

高中数学

能力激活

(高三第一轮复习)

主编 汪祖亨 张林森



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高中数学能力激活

(高三第一轮复习)

汪祖亨 张林森 主编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学能力激活. 高三第一轮复习/汪祖亨, 张林

森主编. —北京: 高等教育出版社, 2006. 7

ISBN 7-04-019885-1

I. 高... II. ①汪... ②张... III. 数学课—高中—
升学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 074239 号

责任编辑 徐 东 封面设计 吴 昊 责任印制 潘文瑞

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010--58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		021-56964871
邮政编码	100011	免费咨询	800-810-0598
总 机	010-58581000	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	021-56965341		http://www.hep.com.cn
			http://www.hepsh.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
排 版	南京理工出版信息技术有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	宜兴德胜印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×1092 1/16	版 次	2006 年 7 月第 1 版
印 张	26	印 次	2006 年 7 月第 1 次
字 数	620 000	定 价	30.00 元
插 页	1		

凡购买高等教育出版社图书, 如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19885-00

前言

当今世界各国经济发展的全球化趋势日益明显,工业经济加速向知识经济过渡,科技发展日新月异,人才竞争和人才培养已成为各国综合国力竞争的一个制高点.在此背景下,上海高考试题中的能力要求(如思维能力、推理能力、运算能力、空间想像能力、分析问题和解决问题的能力)也与时俱进,发生了显著的变化.“以能力立意”的命题思想越来越突出,这种能力不仅是对学科知识的理解、运用、分析与综合的能力,而且是跨学科的知识渗透、综合能力以及面向社会、生产和科技的实际应用能力、创新精神.

为了帮助广大考生认识试题能力变化发展的趋势,跟上能力要求变革的步伐,改革传统的高三复习方案,提升能力发展的复习对策,争取在系统的知识梳理、能力激活和学生思维品质提升上有新的突破,我们在研究近几年高考试题的命题特点和演变规律的基础上,在总结我们数十年参与数学高复经验的基础上,尝试编写这本高中数学复习用书.在编写中我们力争体现以下特色:

(1) 总结近年来高考命题规律、求解通法和创新题型的发展趋向,选编最能体现综合应用能力、创新精神和思维素质的新型试题按章节和专题合理编排训练方案,科学、有序地激活能力;

(2) 指导解题策略、展示思维过程、揭示常见陷阱、凸现变式规律、渗透数学思想方法,在系统复习和训练的过程中让学生有效地学会思考、掌握方法、发展技能;

(3) 落实上海二期课改精神,以学生发展为本,提高创新能力培养的意识,并指导复习的全过程;

(4) 每一讲的设计都顾及课时容量、配套训练和分层要求,兼顾了新老教材的共同特点,使本书既可作为高三课堂教学复习使用,又提供不同层次学生自学拓展之需.充分体现选材的新颖、典型、实用和梯度.

本书分上、下两册,上册用于高三第一轮复习,约 90 课时,每章安排单元测试一节.下册用于第二轮复习,安排 12 个专题讲练和 18 份小题能力训练及 8 套高考模拟试卷,主要体现重要的数学思想方法、综合能力与创新能力的要求.

上册每讲的内容大致包括以下四个部分:

(1) 知识要点 梳理知识与能力要求,给予学习指导;

(2) 基础训练 围绕重点知识,体现基础知识的基本应用;



(3) 精选例题 展现过程分析、方法点评. 体现一题多解、变式训练、错解分析; 体现知识的延伸与拓展; 体现数学的应用;

(4) 能力训练 巩固知识、激活能力.

本书编者和主审人员都是参与二期课改的部分重点中学资深教师, 既对二期课改有较透彻的理解, 又有多年指导高考复习的经验. 本书的主编为汪祖亨和张林森, 参加编写的人员有: 倪声钟、瞿培青、王甘梅、刘家平、刘萍、刘岚、陈文珊、杜平、陆美萍、沈文星、李伟、陈炜、周一民、金复刚、吴雅萍、张立瑾、张小红、赵岚、官丽君、徐珏、徐颖倩、袁春清、曾盛.

我们期待本书在帮助高三学生的复习过程中取得良好的实效, 在能力的提升上有长足的进步. 此外, 本书在吸取过去经验的基础上内容和编排作了较大幅度的调整, 在此向为本书提出宝贵意见的老师表示诚挚的感谢.

