程可化为: $(2-m)x^2 + mx - 3m + 1 = 0$. $\therefore$ 二次项系数为 $2-m$, 一次项系数为 m , 常数项是 $1-3m$.

例 3 解下列方程: ① $0.8x^2 - 4 = 0$; ②

$x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3} = 0$; ③ $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

点拨思路

若方程很容易化为 $x^2 = a$ ($a \geq 0$) 的形式, 可用直接开平方法解方程; 若能把方程的一边化为关于未知量的完全平方式, 而另一边则是非负数, 可用配方法, 若二次项系数为 1 时, 常数项是一次项系数一半的平方时, 此时这个二次三项式是完全平方式. 如果以上方法都不适用, 则可采用公式法, 即

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \text{ 的根是 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

答案

解: (1) $0.8x^2 - 4 = 0$
 $0.8x^2 = 4$
 $x^2 = 5$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}.$$

$$(2) x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{144} - \frac{1}{144} - \frac{1}{3} = 0$$

$$(x + \frac{1}{12})^2 = \frac{49}{144}$$

$$x + \frac{1}{12} = \pm \frac{7}{12}$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{2}{3}.$$

$$(3) 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$a = 3 \quad b = -5 \quad c = 2$$

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 2 = 1 > 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \times 3}, x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}.$$

例 4 解关于 x 的方程 $(x^2 - 2x) \cdot a - (x^2 - x - a) = 0$

点拨思路

此题中应先化为一般形式, $(a-1)x^2 + (1-2a)x + a = 0$, 然后分 $a-1=0$ 和 $a-1 \neq 0$ 两种情况进行讨论.

答案

解: 原方程可化为 $(a-1)x^2 + (1-2a)x + a = 0$

当 $a=1$ 时, $-x+1=0$, $\therefore x=1$.

当 $a \neq 1$ 时, $(a-1)x^2 + (1-2a)x + a = 0$.

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{a}{a-1}$$

例 5 已知关于 x 的方程 $(m + \sqrt{3})x^{m^2-1} + 2(m-1)x - 1 = 0$ (1) m 为何值时, 它是一元二次方程, 并求出此方程的解; (2) m 为何值时, 它是一元一次方程.

点拨思路

此题要根据一元二次方程和一元一次方程的定义, 确定 m 的值, 此方程为一元二次方程的条件是 $m^2-1=2$, 且 $m+\sqrt{3} \neq 0$;

此方程是一元一次方程的条件应按以下几个方面讨论:

① $m + \sqrt{3} = 0$ 且 $m - 1 \neq 0$ ② $m^2 - 1 = 1$ 且 $(m + \sqrt{3}) + 2(m - 1) \neq 0$ ③ $m^2 - 1 = 0$ 且 $2(m - 1) \neq 0$

答案

$$\text{解: (1)} \begin{cases} m^2 - 1 = 2 \\ m + \sqrt{3} \neq 0 \end{cases} \therefore m = \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 当 $m = \sqrt{3}$ 时, 原方程为一元二次方程.

当 $m = \sqrt{3}$ 时, 原方程可化为: $2\sqrt{3}x^2 + 2$

$$(\sqrt{3} - 1)x - 1 = 0 \quad \therefore x_1 = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}, x_2 = -\frac{3 + \sqrt{3}}{6}.$$

(2) 若使原方程为一元一次方程, 则 m 的情况应分三种情况讨论:

$$\text{①} \begin{cases} m + \sqrt{3} = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \therefore m = -\sqrt{3}$$

$$\text{②} \begin{cases} m^2 - 1 = 1 \\ m + \sqrt{3} + 2(m - 1) \neq 0 \end{cases} \therefore m = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{③} \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ 2(m - 1) \neq 0 \end{cases} \therefore m = -1$$

$\therefore$ 当 $m = -\sqrt{3}$ 或 $m = \pm\sqrt{2}$ 或 $m = -1$ 时, 原方程是一元一次方程.

课课达标◇状元陪练

一、选择题

1. 一元二次方程 $2x^2 + 3x = 4$ 的常数项是().

