中等专业学校教材
工科专业通用

数学

（第三版）

（第四册）

工科中专数学教材编写组　编

XUE

高等教育出版社

数学

中等专业学校教材

工科专业通用

数　　学

（第三版）

第四册

工科中专数学教材编写组　编

高等教育出版社

（京）112号

本书是受国家教育委员会职业技术教育司委托，由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的．本书在工科中专数学教材编写组编的《数学》第四册（1986年7月第二版）的基础上，根据1991年修订的中等专业学校《数学教学大纲》(工科专业通用)附录二的要求修订而成．

第四册内容包括概率与统计、行列式、矩阵与线性方程组、常微分方程、傅里叶级数和拉普拉斯变换．

本书可供招收初中毕业生的中等专业学校工科各专业作为教材使用，也可供招收高中毕业生的工科各专业选用．

图书在版编目(CIP)数据

数学　第四册/工科中专数学教材编写组编．-3版（修订本）．—北京：高等教育出版社，1995
中等专业学校教材·工科专业通用
ISBN 7-04-005164-8

I.数…　II.工…　III.高等数学-专业学校-教材　IV.013

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第01092号

高等教育出版社出版
新华书店上海发行所发行
上海商务印刷厂印装

开本 787×1092　1/32　印张 13　字数 270 000
1980年8月第1版
1995年4月第3版　1995年4月第1次印刷
印数 00 001—200 098
定价 6.20元

第三版修订者的话

本教材是根据1991年4月国家教育委员会审定的工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求，在1985年中等专业学校教材《数学》(第二版)的基础上修订而成的.

修订后的教材仍分四册出版. 第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何；第三册内容包括微积分学；第四册内容包括常微分方程、级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等. 在修订过程中，充分重视了全国大多数省、自治区、直辖市中专数学教研会或数学会中专分会所提意见；切实注意与1992年国家教育委员会制订的九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲(试用)》内容上的衔接；并努力贯彻修订教材的四条原则：(1) 降低理论水平，加强应用；(2) 稳定原有体系，适当调整；(3) 根据专业共性，精选内容；(4) 保证必要基础，按需选学. 因而在内容上作了较大的增删，系统上作了局部的调整，文字叙述上作了必要的修改，在习题的题型方面适当补充了一定数量的填空题和选择题，并在每章最后增加了“本章内容小结”.

本教材是受国家教育委员会职业技术教育司委托，由上海市教育局组织的工科中专数学教材编写组集体修订的. 参加修订工作的有上海机械高等专科学校任必、上海纺织高等专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市港湾学校袁时中等同志. 这次修订，第

一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责，第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责，全书由任必、秦柏前统稿．第四册由北京机械工业学院朱镕道同志审稿．

本教材在修订过程中，曾得到广大中专学校的数学教师的大力支持和帮助，他们对教材的修订提出了许多宝贵意见，在此一并致谢．

本教材可供招收初中毕业生的中专工科各专业选用，第三、四册也可供招收高中毕业生的中专工科各专业选用

本书修订后难免仍有错误和不当之处，恳切希望使用本教材的学校和老师批评指正．

上海市中专数学教材编写组

1993年1月

第二版修订者的话

本教材是根据1983年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求，在1979年工科中专数学教材编写组编中等专业学校试用教材《数学》的基础上修订而成的.

第二版教材仍分四册出版. 第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何；第三册内容包括微积分、常微分方程；第四册内容包括级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等. 在修订过程中，根据各地工科中等专业学校所提意见，注意了与全日制初中数学教材的衔接，加强了数学基础知识的系统性和科学性，考虑了大多数工科专业对数学的要求，从而在内容上作了适当的增删，系统上作了一些调整，文字叙述上作了不少修改，并充实了例题和习题.

本教材是受教育部委托，由上海市教育局组织的工科中专数学教材编写组集体修订的. 参加修订的有上海机械专科学校任必、上海市纺织专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市第二仪表电子工业学校巢溢谦等同志. 这次修订，第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责，第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责，全书由任必、秦柏前统稿。

本教材由余元希(第一、二册)、王嘉善和曹敏谦(第三册

和第四册级数、拉氏变换部分)、蔡溥(第四册行列式、矩阵与线性方程组、概率、数理统计部分)四位副教授主审.

本教材在修订过程中,曾得到全国大多数省、市、自治区和有关部、委教育部门、部分中专学校的教师的大力支持和帮助,对教材修订提出了许多宝贵意见,在此一并致谢.

本教材可供招收初中毕业生工科各专业选用. 第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用.

第二版教材难免有缺点和错误,殷切希望使用本教材的学校和老师批评指正.

上海市中专数学教材编写组

1984年8月

编者的话

本教材是根据1979年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲(试行草案)》编写的.