编 者

2006 年 4 月



系列教辅丛书

激活学习潜能

开启成功之门

数学系列

书 名	作 者	估定价	出版时间
高中数学能力激活(一年级上)	李秋明	14.00元	已出版
高中数学能力激活(一年级下)	李秋明	14.00元	已出版
高中数学能力激活(二年级上)	李秋明	16.00元	已出版
高中数学能力激活(二年级下)	李秋明	12.50元	已出版
高中数学能力激活(三年级上)	汪祖亨 张林森	39.80元	已出版
高中数学能力激活(三年级下)	汪祖亨 张林森	17.00元	已出版
高中数学能力激活(高三第一轮复习)	汪祖亨 张林森	30.00元	已出版
数学(六年级第一学期)	梁志明	16.00元	2006年7月
数学(六年级第二学期)	梁志明	16.00元	2006年12月
数学(七年级第一学期)	梁志明	13.50元	已出版
数学(七年级第二学期)	梁志明	16.00元	2006年12月
数学(八年级第一学期)	梁志明	16.00元	2007年7月
数学(八年级第二学期)	梁志明	16.00元	2007年12月
数学(九年级第一学期)	梁志明	18.00元	2007年7月
数学(九年级第二学期)	梁志明	18.00元	2007年12月

语文系列

书 名	作 者	估定价	出版时间
语文(六年级第一学期)	刘桂松	18.00元	2006年7月
语文(六年级第二学期)	刘桂松	18.00元	2006年12月
语文(七年级第一学期)	伦丰和	18.00元	2006年7月
语文(七年级第二学期)	伦丰和	18.00元	2006年12月
语文(八年级第一学期)	刘桂松	18.00元	2007年7月
语文(八年级第二学期)	刘桂松	18.00元	2007年12月
语文(九年级第一学期)	陈庭茂	18.00元	2007年7月
语文(九年级第二学期)	陈庭茂	18.00元	2007年12月
高中语文·古诗文阅读	方宁勋	18.00元	2006年7月
高中语文·写作	陈钟燦	18.00元	2006年7月
高中语文·现代文阅读	方仁工	16.50元	已出版

物理系列

书 名	作 者	估定价	出版时间
物理(八年级第一学期)	编写组	16.00元	2006年7月
物理(八年级第二学期)	编写组	16.00元	2006年12月
物理(九年级第一学期)	编写组	18.00元	2006年7月
物理(九年级第二学期)	编写组	18.00元	2006年12月
物理(高中一年级第一学期)	编写组	16.00元	2006年7月
物理(高中一年级第二学期)	编写组	16.00元	2006年12月
物理(高中二年级第一学期)	编写组	16.00元	2006年7月
物理(高中二年级第二学期)	编写组	16.00元	2006年12月
物理(高中三年级第一学期)	编写组	18.00元	2006年7月
物理(高中三年级第二学期)	编写组	18.00元	2006年12月

化学系列

书 名	作 者	估定价	出版时间
化学（九年级第一学期）	陈基福	18.00元	2006年7月
化学（九年级第二学期）	陈基福	18.00元	2006年12月
化学（高中一年级第一学期）	陈基福	13.00元	已出版
化学（高中一年级第二学期）	陈基福	16.00元	2006年12月
化学（高中二年级第一学期）	陈基福	16.00元	2006年7月
化学（高中二年级第二学期）	陈基福	16.00元	2006年12月
化学（高中三年级第一学期）	陈基福	17.00元	已出版
化学（高中三年级第二学期）	陈基福	18.00元	2006年12月

英语系列

高中英语能力激活系列丛书

书 名	作 者	估定价	出版时间
高中英语能力激活（1）	沈良金	26.00元	已出版
高中英语能力激活（2）	沈良金	28.00元	已出版
高中英语能力激活（3）	沈良金	26.00元	已出版
高中英语能力激活（4）	沈良金	26.00元	已出版
高中英语能力激活（5）	沈良金	22.00元	已出版
高中英语能力激活（6）	沈良金	22.00元	已出版

分题型练习系列丛书

书 名	作 者	估定价	出版时间
高中英语能力激活 阅读理解150篇	楚 理	15.00元	已出版
高中英语能力激活 完形填空200篇	唐敏芳	15.00元	已出版
高中英语能力激活 语法练习3000题	吴明良	15.00元	已出版
高中英语能力激活 词汇练习2500题	程 方	12.00元	已出版
高中英语能力激活 听力练习300题（含磁带）	赵 怡	21.00元	已出版
高中英语能力激活 作文练习300篇	胡伟立	12.00元	已出版
初中英语能力激活 阅读理解200篇	楚 理	15.00元	已出版
初中英语能力激活 完形填空300篇	章大泓 等	12.00元	已出版
初中英语能力激活 语法练习2000题	张梅梅 等	12.00元	已出版
初中英语能力激活 词汇练习2000题	程 方	10.00元	已出版
初中英语能力激活 听力练习300题（含磁带）	许 晴	21.00元	已出版
初中英语能力激活 作文练习300篇	蒋 茵 等	12.00元	已出版