A. 4 B. -4 C. 2 D. 3

2. 一元二次方程 $\sqrt{2}x^2 = 7$ 的一次项系数为().

A. $\sqrt{2}$ B. -7 C. 0 D. 没有

3. 下列各个方程中, 是一元二次方程的

是().

A. $x^2 - \frac{1}{x} + 3 = 0$ B. $2(x^2 + x) = 2x^2 - 4$

C. $5x^2 - 4xy = 0$ D. $x(3x + 5) = 4$

4. 下列方程中关于 x 的一元二次方程有()个.

① $a^2 - 2$; ② $\frac{a^2 + 1}{a} = 5$; ③ $\frac{x^2 + 1}{2x} = 15$; ④

$k^2x + 6 + 2k = 0$; ⑤ $3x^2 + 6 = 4x$; ⑥ $\frac{x^2 + 1}{3} =$

$\frac{x}{2}$; ⑦ $x^2 = (x - 1)(x - 2)$.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

5. $2x^2 - \sqrt{3} + x = 2x$ 化成一般式 $ax^2 + bx + c = 0$ 后, a, b, c 的值分别为().

A. 2, -1, $-\sqrt{3}$ B. 2, 1, $-\sqrt{3}$

C. -2, $-\sqrt{3}$, 1 D. -2, 1, $-\sqrt{3}$

6. 已知关于 x 的方程 $(a - 1)x^2 + 5ax + 4 - a = 0$ 一定是().

A. 一元二次方程

B. 一元一次方程

C. 一元二次方程或一元一次方程

D. 无法确定

7. 一元二次方程的一般形式是().

A. $x^2 + ax + c = 0$

B. $ax^2 + bx + c = 0$

C. $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

D. 以上答案都不对

8. 若方程 $(a^2 - 1)x^2 + ax - 5 = 0$ 是一元二次方程, 则 a 的取值范围是().

A. $a \neq 1$ B. $a \neq -1$

C. $a \neq \pm 1$ D. $a \neq 0$

9. 下列说法中正确的是().

A. 方程 $5x^2 = 3x - 7$ 的二次项系数是 5, 一次项系数是 3, 常数项是 -7

B. $3a^2 - 2a - 2$ 是一元二次方程

C. $\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1 = 0$ 不是一元二次方程

D. 若 $(m - 1)^2 + n^2 = 0$, 则 $(n - 1)x^2 + (m - 1)x - 6 = 0$ 是一元二次方程

10. 关于 x 的方程 $3x^2 + 2x = 1$ 中, 各项的系数为().

A. 3, 2, -1 B. -3, -2, -1

C. 3, 2, 1 D. 以上都不对

11. 方程 $2x^2 = \frac{1}{4}$ 的解是().

A. $x = \pm \frac{1}{8}$ B. $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 方程 $2x(x - 3) = 5(x - 3)$ 的根是().

A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 3$

C. $x_1 = 3, x_2 = \frac{5}{2}$ D. $x = -\frac{5}{2}$

13. 已知 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $\frac{3}{2}x^2 - 2a = 0$ 的一个根, 则 $2a - 1$ 的值是().

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

14. 一元二次方程 $ax^2 - c = 0 (a \neq 0)$ 的解是().

A. $\frac{c}{a}$ B. $\frac{\sqrt{ac}}{a}$ C. $\pm \frac{\sqrt{ac}}{a}$

D. a, c 异号时, 无实根, a, c 同号时两个根是 $\pm \frac{\sqrt{ac}}{a}$

15. 方程 $3x^2 = 1$ 的解是().

A. $x = \pm \frac{1}{3}$ B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $x = \frac{1}{3}$ D. $x = \sqrt{3}$

16. 将方程 $\frac{1}{3}x^2 - x - 4 = 0$ 左边配成一个完全平方后, 所得的方程是().

A. $(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{39}{4}$ B. $(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{39}{4}$

C. $(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{57}{4}$ D. 以上答案都不对

17. 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式为().

A. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} (b^2 - 4ac \geq 0)$

B. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac > 0)$

C. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

D. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0)$

18. 若 $x = 1$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根则 $a + b + c$ 的值为().

A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

19. 方程 $x^2 - \sqrt{16} = 0$ 的根是().

A. ± 2 B. ± 4
C. ± 16 D. 以上都不对

20. 下列方程中适合用直接开平方法解的个数有()个.

① $\frac{1}{2}x^2 = 1$; ② $(x-1)^2 = 4$; ③ $\frac{1}{3}(x+2)^2 = 2$; ④ $x^2 = x + 2$; ⑤ $2x^2 - 1 = x^2 + 3$; ⑥ $x^2 - 2x - 3 = 0$; ⑦ $x^2 - x - 4 = 0$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

21. 要使关于 x 的方程 $(k^2 + k - 6)x^2 - (k-2)x + k = 2$ 为一元二次方程, 则 k 的取值范围是().

A. $k \neq -3$ 且 $k \neq 2$ B. $k \neq -3$ 或 $k \neq 2$
C. $k \neq 3$ 且 $k \neq -2$ D. $k \neq 3$ 或 $k \neq -2$

22. 将方程 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 配方, 正确的是().

A. $(x + \frac{2}{3})^2 = \frac{1}{3}$ B. $(x + \frac{2}{3})^2 = \frac{1}{9}$

C. $(3x + \frac{3}{2})^2 = \frac{5}{4}$ D. $(x + 2)^2 = 3$

23. 下列方程中, 一定是关于 x 的一元二次方程的是().

A. $7x^2 - 5x + m = 0$
B. $(x-1)(x^2+1) = 5$

C. $mx^2 - 5x + 7 = 0$

D. $(\sqrt{m}-2)x^2 = x$

24. 若方程 $x^2 + 4x + a^2 = 0$ 的左边是一个完全平方的形式, 则 a 的值是().

A. 4 B. 2 C. ± 4 D. ± 2

25. 下列语句中正确的个数为().

①方程 $x^2 + 9 = 0$ 的解是 $x = \pm 3$; ②方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一次项系数是 -2 ; ③若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根是 1 , 则 $a + b + c = 0$; ④关于 x 的方程 $ax^2 + c = 0$ 只有当 $ac < 0$ 时才有根.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

26. 方程 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 2 = 0$ 的根是().

A. $x_1 = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

B. $x_1 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2}$

C. $x_1 = \sqrt{5} + \sqrt{3}, x_2 = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

D. $x_1 = \sqrt{5} + \sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3} - \sqrt{5}$

27. 方程 $(x+y)(x+y-2) - 15 = 0$ 中, $x+y$ 的值是().

A. -5 或 3 B. 5 或 -3 C. 3 D. 5

28. 若最简二次根式 $\sqrt{x^2 + 3x}$ 与 $\sqrt{x+15}$ 是同类根式, 则 x 的值为().

A. -5 或 3 B. 5 或 -3 C. -5 D. 3

29. 方程 $9(x+1)^2 - 4(x-1)^2 = 0$ 的正确解法是().

A. 直接开方得 $3(x+1) = 2(x-1)$

B. 分解因式得 $\{3(x+1) + 2(x-1)\}[3(x+1) - 2(x-1)] = 0$

C. 化为一般式得 $13x^2 + 5 = 0$

D. 直接得 $x+1=0$ 或 $x-1=0$

30. 若代数式 $2x^2 + 3x + 7$ 的值为 8 , 那么 $4x^2 + 6x - 9$ 的值为().

A. 2 B. -17 C. -7 D. 7

31. 一个三角形两边长分别为 3cm 和 7cm, 第三边的长是 a cm, 若 a 满足 $a^2 - 10a + 21 = 0$, 则这个三角形的周长是().

- A. 13cm 或 17cm B. 13cm
C. 17cm D. 以上都不对

32. 若方程 $2x^2 - x + k^2 - 3k + 2 = 0$ 有一个根为 0, 则 k 的值为().

