

国家自然科学基金专项基金资助项目

电机现代控制技术

王成元 夏加宽 杨俊友 孙宜标 编著

 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS





国家自然科学基金专项基金资助项目 (No.50424716)

电机现代控制技术

王成元 夏加宽 杨俊友 孙宜标 编著



机械工业出版社

本书较系统地介绍了三相感应电动机和三相永磁同步电动机的矢量控制、直接转矩控制、无传感器控制、智能控制和直接驱动技术的理论与应用问题。书中内容力求反映近年来国内外在这一领域中取得的理论研究成果和技术上的最新进展。全书采用了空间矢量理论,在对各种控制技术进行独立分析的同时,利用空间矢量理论统一性的特点去分析和建立它们之间的联系,从中阐述了不同控制技术的控制思想、特点及相互关联。

本书可供研究院(所)、高等院校、企业从事数控、自动化、电气传动技术研究和开发人员阅读,也可供高等院校研究生和高年级本科生参考。

图书在版编目(CIP)数据

电机现代控制技术/王成元等编著. —北京:机械工业出版社, 2006.5
ISBN 7-111-18678-8

I. 电... II. 王... III. 电机—控制 IV. TM301.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第019635号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
责任编辑:牛新国 版式设计:霍永明 责任校对:刘志文
封面设计:王伟光 责任印制:洪汉军
三河市宏达印刷有限公司印刷
2006年8月第1版第1次印刷
184mm×260mm·22印张·543千字
0001—4000册
定价:40.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线电话(010) 68326294
编辑热线电话(010) 88379768
封面无防伪标均为盗版

前 言

伺服驱动装置是数控机床、工业机器人等高性能机电一体化产品的重要组成部分，也是构成工厂自动化（FA）不可缺少的基本单元。电机现代控制技术是实现高性能伺服驱动的核心技术，也是先进制造技术最具代表性的标志之一。

1971年，德国学者 Blaschke 提出了交流电动机矢量控制理论，它的出现对电机控制技术的研究具有划时代的意义，使电机控制技术的发展步入了一个全新的阶段。在此后 20 多年里，矢量控制技术获得了广泛应用，交流伺服驱动系统逐步替代了直流系统。尽管如此，矢量控制仍有许多技术问题需要进一步解决和完善。

1985年，德国学者 Depenbrock 提出了直接转矩控制理论，由于它直接控制定子磁链空间矢量和电磁转矩，使控制系统得以简化，并且提高了快速响应能力。它不仅拓宽了矢量控制理论，也促进了电机现代控制技术的进一步发展。目前，直接转矩控制技术还有待进一步深入研究和改进，加快向实用化方向推进的步伐。

矢量控制和直接转矩控制正在向实现无传感器控制方向发展，但是无传感器控制技术总体上还处于研究和开发阶段，只在部分产品上开始实用化。进一步加大和拓宽无传感器控制技术的应用，还有许多理论和技术问题需要解决。

伴随和推进矢量控制、直接转矩控制和无传感器控制技术进一步向前发展的是人工智能控制，这是电机现代控制技术的前沿性课题，国内外学者正在竞相研究，已取得阶段性的研究成果，并正在逐步实用化。

矢量控制和直接转矩控制技术的一个新的发展方向是直接驱动技术，这种零传动方式消除了传统机械传动链带来的一系列不良影响，极大地提高了系统的快速响应能力和运动精度。但是，这种机械上的简化，导致了电机控制上的难度。为此，需要电机控制技术的进一步提高和创新。这正是电机现代控制技术有待深入研究和具有广阔开发前景的新领域。

代表电机现代控制技术的矢量控制、直接转矩控制、无传感器控制、智能化控制和直接驱动技术，每一部分都可以写成专题性论著。但是，在技术的实现和发展过程中，它们逐步交织和融合为一体，构成了具有“现代”内涵的集



成性技术，因此需要从整体上去理解和掌握它们。本书采用了空间矢量理论，在对各种控制技术进行独立分析的同时，力求利用空间矢量理论统一性的特点去分析和建立它们之间的相互联系，从中体现不同控制技术的控制思想、特点及相互关联。

由于电机现代控制技术与先进制造装备息息相关，已成为先进制造技术的重要研究领域之一，国内一批学者和科技人员正在从事这方面的研究与开发。

作者在国家自然科学基金项目（50375102）及专项基金项目（50424716）的资助下，进行了多年的研究工作，取得了一些经验。在此基础上，吸取国内外近年来的研究成果，编写成书，力求反映这一领域内的最新研究成果和技术发展，期盼着能对我国电机控制技术的发展有些帮助。

本书可供科研院（所）科研人员和从事此类产品研发的科技人员参考，可供高等院校教师和研究生参考，可作为本科高年级学生选修课的参考书，也可作为对数控机床、机器人和各类自动化装置运行与控制需要深入了解时的参考书。