书 名	作 者	估定价	出版时间
能力激活 中学英语语法手册	吴荣铭 吴明良 等	25.00元	已出版

为了更好地为您服务，如有疑问，请按如下方式与我们联系、沟通。希望我们的“能力激活”能助您一臂之力。

发行部电话：021-56964871

编辑部电话：021-55600931

读者服务部电话：021-56969109

地址：上海市宝山路848号

邮编：200081

E-mail: dxu@hepsh.com

网址：www.hepsh.com

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其行为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话:(010)58581897/58581896/58581879

传 真:(010)82086060

E - mail:dd@hep.com.cn

通信地址:北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编:100011

购书请拨打电话:(010)58581118



目 录

第一章 集合与命题	1
1.1 集合的概念	1
1.2 集合的运算	5
1.3 命题与充要条件	8
1.4 单元测试	11
第二章 不等式	14
2.1 不等式的基本性质	14
2.2 基本不等式及其应用	18
2.3 不等式的证明(1)——比较法	21
2.4 不等式的证明(2)——综合法与分析法	24
2.5 解不等式(1)——有理不等式的解法	27
2.6 解不等式(2)——指对数不等式的解法	30
2.7 解不等式(3)——无理不等式的解法及含有绝对值不等式的解法	33
2.8 不等式的应用与拓展	37
2.9 单元测试	40
第三章 函数	42
3.1 函数的概念及其运算	43
3.2 函数的奇偶性与周期性	47
3.3 函数的单调性	50
3.4 函数的最大值与最小值	53
3.5 二次函数	57
3.6 幂函数与函数 $y = ax + \frac{b}{x}$ ($a, b \in \mathbf{R}^+$) 的图像与性质	60
3.7 指数函数的图像与性质	64
3.8 对数运算及其性质	67
3.9 反函数	70
3.10 对数函数的图像及其性质	74
3.11 指数方程与对数方程	78
3.12 函数的图像	81
3.13 函数应用问题	84
3.14 单元测试	87
第四章 三角比	90
4.1 任意角的三角比	90
4.2 同角三角比的关系	94



4.3	诱导公式	98
4.4	三角恒等式(1)	101
4.5	三角恒等式(2)	104
4.6	和差化积与积化和差	107
4.7	解斜三角形	110
4.8	单元测试	113
第五章	三角函数	115
5.1	三角函数的定义域与值域	115
5.2	三角函数的性质	119
5.3	三角函数的图像	123
5.4	反正弦、反余弦和反正切函数	128
5.5	简单的三角方程	132
5.6	单元测试	135
第六章	数列与数学归纳法	138
6.1	数列的概念	138
6.2	等差数列与等比数列(1)	142
6.3	等差数列与等比数列(2)	145
6.4	数列求和	149
6.5	数列应用问题	152
6.6	数学归纳法及其应用(1)	155
6.7	数学归纳法及其应用(2)	159
6.8	数列极限及其运算法则	162
6.9	无穷等比数列各项的和	166
6.10	数列与数列极限综合问题	169
6.11	单元测试	172
第七章	复数	175
7.1	复数的概念	176
7.2	复数的运算	179
7.3	实系数一元二次方程	182
7.4	复数综合问题	186
7.5	单元测试	189
第八章	行列式初步	191
8.1	二阶行列式与三阶行列式的计算	191
8.2	行列式的性质	195
8.3	利用行列式解二元一次方程组与三元一次方程组	199
8.4	与行列式相关的拓展与应用	204
8.5	单元测试	207