- A. 1 B. 2 C. 1 或 2 D. 1 或 -2

33. 若方程 $x^2 + 5xy - 6y^2 = 0$, 那么 x 与 y 的关系是().

- A. x 是 y 的 2 倍, x 是 y 的 3 倍
B. x 是 y 的 6 倍, x 是 y 的相反数
C. x 是 y 的 3 倍的相反数, x 是 y 的 2 倍的相反数
D. x 与 y 相等, x 是 y 的 6 倍的相反数

34. 若 $2x^2 + 3$ 与 $2x^2 - 4$ 互为相反数, 则 x 的值为().

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. ± 2 D. $\pm \frac{1}{2}$

35. 下列命题错误的是().

- A. 关于 x 的方程 $x^2 = a$ 必有两个互为相反数的根
B. 关于 x 的方程 $(x - a)^2 = b^2$ 必有两个实根
C. 关于 x 的方程 $mx^2 + nx = 0$ 必有一根是零
D. 关于 x 的方程 $x^2 + a^2 - 1 = 0$ 可能没有实根

36. 若 $x^2 - 4 = 0$, 则 $\frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ 的值为().

- A. 5 或 -3 B. 0 C. 3 或 -1 D. -1

37. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中的二次项系数与常数项之和等于一次项系数, 那么方程必有一根是().

- A. 0 B. -1 C. 1 D. ± 1

38. 方程 $x^2 - 3|x| - 2 = 0$ 的最小一个根

的负倒数是().

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{17})$ D. $\frac{1}{4}(\sqrt{17} - 3)$

39. 方程 $9x^2 - 6x + \frac{24}{25} = 0$ 的根为().

- A. $x_1 = \frac{2}{15}, x_2 = \frac{2}{5}$ B. $x_1 = \frac{4}{15}, x_2 = \frac{2}{5}$
C. $x_1 = \frac{4}{5}, x_2 = \frac{6}{5}$ D. $x_1 = \frac{4}{15}, x_2 = \frac{4}{5}$

40. 如果方程 $x^2 + px + q = 0$ 中有一个根是零, 另一个根非零, 则 p, q 的值是().

- A. $p = 0, q \neq 0$ B. $p = 0, q = 0$
C. $p \neq 0, q = 0$ D. $pq = 0$

二、填空题

1. 一元二次方程的一般形式是_____, 求根公式是_____.

2. 一元二次方程 $(3x + 1)^2 - 4 = 0$ 的根为_____.

3. 若代数式 $(2x + 1)^2$ 的值为 9, 则 x 的值为_____.

4. 把方程 $(x - 1)(x + 2) = 3$ 化为一般形式后, 它的二次项系数是_____, 一次项系数是_____, 常数项是_____.

5. 方程 $(a^2 - 1)x^2 + (a + 1)x + 1 = 0$, 当 a _____ 时, 为一元二次方程.

6. 方程 $ax^2 = bx - ax + 1 - bx^2$ ($a + b \neq 0$) 中, 二次项系数为_____, 一次项系数为_____, 常数项为_____.

7. 若当 $x = -2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 6, 那么当 $x = 2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值是_____.

8. 若二次三项式 $x^2 + \frac{3}{2}x + k$ 是一个完全平方式, 则 k 的值为_____.

9. 一元二次方程 $x^2 - 3x + 3 = 0$ 的解是

10. 若 $(x - a)^2 = b$, 则当 b _____ 时, 方程有实数根, 当 b _____ 时, 方程没有实数根.

11. 若 $x = 1$ 是方程 $(\sqrt{2} - 1)x^2 + bx - 2\sqrt{2} = 0$ 的一个根, 则 $b =$ _____.

12. 方程 $2x^2 - x = x^2 - x + 5$ 的解是

13. 方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$, 用配方法解可化为 $(x + b)^2 = 5$ 式中的 $b =$ _____.

14. 若 $k = a^2 + b^2$, 且 a, b 是方程 $(x - 2)(x - 1) = 0$ 的两个根, 则 $\sqrt{k} =$ _____.