由于水平有限，加之内容较新，书中错误一定不少，敬请各位专家和读者赐教。

王成元

2006年1月于沈阳

目 录

前言

第一章 三相感应电动机矢量控制	1
第一节 空间矢量	1
第二节 空间矢量方程	7
第三节 矢量控制稳态分析	13
第四节 矢量控制动态分析	21
第五节 磁场定向与基本方程	26
第六节 转子磁通矢量控制系统	36
第七节 磁场定向控制系统中定子电流的调制与控制	50
第八节 转子磁通矢量控制中的几个技术问题	59
第九节 基于气隙磁通或定子磁通磁场定向的矢量控制	68
第二章 永磁电动机矢量控制	79
第一节 三相永磁同步电动机的数学模型	79
第二节 矢量控制	85
第三节 弱磁控制	91
第四节 定子电流最优控制	96
第五节 谐波转矩及其削弱方法	103
第六节 无刷直流电动机的运行原理	109
第七节 无刷直流电动机的转矩控制	116
第三章 三相感应电动机直接转矩控制	122
第一节 直接转矩控制基本原理	122
第二节 直接转矩控制系统	131
第三节 滞环控制与预期电压矢量控制	140
第四节 离散空间电压矢量调制技术	150
第四章 三相永磁同步电动机直接转矩控制	153
第一节 直接转矩控制基本原理	153
第二节 定子磁链估计和电动机参数检测	161
第三节 定子磁链和电磁转矩的控制准则	165
第四节 电压空间矢量的调制与控制	171
第五章 三相感应电动机无传感器控制技术	182
第一节 基于数学模型的开环估计	182
第二节 模型参考自适应系统	190
第三节 自适应观测器	198
第四节 扩展的卡尔曼滤波	208
第五节 基于转子槽谐波的转速估计	216



第六节	高频信号注入法	221
第六章	三相永磁同步电动机无传感器控制技术	238
第一节	基于数学模型的开环估计	238
第二节	假定旋转坐标法	245
第三节	模型参考自适应系统	249
第四节	观测器	253
第五节	扩展的卡尔曼滤波	265
第六节	滑模观测器	272
第七节	高频信号注入法	279
第七章	智能控制技术	296
第一节	模糊控制和神经网络控制	296
第二节	基于智能控制的调节器	298
第三节	智能控制技术在无传感器控制中的应用	304
第四节	基于人工智能的直接转矩控制	310
第八章	直接驱动技术	315
第一节	直接驱动及其特点	315
第二节	直接驱动电动机	319
第三节	直接驱动控制技术	333
参考文献	342

第一章 三相感应电动机矢量控制

第一节 空间矢量

一、空间复平面

某些在空间按正弦分布的物理量可以用空间矢量来表示。

图 1-1 为三相感应电动机与转轴垂直的空间断面。这里将这个电动机断面作为空间复平面，用来表示电动机内部的空间矢量。

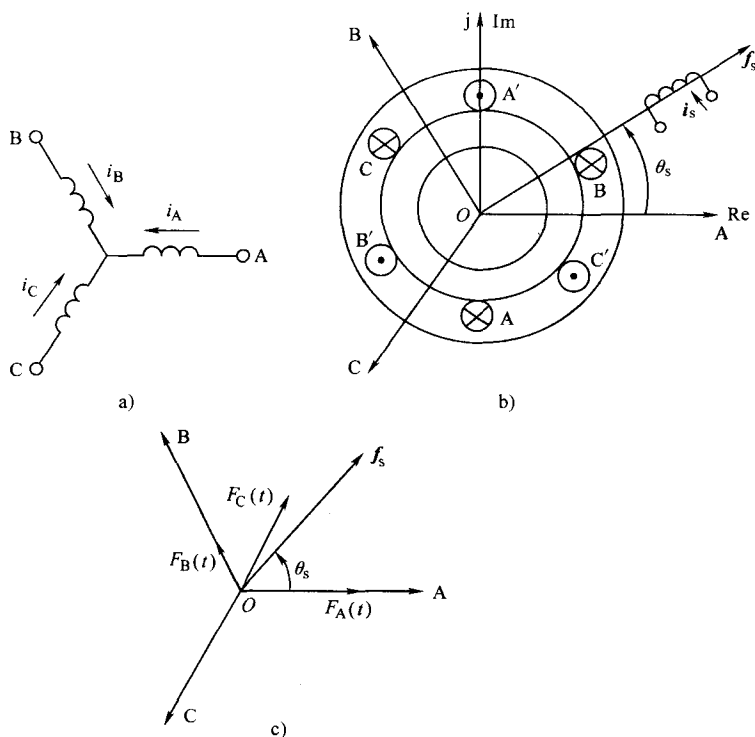


图 1-1 三相感应电动机的空间复平面

a) 定子三相绕组轴线 b) 电动机轴向断面与空间复平面 c) 三相绕组基波合成磁动势

在电动机复平面内，可任取一空间静止复坐标（Re - Im），若以实轴 Re 为空间坐标参考轴，则空间任一矢量 R 可表示为 $R = |R|e^{j\theta}$ ， $|R|$ 为矢量的模（幅值）， θ 为该矢量轴线与参考轴 Re 间的空间电角度，称为空间相位。

