

中国科学院知识创新工程项目
中国近现代科学技术史研究丛书
丛书主编 路甬祥

中国近代代数史简编

A SHORT HISTORY OF ALGEBRA IN MODERN CHINA

冯绪宁 袁向东 著



山东教育出版社

中国科学院知识创新工程项目
中国近现代科学技术史研究丛书
丛书主编 路甬祥

中国近代代数史简编

A SHORT HISTORY OF ALGEBRA IN MODERN CHINA

冯绪宁 袁向东 著



山东教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中国近代代数史简编 / 冯绪宁, 袁向东著. — 济南: 山东教育出版社, 2006
(中国近现代科学技术史研究丛书 / 路甬祥主编)
ISBN 7-5328-5394-2

I. 中... II. ①冯...②袁... III. 代数-数学史-中国-近代 IV. 015-092

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 010925 号

中国近现代科学技术史研究丛书

中国近代代数史简编

冯绪宁 袁向东 著

出 版 者: 山东教育出版社

(济南市纬一路 321 号 邮编: 250001)

电 话: (0531) 82092663 传真: (0531) 82092661

网 址: <http://www.sjs.com.cn>

发 行 者: 山东教育出版社

印 刷: 山东新华印刷厂临沂厂

版 次: 2006 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1—3000

规 格: 787mm × 1092mm 16 开本

印 张: 13.5 印张

字 数: 210 千字

书 号: ISBN 7-5328-5394-2

定 价: 24.50 元

(如印装质量有问题, 请与印刷厂联系调换)

(电话: 0539—2925659)

“中国近现代科学技术发展综合研究项目”组织机构

学术顾问(以姓氏笔画为序):

王 元 华觉明 许良英 杜石然 吴文俊 何丙郁 张秉伦 陈美东
周光召 金 铎 柯 俊 郭书春 席泽宗 曹效业 路甬祥 潘吉星

首席科学家: 张柏春 王扬宗

专家组成员(以姓氏笔画为序):

王扬宗 刘 钝 张柏春 曹幸穗 董光壁 廖育群 樊洪业

办公室主任: 张 藜 **副主任:** 张九辰

《中国近现代科学技术史研究丛书》组织机构

丛书主编: 路甬祥

丛书副主编: 张柏春 王扬宗 董光壁 王渝生

丛书编委会委员(以姓氏笔画为序):

王扬宗 王克迪 王政芳 王渝生 艾素珍 田 淼 孙永大 曲安京
刘 钝 刘益东 刘佩华 刘戟锋 江晓原 关增建 李成智 李劲松
李兆华 杨 舰 邹大海 邹 健 宋正海 张九辰 张大庆 张志辉
张治中 张柏春 张 剑 张 藜 罗桂环 周嘉华 胡化凯 胡宗刚
胡维佳 赵 猛 夏玉棉 姜振寰 姚 远 袁向东 黄 晔 曹幸穗
梁 波 韩义华 韩健平 董光壁 鲁大龙 解 源 廖 克 廖育群
樊洪业 潘亚男

丛书常务编委会

主任: 张柏春 王扬宗

委员(以姓氏笔画为序):

王扬宗 王渝生 艾素珍 孙永大 刘 钝 张柏春 张 藜 曹幸穗
董光壁 鲁大龙 廖 克 廖育群 樊洪业

总 序

《中国近现代科学技术史研究丛书》是中国科学院知识创新工程项目“中国近现代科学技术发展综合研究”的成果，是百余位科技史专家、学者和研究生们辛勤劳动的结晶。

这也是中国科技界第一次有规模地对中国近现代科学技术发展的历程进行比较全面的、系统的、综合的研究。中国近现代科技史是中国近现代史的重要组成部分，研究中国近现代科技史对研究中国近现代史具有重要意义。立题时确定的目标是：系统地收集、抢救和整理中国近现代科学技术史实资料，建立完整的数据库，为中国近现代科技发展史研究积累基本资料；研究中国近现代科技发展历程中的重大事件、重要人物、历史文化背景及其对于中国经济社会文明进步的作用；对一些重要史实展开专题研究，力求取得新的认知和新的突破；科学地总结中国近现代科技发展历史的经验和教训，为新世纪中国科学技术的发展、创新能力的提高、创新体系的建设提供历史镜鉴；通过研究工作培养一批中青年科技史人才。