15. 若二次三项式 $4x^2 - (4m - 1)x + m^2 + 1$ 是完全平方式, 则 m 的值是 _____.

16. 关于 x 的一元二次方程 $6x^2 - 5kx - 12k^2 + 6 = 0$ 有一个根是 0, 则 $k =$ _____.

17. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有一个根是 0, 则 _____, 只有一个根是 0, 则 _____.

18. 一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 的一个根是 $\sqrt{5} - 2$, 则 $m =$ _____.

19. 方程 $x^2 - \sqrt{625} = 0$ 的根是

20. 关于 x 的一元二次方程 $a^2x^2 - 4ax - 12 = 0$ 的解为 _____.

21. 若 $x^2 + x - 2 = 0$, 则 $x^2 + x + \frac{1}{x^2 + x} =$ _____.

22. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, 若 $c = 0$, 则必有一个根为 _____, 若 $a + b + c = 0$, 则必有一个根为 _____, 若 $a - b + c = 0$, 则必有一个根为 _____.

23. 已知 $a^2 - a - 1 = 0$, 则 $-a^3 + 2a^2 + 2002$ 的值为 _____.

24. 方程 $x^2 - 3|x| + 1 = 0$ 的实数根的个

数为 _____.

25. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{2x^2 - 5x + 3}{4x^2 - 16x + 15}$ 的值为 0.

26. 若 $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 1) - 6 = 0$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为 _____.

27. 如果 $\sqrt{a-1} + |b+1| + (c+1)^2 = 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根为

28. 下列方程 ① $2x^2 - \frac{1}{x} = 0$, ② $x^2 + \sqrt{x} - 1 = 0$, ③ $\frac{x^2}{3} + 1 = 0$, ④ $-3x^2 + 5x = (x + 1)^2$ 中, 共有 _____ 个一元二次方程.

29. 已知三角形两边长分别为 1 和 2, 第三边的数值是方程 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 的根, 那么此三角形的周长是 _____.

30. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根是 1, 且 $b = \sqrt{a-1} + \sqrt{1-a} + 2$, 则 $c =$ _____.

31. 已知方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的一个根是 2, 另一正根同时是方程 $(x + 4)^2 = 3x + 52$ 的根, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

32. 方程 $x^2 - 6|x| + 5 = 0$ 的解为

33. (1) 当 m _____ 时, $(m - 3)x^2 - (m - 1)x - m = 0$ 是一元一次方程;

(2) 当 m _____ 时, $(m + 1)x^2 - (m - 1)x + m = 0$ 是一元二次方程;

(3) 当 m _____ 时, $(m^2 + 1)x^2 - (m + 2)x - m = 0$ 是一元二次方程.

34. 若关于 x 的方程 $2x^2 + 3ax - 2a = 0$ 有一个根是 $x = 2$, 则关于 y 的方程 $y^2 + a = 7$ 的解应是 _____.

35. 如果一元二次方程 $(ax + 1)(x - a) = a - 2$ 的各项系数之和等于 3, 则 $a =$ _____, 此时方程的根为 _____.

三、解下列关于 x 的方程

1. 用直接开平方法解方程

$$(1)(x+2)^2-3=0$$

$$(2)(x-2)^2=(2x+3)^2$$

$$(3)(3x-\sqrt{3})^2-27=0$$

$$(4)\frac{1}{2}(5-2x)^2=50(x+1)^2$$

$$(5)(3x-4)^2=(4x-3)^2$$

$$(6)(2x-1)^2=18$$

$$(7)3(\sqrt{2}-2x)^2-54=0$$

$$(8)\frac{2}{3}(4-3x)^2=\frac{27}{8}$$

$$(9)(x-1)^2=(m-n)^2$$

$$(10)(x-m)^2=m^2+2m+1$$

2. 用配方法解下列方程

$$(1)2x^2-7x+3=0$$

$$(2)x^2+5x+2=0$$

$$(3)2x^2-5x-8=0$$

$$(4)x^2+44=14x$$

$$(5)3x^2-1=6x$$

$$(6)x^2+2x-2=0$$

$$(7)10x^2-19x-15=0$$

$$(8) x^2 - 4x + 12 = 5 + 2x$$

$$(9) x\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = 3x\left(\frac{1}{2}x - 1\right) - 4$$