在图 1-1a 中，由三相绕组轴线 ABC 构成了空间三相轴系。ABC 轴系在空间复平面的位置，可由 A 相绕组轴线与 Re 间的空间电角度来确定。如图 1-1b 所示，若取 A 轴与 Re 轴重

合, 则 B 轴的空间位置角度为 $a = e^{j120^\circ}$, C 轴位置角度为 $a^2 = e^{j240^\circ}$ 。此处, a 和 a^2 为空间算子。虽然这些空间算子与电工复数理论中采用的时间算子在形式上是一样的, 但两者的物理意义不同, 不应混淆。

二、定、转子磁动势矢量

三相感应电动机是机-电能量转换装置, 这种转换的物理基础是电磁间的相互作用或者磁场能量的变化。因此, 磁场是机-电能量转换的媒介, 是非常重要的物理量。为此, 对各种电动机都要了解磁场在电动机空间内的分布情况。感应电动机内磁场是由定、转子三相绕组的磁动势产生的, 首先要确定电动机内磁动势的分布情况。对定子三相绕组而言, 当通以如图 1-1a 所示的正向电流 i_A 、 i_B 和 i_C 时, 分别产生沿着各自绕组轴线脉动的空间磁动势波, 取其基波并记为 f_A 、 f_B 和 f_C , 显然它们都是空间矢量。对于分布和短矩绕组, 定义正向电流产生的空间磁动势波基波的轴线为该相绕组的轴线, 亦即 f_A 、 f_B 和 f_C 是以 ABC 为轴线沿圆周正弦分布的空间矢量, 各自的幅值是变化的, 取决于相电流的瞬时值, 即有

$$F_A(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_A \quad (1-1)$$

$$F_B(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_B \quad (1-2)$$

$$F_C(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_C \quad (1-3)$$

式中, p_n 为极对数; N_s 为每相绕组匝数; k_{ws} 为绕组因数。当相电流瞬时值为正值时, 磁动势矢量方向与该相绕组轴线一致, 反之则相反。

在电动机复平面内, 可借助 ABC 轴系来表示三相绕组基波合成磁动势, 记为 f_s , 于是有

$$f_s = F_A(t) + aF_B(t) + a^2F_C(t) = F_s e^{j\theta_s} \quad (1-4)$$

式中, f_s 为空间矢量; 其幅值为 F_s ; 在空间复平面的位置如图 1-1c 所示。

应该指出的是, 定子电流可以是任意波形和任意时刻的瞬时值, 而其流入相绕组产生的磁动势波在空间是正弦分布的, 空间矢量 f_s 是三相电流通过三相绕组共同作用的结果。当三相电流变化时, f_s 的幅值和相位都在变化。

当三相绕组通以对称正弦稳态电流时, 可有

$$i_A = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega_s t + \varphi_1) \quad (1-5)$$

$$i_B = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega_s t + \varphi_1 - 120^\circ) \quad (1-6)$$

$$i_C = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega_s t + \varphi_1 - 240^\circ) \quad (1-7)$$

式中, I_1 为有效值; φ_1 为初始相位。

将式 (1-5) ~ 式 (1-7) 和式 (1-1) ~ 式 (1-3) 代入式 (1-4), 可得

$$f_s = \frac{3}{2} F_1 e^{j(\omega_s t + \varphi_1)} \quad (1-8)$$

式中, F_1 为定子每相基波磁动势幅值的最大值, 即

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} \cdot \sqrt{2} I_1 \quad (1-9)$$

式 (1-8) 表明, 此时三相基波合成磁动势这一空间矢量的旋转轨迹为圆形, 圆的半径为每相基波磁动势最大幅值的 $3/2$ 倍, 矢量旋转的电角速度 ω_s 就是电流角频率, 旋转方向是从 A 轴到 B 轴再到 C 轴。当时间参考轴与复平面的实轴重合时, f_s 的空间相位与 A 相电流的时间相位相同。此时, 当 A 相电流达到最大值时, f_s 与 A 轴重合, B 相和 C 相亦然。