第九章 坐标平面上的直线	210
9.1 直线的方向向量、法向量、倾斜角与斜率	210
9.2 直线的方程	213
9.3 两直线的位置关系	217
9.4 与直线相关的拓展与应用	221
9.5 简单的线性规划(文)	225
9.6 单元测试	229
第十章 圆锥曲线	231
10.1 曲线与方程.....	231
10.2 直线和圆的位置关系.....	235
10.3 椭圆.....	238
10.4 双曲线.....	242
10.5 抛物线.....	246
10.6 直线与圆锥曲线的位置关系.....	251
10.7 坐标平移.....	255
10.8 与圆锥曲线相关问题的拓展与应用.....	258
10.9 参数方程.....	262
10.10 极坐标系	266
10.11 单元测试	269
第十一章 排列组合、二项式定理	272
11.1 两个计数原理(加法原理与乘法原理).....	272
11.2 排列与组合的定义、排列数与组合数计算公式	275
11.3 排列组合应用题.....	278
11.4 概率.....	281
11.5 二项式定理(理).....	284
11.6 工序流程图(文).....	288
11.7 统计初步.....	292
11.8 单元测试.....	295
第十二章 平面向量	298
12.1 向量的有关概念.....	298
12.2 向量的运算.....	301
12.3 向量的平行与垂直.....	305
12.4 平面向量的应用.....	308
12.5 单元测试.....	311
第十三章 空间图形与空间向量	314
13.1 平面的基本性质.....	315
13.2 空间直线与直线的位置关系.....	319

13.3	空间直线与平面的位置关系·····	324
13.4	空间平面与平面的位置关系·····	328
13.5	直线与平面所成的角、二面角·····	332
13.6	多面体的概念·····	336
13.7	多面体的直观图与截面问题·····	341
13.8	棱柱、棱锥、棱台的体积及表面积·····	344
13.9	空间向量的概念及其坐标表示·····	348
13.10	空间向量在度量问题中的应用(1)·····	352
13.11	空间向量在度量问题中的应用(2)·····	357
13.12	单元测试·····	360
参考答案·····		363

第一章 集合与命题



本章导言

集合论是研究集合性质的一门数学分支,也是现代数学的基础.集合论在高等数学中渗透到数学分析、概率论和函数论等现代数学各个领域.在高中数学的函数、不等式、轨迹和方程、排列组合、概率等方面,集合概念和基本思想也有着广泛而重要的应用.

二期课改中提出的具体要求及活动建议如下:

1. 通过列举生活中的实例和数学中的事例,对集合的意义进行描述.知道集合的意义,懂得元素及其与集合的关系符号;认识一些特殊集合的记号,会用“列举法”和“描述法”表示集合.进一步理解数学抽象的意义.

2. 理解集合之间的包含关系,掌握子集的概念.

3. 掌握集合的“交”、“并”、“补”等运算,知道有关的基本运算性质.会求集合的交集、并集,会求已知集合的补集,但不要求会解决有关集合的证明问题.进一步认识数学符号的变换的意义.

4. 理解否命题、逆否命题,明确命题的四种形式及其相互关系,建立命题与集合之间的联系.进一步领会分类、判断、推理的思维方法.

5. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的意义.能在简单的问题情境中判断条件的充分性、必要性或充分必要性.

6. 能用集合思想去观察、思考、表述和解决一些现实问题,体会集合的初步应用.

在近几年的高考中,集合与命题是必考内容,多以选择、填空题形式出现,难度一般.一般以两种形式考查:一是考查集合知识,即与集合有关的概念、关系或运算;二是考查集合语言与集合思想.从新教材的编排来看,出现了一些与老教材不同的记号,在运用时应注意.并明确提出不要求会解决有关集合的证明问题.简易逻辑是新增内容,这部分的考查重点是四种命题的关系及其真假判定.此外,逻辑是拓展内容,初步的命题运算,抽屉原则与平均数原则高考不作要求.

1

第一章 集合与命题



1.1 集合的概念



知识要点

1. 集合的概念

把能够确切指定的一些对象看作一个整体,这个整体叫做集合,简称集.其中每一个对象都叫做这个集合的元素,集合的元素用小写的英文字母表示,集合用大写的英文字母表示.

2. 元素与集合的关系

$a \in M$ 或 $a \notin M$.

3. 集合元素的三大特征

确定性、互异性、无序性.

4. 集合的表示方法

(1) 列举法 把集合中的元素一一列举出来写在大括号内表示集合的方法叫做列举法;

(2) 描述法 在大括号内先写这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线后面写上集合中元素的共同具有的特性,这种表示集合的方法叫做描述法;

(3) 区间法 表示连续的实数所组成集合的一种特定的方法;

(4) 常用数集的符号: $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}^*$ 等.

5. 集合与集合之间的关系

(1) 子集 对于集合 A 、 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都属于 B ,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$;

(2) 子集的性质 $A \subseteq A, \emptyset \subseteq A; \left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subseteq C$;

(3) 真子集 如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$;

(4) 相等 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,那么称集合 A 与集合 B 相等,记作 $A = B$.