本教材共分四册. 第一册、第二册包括代数、三角、立体几何与解析几何;第三册包括微积分与微分方程;第四册包括概率、行列式、矩阵、级数与逻辑代数等内容. 在编写过程中,力求适应四个现代化发展的要求和加强基础知识的需要,并注意了与全日制十年制初中数学教材的衔接. 本教材可供招收初中毕业生工科各专业试用,第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用. 带*号的内容可供选学. 附录供学生自学.

本教材是由教育部组织的工科中专数学教材编写组集体编写的. 参加初稿编写的有上海机器制造学校任必(第一、二册主编)、上海科技大学分部周桐孙(第一、二册主编)、天津纺织工业学校鲍年增、西北建筑工程学院肖同善、鞍山钢铁工业学校张景华(第三、四册主编)、沈阳黄金专科学校郑宏业(第三册主编)、北京机械学校朱铉道(第四册主编)、北京建筑工程学院范尚志、济南交通学校白孝温、西安航空工业学校卜文兰、成都水力发电学校聂际銮、长征航空工业学校谢迪恭等同志. 根据各地所提意见,有些章节由主编作了较大修改. 最后经北京师范大学钟善基同志审阅.

在编写过程中,曾得到有关单位的大力支持和帮助. 在

征求意见的过程中，全国大多数省、市和有关部、委教育部门、部分中专和大专院校的教师，人民教育出版社有关编辑，以及华东师范大学余元希同志、南京工学院数学教研组提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

由于编者的水平所限，加以编写时间仓促，教材中难免有缺点和错误，恳切期望大家批评指正，以便今后进一步修改提高。

工科中专数学教材编写组

1979年11月

目　录

第一章　概率与统计

概率与统计是近代数学的一个组成部分．它们在工农业生产和科学技术研究上有着广泛的应用．本章分两个部分：§1-1 到 §1-7 为概率初步；§1-8 到 §1-12 为数理统计初步．

§1-1　随机事件

一　随机现象

我们先看下表中的一些例子．

	条　　　件	结　　　果
例 1	在标准大气压下，纯水加热到 100°C	水必然会沸腾
例 2	导体通电	导体必然会发热
例 3	生铁放在室温下	生铁必定不能熔化
例 4	往桌子上掷一枚硬币	正面向上或反面向上
例 5	从含有 10 个次品的一批产品中任意抽取 4 件	次品件数可能是 0，1，2，3，4
例 6	某战士进行一次射击	可能不中、命中 1 环、2 环、3 环、4 环、5 环、6 环、7 环、8 环、9 环、10 环
例 7	某车工在同样的工艺条件下，每车削一个零件使其外圆直径为 30 毫米，车完后测量其外圆直径	外圆直径可能是 30.55 毫米，29.90 毫米，30.10 毫米，…

上述例子中的现象可分为两类.

一类现象是：在一定条件下，事先可以断言必然会发生某种结果(如前三个例子). 这种现象称为**确定性现象**.

另一类现象是：在一定条件下，事先不能断言会出现哪种结果(如后四个例子). 这类现象称为**随机现象**.

对于随机现象，人们事先不能断定它将发生哪一种结果. 从表面上看，好象结果是不可捉摸的，纯粹是偶然性在起支配作用. 其实不然，实践证明，随机现象在相同条件下重复进行多次观察，通常总能呈现某种规律性. 例如，有人对"掷一枚质地均匀的硬币"的随机现象进行观察. 在12000次的重复观察中，发现正面向上有6019次，在24000次的重复观察中，正面向上有12012次. 这些数据告诉我们，对这一随机现象，经过大量次重复观察，呈现出一个内在规律："正面向上"和"反面向上"几乎各占一半. 这种通过大量重复观察所呈现的某种规律，称为**统计规律性**. 因此，要找出随机现象的内在规律性，就必须对它作一定次数的重复观察.

我们把对随机现象的一次观察叫做一次**随机试验**(简称**试验**). 随机试验是研究随机现象的手段，它反映了随机现象的两个显著特点：

(1) 一次试验前，不能预言发生哪一种结果，这说明随机现象具有偶然性；

(2) 在相同条件下，进行大量重复试验，呈现出统计规律性，这说明随机现象具有规律性.

二　随机事件

在一定条件下，对随机现象进行试验的每一可能的结果叫做随机事件(简称事件)．通常用字母 A、B、C 等来表示．

例如，在上面的例 4 中，每掷一次硬币是一次试验．可能出现的结果："正面向上"是一个事件，"反面向上"也是一个事件．

在例 5 中，每次从含有 10 个次品的一批产品中任意抽取 4 件是一次试验．可能出现的结果："全是正品"，"恰有一件次品"，"恰有两件次品"，"恰有三件次品"，"全是次品"都是事件．此外，"次品不多于两件"，"次品是奇数件"也是事件．

在例 6 中，某战士每次进行一次射击是一次试验．可能出现的结果："不中"，"命中 1 环"，"命中 2 环"，…，"命中 10 环"都是事件．此外，"至少命中 5 环"也是事件．