转子三相绕组轴线为 abc, 它在空间旋转的电角速度就是转子速度 ω_r 。若在上述空间复平面内取 $t=0$ 时 a 轴与实轴 Re 一致, 则 a 轴的位置坐标可表示为

$$\theta_r = \int \omega_r dt$$

于是, 在图 1-2 中, 转子基波合成磁动势空间矢量 f_r 可表示为

$$f_r = [F_a(t) + aF_b(t) + a^2F_c(t)]e^{j\theta_r} \quad (1-10)$$

式中, $F_a(t)$, $F_b(t)$ 和 $F_c(t)$ 分别是转子每相绕组磁动势波的幅值。当转子为笼型绕组时, 可通过绕组归算将其等效为与定子相绕组有效匝数相同的三相绕组, 即有

$$F_a(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_a \quad (1-11)$$

$$F_b(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_b \quad (1-12)$$

$$F_c(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} i_c \quad (1-13)$$

在正弦稳态下, 可将转子三相电流表示为

$$i_a = \sqrt{2} I_2 \cos \omega_f t \quad (1-14)$$

$$i_b = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega_f t - 120^\circ) \quad (1-15)$$

$$i_c = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega_f t - 240^\circ) \quad (1-16)$$

式中, ω_f 为转差角频率。

将式 (1-11) ~ 式 (1-13) 和式 (1-14) ~ 式 (1-16) 代入式 (1-10) 可得

$$f_r = \frac{3}{2} F_2 e^{j(\omega_s t + \omega_f t)} = \frac{3}{2} F_2 e^{j\omega_s t} \quad (1-17)$$

式中, F_2 为转子每相绕组基波磁动势最大幅值, $F_2 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{ws}}{2p_n} \cdot \sqrt{2} I_2$ 。

从式 (1-17) 可以看出, f_r 轨迹为圆形, 它相对定子的旋转角速度为 ω_s 。

如果取转子的 a 轴为空间复平面的实轴 Re, 那么这个复平面就成为旋转复平面, 在这个复平面内则有

$$f_r^{abc} = F_a(t) + aF_b(t) + a^2F_c(t) \quad (1-18)$$

式中, 右上标 abc 表示是以转子自身轴系 abc 表示的空间矢量。

将式 (1-11) ~ 式 (1-13) 和式 (1-14) ~ 式 (1-16) 代入式 (1-18) 可得

$$f_r^{abc} = \frac{3}{2} F_2 e^{j\omega_f t} \quad (1-19)$$

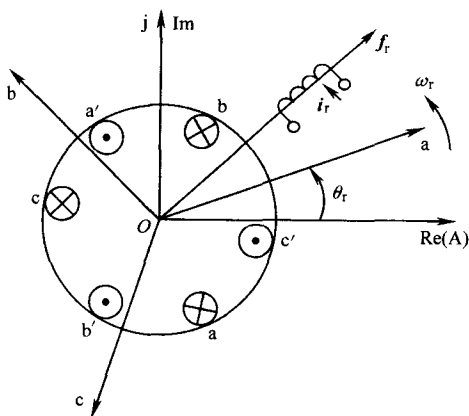


图 1-2 转子三相绕组轴线与空间复平面

对比式 (1-17) 和式 (1-19) 可以看出, 两者表示的虽然是同一空间矢量, 但 f_r^{abc} 是由转子观察到的, 它相对转子的旋转角速度为 ω_f , 而 f_r 是由定子观察到的, 它相对定子的旋转角速度为 ω_s 。将式 (1-19) 乘以 $e^{j\theta}$, 便得到式 (1-17), 这相当于将转子磁动势矢量由旋转 abc 轴系变换到静止 ABC 轴系, $e^{j\theta}$ 是这两种轴系间的变换因子, 即有

$$f_r = f_r^{abc} e^{j\theta} \quad (1-20)$$

这种变换的物理意义是, 若以一个静止的转子代替实际旋转的转子, 且以定子侧角频率 ω_s 代替原转子的转差角频率 ω_f , 并保持转子电流幅值不变, 就产生磁动势的效果而言, 两者是等效的。这实质上就是电机学中的转子频率归算。

上述两种坐标系间的变换同样适用于其他物理量。

三、定、转子电流空间矢量

由式 (1-1) ~ 式 (1-3) 可以看出, 定子每相绕组磁动势矢量的幅值和方向取决于相电流的瞬时值。实际上, 每相绕组的有效匝数 $N_s k_{ws}$ 确定以后, 磁动势幅值和相电流仅存在倍比关系, 即相电流的瞬时值完全确定了 ABC 轴系上每轴的磁动势矢量。可以这样理解, 即相电流可以是任意时刻瞬时值或为任意波形, 但它们在绕组轴线方向上产生的磁动势波在空间是正弦分布的, 而每相绕组的轴线在空间上又有确定的位置, 这样原本是时间变量的电流就具有了空间含义。从这个意义上说, 可以将电流理解为是空间矢量。对转子电流也是如此。