基础训练

1. 用列举法表示集合: $\left\{x \mid \frac{24}{x} \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{Z}\right\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 用描述法表示平面直角坐标系中,第一象限内所有点组成的集合 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如果 $M = \{(0, 1)\}$,则下列写法中正确的是().

(A) $0 \in M$ (B) $1 \in M$ (C) $(0, 1) \in M$ (D) $\{0, 1\} \in M$

4. 设集合 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, a+1\}$,若 $A = B$,则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.



精选例题

例1 (1) 写出方程 $(x-3)^2 + \sqrt{y-1} + |z-2| = 0$ 的解集;

(2) 设集合 $A = \{x \mid x = \lg(a^2 + 10), a \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = b^2 - 2b - 2, b \in \mathbf{R}\}$,确定集合 A 与 B 的关系.

解法指导 要确定两个集合之间的关系,必须先弄清这两个集合的元素的属性.本题第(2)小题中的集合 A 中的代表元素是 x ,故所有满足条件 $x = \lg(a^2 + 10)$, $a \in \mathbf{R}$ 的实数 x 均为集合 A 中的元素,所以集合 A 即为函数 $x = \lg(a^2 + 10)$, $a \in \mathbf{R}$ 的值域.同理集合 B 为函数 $y = b^2 - 2b - 2$, $b \in \mathbf{R}$ 的值域.

解 (1) $\{(3, 1, 2)\}$; (2) $A = [1, +\infty)$, $B = [-3, +\infty)$, $A \subset B$.

变式1: 设集合 $A = \{x \mid x = \lg(a^2 + 10), a \in \mathbf{R}\}$, $B = \{b \mid y = b^2 - 2b - 2, b \in \mathbf{R}\}$,确定集合 A 与 B 的关系.

变式2: 设集合 $A = \{x \mid x = \lg(a^2 + 10), a \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = b^2 - 2b - 2, b \in A\}$,

确定集合 A 与 B 的关系.

变式 3: 设集合 $A = \{(x, y) \mid y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = -x^2 - 2x + 3, x \in \mathbf{R}\}$, 确定集合 A 与 B 的关系.

例 2 已知 $A = \{1, a, b\}$, $B = \{a, a^2, ab\}$, 且 $A = B$. 求实数 a, b 的值.

解法指导 由集合元素的互异性知 $a \neq 0, a \neq 1$, 于是可得 $\begin{cases} a^2 = 1, \\ ab = b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} ab = 1, \\ a^2 = b. \end{cases}$

解 $a = -1, b = 0$.

学习练习 已知集合 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$. 如果 $A = B$, 求 x, y 的值.

解 $x = y = -1$.

例 3 (2004 年上海市高考题) 已知函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B . (1) 求 A ;

(2) 如 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

解法指导 第(1)小题由于函数 $f(x)$ 的表达式中没有参数, 故容易求得集合 A , 对于第(2)小题我们可借助于数轴解题.

解 (1) 由 $2 - \frac{x+3}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x < -1, x \geq 1$, 所以 $A = (-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$;

(2) 由 $(x-a-1)(2a-x) > 0 \Leftrightarrow (x-a-1)(x-2a) < 0$. 因为 $a < 1$, 所以 $a+1 > 2a$, 所以 $B = (2a, a+1)$. 又因为 $B \subseteq A$, 所以 $2a \geq 1$ 或 $a+1 \leq -1$, 即 $a \geq \frac{1}{2}$ 或 $a \leq -2$.

综上可得, a 的取值范围是 $(-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, 1)$.

思考 如果把题中 $a > 1$ 的条件去掉, 如何求解?

例 4 集合 $A = \{x \mid (\frac{1}{2})^{x^2-5x+4} \geq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + a + 2 \leq 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

解法指导 要求实数 a , 先求出集合 A , 由于空集是任何集合的子集, 故在求集合 B 时, 要对 B 进行分类讨论.

解 $A = \{x \mid (\frac{1}{2})^{x^2-5x+4} \geq 1\} = [1, 4]$.