$$(10) \frac{(x+1)(x-1)}{2} = (x-2)^2 - \left(1 - \frac{1}{2}x^2\right)$$

3. 用公式法解下列方程

$$(1) 3x^2 + 4x - 7 = 0 \quad (2) 3x^2 - 2x = 1$$

$$(3) -2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(4) (x-1)(x+3) - 4 = 0$$

$$(5) x^2 + 3 = 2\sqrt{3}x$$

$$(6) \sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$$

$$(7) 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(8) \frac{2}{3}y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$(9) \left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2 = \frac{1}{3}(79 - x)$$

$$(10) 2x^2 + 2x = 1$$

4. 用适当的方法解下列方程

$$(1) x^2 - 4x + 3 = 0 \quad (2) x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$(3) 9(x-2)^2 = 4(x+1)^2$$

$$(4) x(x+a) = b(a+b)$$

$$(5) 3\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2} - x\right) - 2 = 0$$

$$(6) mn x^2 - (m^2 + n^2)x + mn = 0 (mn \neq 0)$$

$$(7) \frac{3}{2}y^2 + 4y = 1$$

$$(8)(3x-1)(2x+1)=3$$

$$(9)(2x-\sqrt{5})(3x+\sqrt{5})+4=0$$

$$(10)(x-5)(x+3)+(x-2)(x+4)=26$$

5. 若关于 x 的方程 $(a+1)x^{a^2-3a-2} + 27ax + 5 = 0$ 是一元二次方程, 求方程 $ax^2 + a - 17 = 0$ 的解.

6. 用配方法推导 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, b^2 - 4ac \geq 0)$ 的求根公式.

7. 已知 a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根, 求 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1}$ 的值.

8. 如果 a 是方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根, 且 $a \neq 0$, 求 $a + b$ 的值.

9. 已知方程 $x^2 + px + q = 0$ 的一个根与方程 $x^2 + qx - p = 0$ 的一个根互为相反数, 且 $p + q = 0$, 求 $p - q$ 的值.

10. 如果 k 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根, 求代数式 $\frac{2a^5 - 5a^4 + 2a^3 - 8a^2}{a^2 + 1}$ 的值.

11. 已知一元二次方程 $x^2 - 2003x + 1 = 0$ 的一个根是 a , 求代数式 $a^2 - 2002a + \frac{2003}{a^2 + 1}$ 的值.

12. 已知方程 $x^2 - mx + m + 5 = 0$ 有两个实数根为 a, b , 方程 $x^2 - (8m + 1)x + 15m + 7 = 0$ 有两个实数根为 a, c , 求 a^2bc 的值.

13. 已知: $3x^2 = x + 1$, 求多项式 $6x^3 + 7x^2 - 5x + 2000$ 的值.

14. 已知 $\sqrt{a^2 - 3a + 2} + |b + 1| + (c + 3)^2 = 0$, 求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根.

15. 若关于 x 的方程 $x^2 + x + a = 0$ 与 $x^2 + ax + 1 = 0$ 有一个公共的实数根, 求 a 的值.

16. 设 c 为实数, 且方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 的一个根的相反数是方程 $x^2 + 3x - c = 0$ 的一个根, 求方程 $x^2 + 3x - c = 0$ 的根和 c 的值.

17. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 1 = 0$ 和方程 $2x^2 - (m - 3)x - 5 = 0$ 有一个相同的根, 求这个相同的根.

18. 若 $x^{2a+b} - 2x^{a-b} + 3 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 求 a, b 的值.

19. 已知 x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根, $s_1 = x_1 + x_2, s_2 = x_1^2 + x_2^2, s_3 = x_1^3 + x_2^3$, 求证: $as_3 + bs_2 + cs_1 = 0$.