在图 1-1 和图 1-2 中, 空间矢量 f_s 是定子三相绕组共同产生的基波合成磁动势, f_r 是转子三相绕组共同产生的基波合成磁动势。可以设想, 如果在旋转磁动势矢量 f_s 和 f_r 的轴线上各安装一个线圈, 这两个线圈各通入单轴电流 i_s 和 i_r , 使它们在各自线圈中产生的磁动势矢量就是 f_s 和 f_r , 这就相当于用两个旋转的定、转子单轴线圈来分别代替定、转子三相绕组。从这个角度说, f_s 和 f_r 又可称之为单轴复矢量。无疑 i_s 和 i_r 也为单轴复矢量, 就产生磁动势的效果而言, 可以将它们理解为是作用在单轴上的轴电流, 如图 1-1b 和图 1-2 所示, 就像三相电流各自作用在自身绕组的轴线上一样。显然, i_s 和 i_r 分别是定、转子三相轴系电流合成的结果, 而且 i_s 与 f_s 以及 i_r 与 f_r 的方向始终是一致的。

考虑到功率不变约束, 确定单轴线圈有效匝数为每相绕组有效匝数的 $\sqrt{3}/\sqrt{2}$ 倍, 于是由式 (1-4) 可得

$$i_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (i_A + ai_B + a^2 i_C) \quad (1-21)$$

同理, 有

$$i_r = \sqrt{\frac{2}{3}} (i_a + ai_b + a^2 i_c) e^{j\theta} \quad (1-22)$$

或者

$$i_r = \sqrt{\frac{2}{3}} (i_{aA} + ai_{bB} + a^2 i_{cC}) \quad (1-23)$$

式 (1-22) 中, i_a 、 i_b 和 i_c 是转子实际电流, 而式 (1-23) 中的电流 i_{aA} 、 i_{bB} 和 i_{cC} 是以静止轴系 ABC 表示的转子电流, 也就是上面提到的经转子频率归算后的电流。

在正弦稳态下, 可得

$$\mathbf{i}_s = |\mathbf{i}_s| e^{j\omega_s t} \quad (1-24)$$

$$\mathbf{i}_r = |\mathbf{i}_r| e^{j\omega_s t} \quad (1-25)$$

此时, i_s 和 i_r 的幅值恒定, 等于相电流有效值的 $\sqrt{3}$ 倍, 即有

$$|\mathbf{i}_s| = \sqrt{3} I_1 \quad (1-26)$$

$$|\mathbf{i}_r| = \sqrt{3} I_2 \quad (1-27)$$

由上分析可知, 在正弦稳态下, 通过式 (1-21) 和式 (1-23), 实际上是将静止的三相轴系 ABC 中的三相对称交变电流变换为单轴旋转线圈中的直流量。显然, 这一变换仍然遵循磁动势等效原则, 并加以功率不变约束, 因为单轴线圈的电压和电流均为三相绕组中电压和电流有效值的 $\sqrt{3}$ 倍, 但线圈数由原来三个变为一个, 所以功率保持不变。

四、定、转子电压空间矢量

感应电动机在运行中, 就控制相电流而言, 外加相电压相当于系统的外部激励, 可以通过调节相电压来改变相电流, 进而控制电动机内的磁动势和空间磁场, 实现对电动机物理量的矢量控制。从这个角度说, 可以将电压看成是空间矢量。

应该指出, 只有将外加电压和空间分布的三相绕组联系起来时, 电压才具有空间意义。

如图 1-3 所示, 在空间复平面内, 当三相轴线 ABC 确定以后, 由于相电压一定是加在位于三相轴线绕组上, 所以相电压矢量在空间复平面的位置也就随之确定。电压产生和改变了相绕组中的电流, 也就改变了处于该相轴线上的磁动势和磁场的强弱, 正因如此, 电压才有了空间意义。电压可以是任意时刻的瞬时值或者为任意波形, 当瞬时值为正时, 电压矢量与轴线方向一致, 否则相反。于是, 可以得到六个空间对称分布的相电压矢量。同定子电流空间矢量一样, 可以将定子电压空间矢量定义为

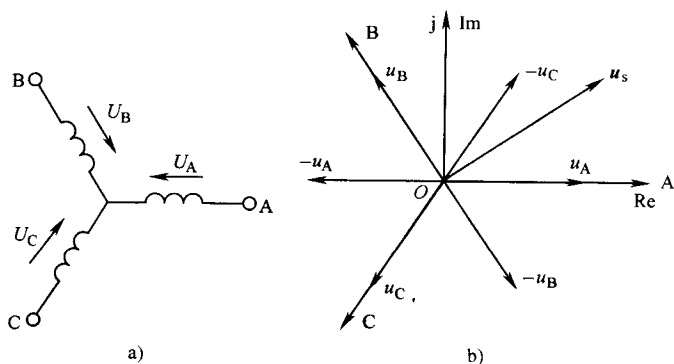


图 1-3 定子三相绕组与电压空间矢量

a) 三相绕组轴线位置 b) 相电压空间矢量分布

个空间对称分布的相电压矢量。同定子电流空间矢量一样, 可以将定子电压空间矢量定义为

$$\mathbf{u}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (u_A + a u_B + a^2 u_C) \quad (1-28)$$