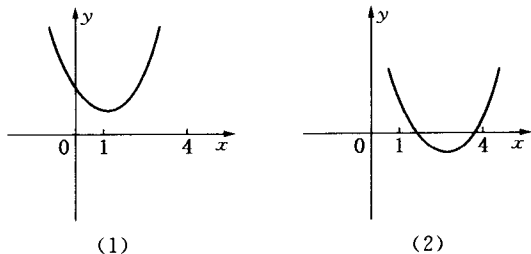


图 1-1

(1) 当 $B = \emptyset$ 时[图 1-1(1)], 由 $\Delta < 0 \Leftrightarrow -1 < a < 2$;



(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时[图 1-1(2)], 由 $B \subseteq A$ 可知方程 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 的两根均属于 A ,

$$\text{所以 } \begin{cases} \Delta \geq 0, \\ f(1) \geq 0, \\ f(4) \geq 0, \\ 1 < a < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 2, a \leq -1, \\ a \leq 3, \\ a \leq \frac{18}{7}, \\ 1 < a < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq a \leq \frac{18}{7}.$$

综上可得 $a \in \left(-1, \frac{18}{7}\right]$.



能力训练

一、填空题

1. 用列举法表示集合 $\{(x, y) \mid x + y = 2 \text{ 且 } xy = -3\} =$ _____.
2. 集合 $A = \{x \mid x < 4, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{y \mid y = \log_a b, a \in A, b \in A\}$, 则 B 中元素个数为 _____.
3. 已知 $P = \{m \mid -4 < m < 0\}$, $Q = \{m \mid mx^2 - mx - 1 < 0 \text{ 对一切 } x \in \mathbf{R} \text{ 成立}\}$, 则 P, Q 的关系为 _____.
4. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 4\}$, $B = \{(x, y) \mid (x - 1)^2 + (y - a)^2 \leq \frac{1}{4}\}$, 且 $B \subseteq A$, 则 a 的取值范围为 _____.

二、选择题

5. 满足条件 $P \subseteq \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x, y \in \mathbf{Z}\}$ 的集合 P 的个数为().
(A) 4 个 (B) 8 个 (C) 15 个 (D) 16 个
6. 设集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$ 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则满足条件的实数 x 的个数为().
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
7. 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则().
(A) $M = N$ (B) $M \subsetneq N$ (C) $M \supsetneq N$ (D) $M \cap N = \emptyset$
8. 在下列各组集合中, P, Q 是相同集合的是().
(A) $P = \{2, 3\}$, $Q = \{(2, 3)\}$
(B) $P = \{(x, y) \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{(x, y) \mid y = x^2, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$
(C) $P = \{(x, y) \mid y = 2(x - 1)\}$, $Q = \left\{(x, y) \mid \frac{y}{x - 1} = 2\right\}$
(D) $P = \{y \mid y = x^2 + 2, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{b \mid b = a^2 + 2, a \in \mathbf{R}\}$

三、解答题

9. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $N = \{t \mid at + t + 1 = 0\}$ 满足 $N \subseteq M$, 求 a 的值.

10. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - ax + 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

1.2 集合的运算



知识要点

1. 集合的运算

(1) 交集 由所有的既属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的交集, 记作: $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}; A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A.$$

(2) 并集 由所有的属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的并集, 记作: $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}; A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A,$$

(3) 补集 设集合 A 是全集 U 的子集, 我们把属于集合 U 但不属于集合 A 的元素所组成的集合叫做集合 A 在全集 U 中的补集. 记作: $\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 但 } x \notin A\}$.

2. 重要关系式

$$A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U, \complement_U \emptyset = U,$$

$$\complement_U (A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B, \complement_U (A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B.$$

3. 韦恩图集合可以用韦恩图来表示, 如图 1-2 所示.

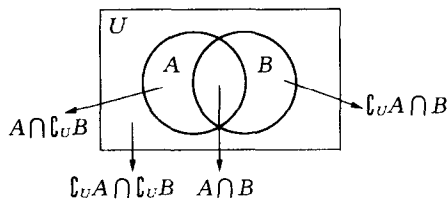


图 1-2



基础训练

1. (2004 年, 上海市高考题) 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

2. (2005 年, 江西省高考题) 设集合 $I = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B)$ 为 _____.

3. (2005 年, 湖北省高考题) 设 $A = \{x \mid x = \sqrt{5k+1}, k \in \mathbb{N}^*\}$, $B = \{x \mid x \leq 6, x \in \mathbb{Q}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 _____.

4. (2005 年, 湖北省高考题) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P+Q = \{a+b \mid a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 _____.



精选例题

例 1 已知全集 $U = \{\text{小于 } 20 \text{ 的质数}\}$, A, B 是 U 的子集, $B \cap \complement_U A = \{2, 3\}$, $A \cap$