20. 已知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $6b^2 = 25ac$, 求这个方程两根之比.

12.2 用因式分解法解一元二次方程

点击重点难点

重点

掌握用因式分解法解一元二次方程.

难点

因式分解中公式的正确应用.

攻难解疑示例

例1 用因式分解法解方程:

$$(x+1)(x+3) = 15$$

点拨思路

因式分解法的理论依据是: 两个因式的积等于0, 那么这两个因式中至少有一个等于0. 用因式分解法解一元二次方程的一般步骤为: (1) 将方程的右边化为0; (2) 将方程的左边分解为两个一次因式的乘积; (3) 令每个因式分别为0, 得到两个一元一次方程; (4) 解这两个一元一次方程, 它们的解就

是原方程的解。

答案

解:原方程可化简为 $x^2 + 4x - 12 = 0$, $(x + 6)(x - 2) = 0$. $x + 6 = 0$ 或 $x - 2 = 0$, $\therefore x_1 = -6, x_2 = 2$.

例 2 解关于 x 的方程:

$$x^2 - m(3x - 2m + n) - n^2 = 0$$

点拨思路

原方程化成一般式为 $x^2 - 3mx + (2m^2 - mn - n^2) = 0$, 则常数项 $2m^2 - mn - n^2 = (2m + n)(m - n)$, 而一次项 $-3m = [-(2m - n)] + [-(m - n)]$, 所以可用因式分解法求解。

答案

解:原方程可化简为 $x^2 - 3mx + (2m^2 - mn - n^2) = 0$, $(x - 2m - n)(x - m + n) = 0$
 $\therefore x - 2m - n = 0$ 或 $x - m + n = 0$, $\therefore x_1 = 2m + n, x_2 = m - n$.

课课达标◇状元陪练

一、选择题

1. 方程 $(x - 2)(x + 3) = 0$ 的根为 ().
 A. $x = 2$ 或 $x = -3$ B. $x = -2$ 或 $x = 3$
 C. $x = 2$ 且 $x = -3$ D. $x = -2$ 且 $x = 3$
2. 方程 $(2 - 3x) + (3x - 2)^2 = 0$ 的根是 ().
 A. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1$ B. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{1}{3}$
 C. $x_1 = x_2 = \frac{2}{3}$ D. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1$
3. 方程 $x^2 - x = x - 1$ 的根为 ().
 A. $x = 0$ B. $x = 1$
 C. $x_1 = x_2 = 1$ D. 以上答案都不对

4. 方程 $(2x + 5 - 3x^2)(x + 2) = 0$ 的根为 ().

- A. $x_1 = 2, x_2 = \frac{5}{3}, x_3 = -1$
 B. $x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = \frac{5}{3}$
 C. $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -\frac{5}{3}$
 D. $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = -\frac{5}{3}$

5. 方程 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 的两个根为 ().

- A. $x_1 = 1, x_2 = -5$ B. $x_1 = -1, x_2 = 5$
 C. $x_1 = -1, x_2 = -5$ D. $x_1 = 3, x_2 = 5$

6. 方程 $(x + 1)^2 = 4(x - 2)^2$ 的解是 ().

- A. $x = 5$ B. $x = 1$
 C. $x_1 = 1, x_2 = 5$ D. $x_1 = 1, x_2 = -2$

7. 解方程① $x^2 - 3 = 0$; ② $9x^2 - 12x - 1 = 0$; ③ $12x^2 + 12 = 25x$; ④ $2(5x - 1)^2 = 3(5x - 1)$. 较为简便的方法是 ().

A. 依次为: 直接开平方法、配方法、公式法、直接开平方法

B. 依次为: 因式分解法、公式法、配方法、直接开平方法

C. 依次为: 直接开平方法、公式法、公式法、因式分解法

D. 依次为: 直接开平方法、公式法、因式分解法、因式分解法

8. 方程 $(x - 1)(x - 5) = 1$ 的两个根等于 ().