在电动机矢量控制中, 一般是通过控制三个相电压来控制电压空间矢量。如图 1-4a 所示, 当 A 相绕组正向连接, B 和 C 相绕组同时反向连接时, 则有

$$u_B = u_C \quad (1-29)$$

$$u_A - u_B = V_c \quad (1-30)$$

将式 (1-29) 和式 (1-30) 代入式 (1-28) 中, 可得

$$\mathbf{u}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} V_c \quad (1-31)$$

由图 1-4b 也可以看出, \mathbf{u}_s 与 A 轴方向一致。

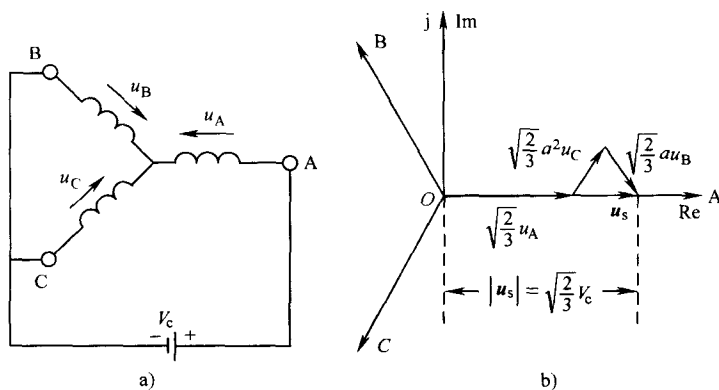


图 1-4 定子电压空间矢量

a) 三相绕组与电源的一种连接方式 b) 定子电压空间矢量的合成

有两种特殊情况，即三相绕组端点 A、B 和 C 同时接到正电位或负电位，由式 (1-28) 可知，此时 u_s 为零，称之为零电压矢量。

同理，可以定义转子电压空间矢量。在以转子自身旋转的 abc 轴系中，定义转子电压空间矢量为

$$\mathbf{u}_r^{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} (u_a + au_b + a^2 u_c) \quad (1-32)$$

而以 ABC 轴系表示的转子电压空间矢量为

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_r^{abc} e^{j\theta_r} \quad (1-33)$$

五、定、转子磁链空间矢量

定子电流流入绕组后，产生了空间磁场，假定这个磁场是按正弦分布的。显然，它是个空间矢量。当电流方向为正时，磁场轴线与相绕组轴线一致，否则相反。对于转子电流和绕组亦然。

可以用磁通 ϕ 来描述这个磁场，但为了分析问题方便，也为了能直接表征定、转子电流建立这个磁场的能力和结果，这里用磁链 ψ 来描述这个磁场。

由电工理论可知

$$\psi = Li \quad (1-34)$$

式中， ψ 是与绕组交链的磁通和该绕组有效匝数的乘积； L 为电感，当磁路不饱和时，它是有效匝数和磁路磁导的函数，当磁路饱和时，它还与电流强度有关。

式 (1-34) 表明，若电流是空间矢量，则磁链一定也是空间矢量。作为空间矢量，磁链矢量的幅值与方向决定于产生它的电流矢量。若这个磁链是由自身绕组电流产生的，它便是自感磁链，式 (1-34) 中的 L 是自感；若这个磁链不是由自身绕组电流产生的，而是另一绕组电流产生的磁场而与它相交链的磁链，它便是互感磁链，式 (1-34) 中的 L 应是两绕组间的互感。

同定子电压空间矢量一样，可将定子磁链空间矢量定义为

$$\Psi_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (\psi_A + a\psi_B + a^2\psi_C) \quad (1-35)$$

式中, ψ_A 是链过定子 A 相绕组磁链的总和, 包括它的自感磁链, 也包括其他定、转子绕组对它的互感磁链, 对 ψ_B 和 ψ_C 也是如此。

三个定子磁链各自作用在自己的轴线方向上, 而定子磁链空间矢量就是其在空间进行矢量合成的结果。同样, 可将它看成是个单轴复矢量, 亦即是链过定子单轴线圈的总磁链, 考虑到功率不变约束, 这个单轴线圈的有效匝数为定子相绕组有效匝数的 $\sqrt{3}/\sqrt{2}$ 倍。

同理, 在以转子自身旋转的 abc 轴系中, 定义转子磁链空间矢量为

$$\Psi_r^{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\psi_a + a\psi_b + a^2\psi_c) \quad (1-36)$$

而以 ABC 轴系表示的转子磁链空间矢量为

$$\Psi_r = \Psi_r^{abc} e^{j\theta_r} \quad (1-37)$$

对于某相绕组来说, 当与此绕组交链的磁链发生变化时, 它在绕组中产生的感应电动势为

$$e = - \frac{d\psi}{dt} = - L \frac{di}{dt} \quad (1-38)$$

即感应电动势与磁链或电流具有微分关系, 从这个角度说, 也可以将感应电动势看成是空间矢量, 由它和外加电压矢量共同作用, 决定了该相绕组中的电流。这样, 我们就可以用上述空间矢量来建立方程, 用以分析电动机内的各种电磁关系。由空间矢量、矢量变换和矢量方程构建的空间矢量理论, 成为当前研究电机现代控制的简捷而有效的方法。