在例 7 中，某车工在同样的工艺条件下，每车削一个零件使其外圆直径为 30 毫米，车完后测量其外圆直径是一次试验．可能出现的结果："外圆直径为 30.55 毫米"，"外圆直径为 29.90 毫米"等都是事件．此外，"外圆直径小于 30.10 毫米"，"外圆直径在 30 毫米与 31 毫米之间"也是事件．

每次试验中必然发生的事件称为**必然事件**，记作 Ω．

例如，在标准大气压下，把纯水加热到 100°C，水沸腾为必然事件．

又如，某战士进行一次射击，"命中环数不超过 10" 也是必然事件，但是"至少命中 5 环"就不是必然事件．

每次试验中不可能发生的事件称为**不可能事件**，记作 $\varnothing$．

例如，在标准大气压下，温度50°C的水处于气体或固体状态是不可能事件.

又如，在一次射击中，命中环数为少于2环而又多于5环也是不可能事件.

必然事件和不可能事件实质上都是确定性现象的表现.但是，把它们看作是随机事件的两种特例，对于分析问题是有利的.

三 基本事件与复合事件

事件是随机试验的某种结果. 随机试验的结果有各种各样，例如掷一个骰子，出现的点数恰好为4点是随机事件；出现的点数小于4点，也是随机事件. 这两种随机事件显然是不同的. 若将出现点数为1点、2点、3点、4点、5点、6点的事件分别记为e_1、e_2、e_3、e_4、e_5、e_6，并设出现的点数小于4点的事件为B，则在一次试验中只要e_1、e_2、e_3有一个发生，那末B就发生. 因此，B事件是随e_1、e_2、e_3中任何一个发生而发生，即B由事件e_1、e_2、e_3组成，记为$B=\{e_1, e_2, e_3\}$. 在这个试验里，事件B是可分解的事件；事件e_1、e_2、e_3是不可再分解的事件.

在随机试验中，不能分解的事件称为**基本事件**，由若干基本事件组成的事件称为**复合事件**.

例如，上面掷一个骰子的例子中，e_1, e_2, …, e_6都是基本事件，而$B=\{e_1, e_2, e_3\}$是复合事件.

例8 考察一次掷甲、乙两个可辨的骰子的随机试验，写出它的基本事件全体.

解 现在我们用记号 $e_{ij}=(i, j)$，$(i, j=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 来表示这个随机试验的结果，其中 i 表示甲骰子出现的点数，j 表示乙骰子出现的点数. 这个随机试验的全体基本事件为：

$$
\begin{aligned}
&e_{11}=(1, 1), &&e_{12}=(1, 2), &&e_{13}=(1, 3), &&e_{14}=(1, 4),\\
&e_{15}=(1, 5), &&e_{16}=(1, 6), &&e_{21}=(2, 1), &&e_{22}=(2, 2),\\
&e_{23}=(2, 3), &&e_{24}=(2, 4), &&e_{25}=(2, 5), &&e_{26}=(2, 6),\\
&e_{31}=(3, 1), &&e_{32}=(3, 2), &&e_{33}=(3, 3), &&e_{34}=(3, 4),\\
&e_{35}=(3, 5), &&e_{36}=(3, 6), &&e_{41}=(4, 1), &&e_{42}=(4, 2),\\
&e_{43}=(4, 3), &&e_{44}=(4, 4), &&e_{45}=(4, 5), &&e_{46}=(4, 6),\\
&e_{51}=(5, 1), &&e_{52}=(5, 2), &&e_{53}=(5, 3), &&e_{54}=(5, 4),\\
&e_{55}=(5, 5), &&e_{56}=(5, 6), &&e_{61}=(6, 1), &&e_{62}=(6, 2),\\
&e_{63}=(6, 3), &&e_{64}=(6, 4), &&e_{65}=(6, 5), &&e_{66}=(6, 6).
\end{aligned}
$$

例 9 由例 8 给出的基本事件，写出下列复合事件是由哪些基本事件组成的：

(1) $A=\{$两骰子出现的点数之和不超过 4$\}$；

(2) $B=\{$两骰子出现的点数之和等于 5$\}$；

(3) $C=\{$两骰子出现的点数之积等于 6$\}$.

解 (1) $A=\{e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{21}, e_{22}, e_{31}\}$；

(2) $B=\{e_{14}, e_{23}, e_{32}, e_{41}\}$；

(3) $C=\{e_{16}, e_{23}, e_{32}, e_{61}\}$.

如果把基本事件作为集合的一个元素，则全体基本事件的集合称为全集 Ω. 显然随机试验所考察的事件均可看作 Ω 的子集. 例如，例 8 中的基本事件全集 $\Omega=\{e_{11}, e_{12}, \cdots, e_{16}, e_{21}, e_{22}, \cdots, e_{26}, \cdots, e_{61}, e_{62}, \cdots, e_{66}\}$. 例 9 中的事件 A,