- A. $x_1 = 5, x_2 = 1$ B. $x_1 = 6, x_2 = 2$
 C. $x_1 = 3 + \sqrt{5}, x_2 = 3 - \sqrt{5}$
 D. $x_1 = -3 + \sqrt{5}, x_2 = -3 - \sqrt{5}$

9. 方程 $(x + 1)(x + 3) = -1$ 的根为 ().

- A. $x_1 = -1, x_2 = -3$ B. $x = -2$

C. $x_1 = x_2 = -2$ D. $x_1 = x_2 = 2$

10. 解方程 $4(5x-1)^2 = 11(5x-1)$ 的最佳方法应选择().

- A. 直接开平方法 B. 因式分解法
C. 配方法 D. 公式法

11. 若 $y = x^2 - 3x + 2$, 当 y 的值为零时, x 应取().

- A. -1 B. -2 C. 1 或 2 D. -1 或 -2

12. 方程 $5x^2 + 5y^2 + 8xy - 2x + 2y + 2 = 0$ 的实数解应为().

- A. $x = 1, y = -1$ B. $x = -1, y = 1$
C. $x = 1, y = 1$ D. $x = -1, y = -1$

13. 关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - m(2x - \frac{1}{3}) - x + \frac{1}{3}m^2 = 0$ 的解为().

- A. $x_1 = -\frac{1}{3}m, x_2 = \frac{m+1}{3}$
B. $x_1 = -\frac{1}{3}m, x_2 = -\frac{(m+1)}{3}$
C. $x_1 = \frac{m}{3}, x_2 = \frac{m+1}{3}$
D. $x_1 = \frac{2}{3}m, x_2 = \frac{m+1}{3}$

14. 方程 $\frac{1}{2}(1 - \frac{3}{2}x(x - \frac{1}{3})) = x - \frac{1}{3}$ 的解是().

- A. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{5}{3}$
B. $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{5}{3}$
C. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{5}{3}$
D. $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{5}{3}$

15. 如果分式 $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ 的值为 0, 则 x 应为().

- A. 2 或 1 B. 2
C. 1 D. 分式值不能为 0

16. 下列各个方程中, 两个根的和是 3 的一元二次方程是().

A. $x^2 + 3x - 4 = 0$ B. $x^2 - 3x + 4 = 0$

C. $x^2 - 3x - 4 = 0$ D. $x^2 + 3x + 4 = 0$

17. 方程 $(3x-1)^2 - \frac{1}{\sqrt{625}} = 0$ 的根是().

- A. $x_1 = \frac{12}{5}, x_2 = \frac{18}{5}$ B. $x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = \frac{4}{15}$
C. $x_1 = x_2 = \frac{2}{5}$ D. 以上都不对

18. 若代数式 $x^2 + 4x - 2$ 的值为 3, 则代数式 $2x^2 + 8x - 5$ 的值为().

- A. 5 B. -5 C. 25 D. 0

19. 如果 a 是一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 的一个根, 那么 a 的值等于().

- A. 1 或 2 B. 0 或 -3
C. -1 或 -2 D. 0 或 3

20. 一元三次方程 $a^3 - 5a^2 + 6a = 0$ 的根为().

- A. 0, -2, -3 B. 0, 2, 3
C. 0, 1, 6 D. 0, -1, -6

二. 填空题

1. 当一元二次方程的一边是零, 而另一边易于分解成两个一次因式的积, 这时可采用_____方法来解方程.

2. 方程 $(x-2)(x+a) = 0$ 的根为_____.

3. 若代数式 $x^2 - 3x + 1$ 的值为 5, 则代数式 $2x^2 + x$ 的值为_____.

4. 方程 $x^2 - 3|x| + 2 = 0$, 当 $x > 0$ 时原方程可化为_____, 解得 $x =$ _____; 当 $x < 0$ 时, 原方程可化为_____, 解得 $x =$ _____.

5. 若关于 x 的方程 $2x^2 - 2mx - 6 = 0$ 的两个根为 $x_1 = 1, x_2 = -3$, 则 m 的值为_____.

6. 方程 $(x+1)^2 = 4(x-2)^2$ 的解是_____.