第二节 空间矢量方程

如果三相感应电动机为绕线转子, 则要先对转子进行绕组归算, 将转子参数归算到定子侧; 如果转子为笼型结构, 则应先对转子进行绕组归算, 将其等效为三相绕线式转子, 然后再将参数归算到定子侧。于是, 三相感应电动机的物理模型可用图 1-5 来表示。图 1-5 中, 定子三相对称绕组的轴线在空间固定, 转子三相绕组的轴线随转子一同旋转。以定子 A 相绕组的轴线为空间参考坐标轴来确定转子的空间位置, 同时将 A 轴作为空间复平面的实轴。

图 1-5 是三相感应电动机理想化的物理模型, 即假设电动机磁路为线性, 忽略铁心损耗, 所有绕组产生的磁动势波和磁场在空间都按正弦分布。

为了正确列写方程和分析各物理量间的关系, 对图 1-5 中各物理量的正方向规定如下:

- (1) 磁链正方向与坐标轴方向一致。
- (2) 电流正方向规定为通过轴线圈时能产生正磁链。
- (3) 电压和电动势正方向按电动机惯例规定为与电流正方向一致。

(4) 转速方向以逆时针为正, 电磁转矩正方向与转速正方向一致, 其他转矩正方向与转速正方向

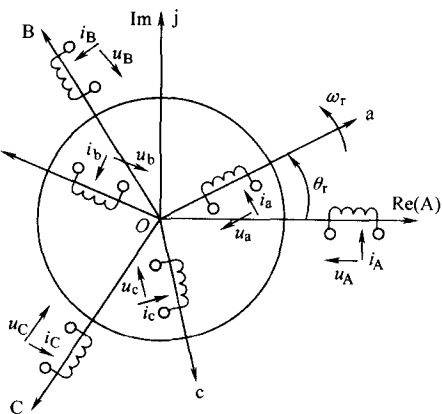


图 1-5 三相感应电动机的物理模型



相反。

根据图 1-5 可写出定、转子各相绕组的磁链方程，即有

$$\begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_b & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-39)$$

式 (1-39) 中电感可分为两大类。

一、自感

由于电动机气隙均匀，因此各相绕组自感为常数。令

$$L_A = L_B = L_C = L_{s1}$$

$$L_a = L_b = L_c = L_{r1}$$

这里下标 1 表示是一相绕组的自感。由电机学可知，自感分为励磁电感和漏感两部分。励磁电感与穿过气隙的磁通相对应，因归算后定、转子绕组有效匝数相同，磁通路径（主磁路）状况相同，故各相绕组励磁电感相等，都记为 L_{m1} 。而定、转子绕组的漏感与漏磁通相对应，定、转子漏磁路径不同，因此漏感并不相等，分别记为 $L_{s\sigma}$ 和 $L_{r\sigma}$ 。于是有

$$L_{s1} = L_{s\sigma} + L_{m1} \quad (1-40)$$

$$L_{r1} = L_{r\sigma} + L_{m1} \quad (1-41)$$

二、互感

定子绕组间以及转子绕组间的互感，因彼此在空间间隔 120° 电角度，在假定气隙磁场为正弦分布的条件下，其值为

$$L_{AB} = L_{BA} = L_{AC} = L_{CA} = L_{BC} = L_{CB} = L_{m1} \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} L_{m1}$$

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{ca} = L_{ac} = L_{bc} = L_{cb} = L_{m1} \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} L_{m1}$$

定子绕组与转子绕组间的互感值与转子位置有关，它们是电角度 θ_r 的余弦函数，即有

$$L_{Aa} = L_{aA} = L_{Bb} = L_{bB} = L_{Cc} = L_{cC} = L_{m1} \cos \theta_r$$

$$L_{Ac} = L_{cA} = L_{Ba} = L_{aB} = L_{bC} = L_{Cb} = L_{m1} \cos (\theta_r - 120^\circ)$$

$$L_{Ab} = L_{bA} = L_{Ca} = L_{aC} = L_{Cb} = L_{bC} = L_{m1} \cos (\theta_r + 120^\circ)$$

当定、转子绕组轴线取得一致时，两者间互感最大，等于绕组的励磁电感 L_{m1} 。

于是，可将式 (1-39) 中的电感矩阵 L 分解成

$$L = \begin{pmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{pmatrix} \quad (1-42)$$

式中



$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}_{ss} &= \begin{pmatrix} L_{ss} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{ss} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{ss} + L_{m1} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{L}_{rr} &= \begin{pmatrix} L_{rr} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{rr} + L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{rr} + L_{m1} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{L}_{sr} &= L_{m1} \begin{pmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos\theta_r \end{pmatrix} \\
 \mathbf{L}_{rs} &= L_{m1} \begin{pmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos\theta_r \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

矩阵 \mathbf{L}_{ss} 和 \mathbf{L}_{rr} 与 θ_r 无关, 而矩阵 \mathbf{L}_{sr} 和 \mathbf{L}_{rs} 与 θ_r 有关, 且互为转置矩阵。

由上分析, 可将式 (1-39) 分写成如下形式, 即

$$\begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{pmatrix} = \mathbf{L}_{ss} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{sr} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-43)$$

$$\begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix} = \mathbf{L}_{rs} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{rr} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-44)$$

三、定、转子磁链矢量方程

将式 (1-43) 和式 (1-44) 的第二行分别乘以 a , 而第三行分别乘以 a^2 , 再利用欧拉公式 $\cos\theta_r = \frac{1}{2}(e^{j\theta_r} + e^{-j\theta_r})$, 以及 $i_A + i_B + i_C = 0$ (三相绕组没有中线), 可得

$$\begin{pmatrix} \psi_A \\ a\psi_B \\ a^2\psi_C \end{pmatrix} = \left(L_{ss} + \frac{3}{2}L_{m1} \right) \begin{pmatrix} i_A \\ ai_B \\ a^2i_C \end{pmatrix} + \frac{3}{2}L_{m1} \begin{pmatrix} i_a \\ ai_b \\ a^2i_c \end{pmatrix} e^{j\theta_r} \quad (1-45)$$

$$\begin{pmatrix} \psi_a \\ a\psi_b \\ a^2\psi_c \end{pmatrix} = \frac{3}{2}L_{m1} \begin{pmatrix} i_A \\ ai_B \\ a^2i_C \end{pmatrix} e^{-j\theta_r} + \left(L_{rr} + \frac{3}{2}L_{m1} \right) \begin{pmatrix} i_a \\ ai_b \\ a^2i_c \end{pmatrix} \quad (1-46)$$

由式 (1-45) 和式 (1-46) 可写出以静止 ABC 轴系表示的定、转子磁链矢量方程, 即

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r \quad (1-47)$$



$$\psi_r = L_m i_s + L_r i_r \quad (1-48)$$

式中

$$L_s = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{m1} \quad (1-49)$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2} L_{m1} \quad (1-50)$$

$$L_m = \frac{3}{2} L_{m1} \quad (1-51)$$

这里, 励磁电感 $L_m = \frac{3}{2} L_{m1}$, 因为它对应的是定子或转子三相绕组共同产生的气隙磁链, 是表征定子或转子共同作用的参数, 与电机学中三相感应电动机等效电路中的等效励磁电感 L_m 是相等的。值得注意的是, 式 (1-49) 和式 (1-50) 中的漏感 $L_{\sigma s}$ 或 $L_{\sigma r}$ 也应计及定子或转子其他两相漏感与其的交链作用, 亦即此时的 $L_{\sigma s}$ 和 $L_{\sigma r}$ 亦应是等效漏感。所以, 定子自感 L_s 和转子自感 L_r 是计及了三相绕组共同作用的等效参数。

式 (1-47) 表征了定子磁链 ψ_s 的物理意义, 是定子三相绕组和转子三相绕组共同产生的气隙磁链与定子绕组漏磁链之和, 不应该将其与定子三相绕组的自感磁链 $L_s i_s$ 相混淆。换言之, 定子磁链 ψ_s 是链过定子三相绕组的磁链总和, 又称为定子全磁链。同理, 式 (1-48) 表征了转子磁链 ψ_r 的物理意义, 是转子的全磁链, 这个全磁链包括了总的气隙磁链与转子漏磁链两部分。显然, 电动机内的总气隙磁链可表示为

$$\psi_m = L_m (i_s + i_r) = L_m i_m$$

式中, i_m 为励磁电流空间矢量。

感应电动机正是通过气隙磁场进行能量转换的。值得注意的是, 定子和转子漏磁场虽然不能产生电磁转矩, 但在电动机运动控制的动态过程中却起着十分重要的作用。

四、定、转子电压矢量方程

在三相 ABC 轴系中, 定子三相电压方程为

$$u_A = R_s i_A + \frac{d\psi_A}{dt} \quad (1-52)$$

$$u_B = R_s i_B + \frac{d\psi_B}{dt} \quad (1-53)$$

$$u_C = R_s i_C + \frac{d\psi_C}{dt} \quad (1-54)$$

将式 (1-53) 乘以 a 、式 (1-54) 乘以 a^2 , 再将式 (1-52) ~ 式 (1-54) 相加, 可得定子电压矢量方程为

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad (1-55)$$

在转子 abc 轴系中, 转子三相电压方程为

$$u_a = R_r i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \quad (1-56)$$

$$u_b = R_r i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \quad (1-57)$$