值得高兴的是，经过三年的努力，这些目标大都实现了。这套丛书是作者们奉献给读者的一份丰厚礼物，也将成为研究我国近现代科技史的宝贵资料。科技创新永无止境，科学技术史的研究也永无止境。我衷心希望读者和科技史界同仁能不吝批评，并在此基础上继续将我国近现代科学技术史研究推向前进，共同为全面建设小康社会，加快推进社会主义现代化建设做出贡献。

中国科学院院长 **洪永祥**

2003年6月5日

《中国近现代科学技术史研究丛书》出版前言

近代科学技术自 19 世纪传入中国以来,经历了一段非同寻常的曲折过程。从 19 世纪中叶自强运动中开始的“师夷之长技”,到 20 世纪初年的“科学救国”、“实业救国”思潮,从 50 年代的“向科学进军”,到 20 世纪末叶的“科教兴国”战略,中国人对科学技术给予了多少希望、梦想和憧憬! 150 年来,中国科学技术的进步是巨大的,但在全人类共同创建的现代科学技术大厦中,中国的贡献还很有限,中国科学技术的现代化还没有完成。站在新世纪的门槛上,中国应该如何发展科学技术,追赶国际先进水平,实现“科教兴国”的历史重任? 面对这样重大的问题,我们不仅要深入了解和借鉴科学技术发达国家的经验,还必须深入研究中国近现代科学技术发展的历程及其与社会文化的关系,准确地把握科学技术的特性及其发展机制,总结中国近现代科学技术发展的历史经验和教训。

令人遗憾的是,我们在致力于解决眼前的科学和技术问题,追赶国际先进水平的时候,却很少系统地探讨和总结我国一二百年来科技发展的经验和教训。长期以来,我们对如何推进中国科学技术的进步、创造有利于科学技术发展的社会条件和文化氛围缺乏应有的认识。结果,我们不仅不易充分汲取历史的经验教训,反而可能重复旧的失当的政策和举措。因此,在面临重任和挑战的今天,系统地研究中国近现代科学技术发展史不但是学术研究的一项紧迫任务,也是现实赋予我们的重大课题。

大约 15 年前,中国科学院自然科学史研究所计划开展中国近现代科学技术发展史的研究工作。其主要成果就是董光璧先生主编《中国近现代科学技术史》和吴熙敬先生主编《中国近现代技术史》两部大型著作,分别由湖南教育出版社和科学出版社印行问世。在完成上述著作不久,自然科学史研究所又提出了系统地研究中国近现代科学技术史的大型研究计划,几经周折,终于在 2000 年列为中国科学院知识创新工程重要方向项目。“中国近现代科学技术发展综合研究”是一个跨越基础科学、应用科学、工程技术和人文社会科学等多学科的重要研究项目,主要包括专题研究、资料集与工具书、中国近现代科技史资料库这三大课题。经征求各方面意见,我们选定了 30 多个二级课题,于 2000 年 11 月正式启动了这项研究。国内近 30 个科

研院所、高等院校和其他机构的百余位科学技术史研究者和研究生承担了研究项目的二级课题。

中国近现代科学技术史的研究起步较晚,许多专题研究还有待开展,尚不具备编纂系统性史书的条件,加之项目的实施期限仅为三年,因此,我们预定的研究任务是以有创意的专题研究和重要的资料建设为主,以期为进一步系统深入的研究打下基础。我们希望本项目研究中国近现代科技发展历程中的基本问题,拓展研究方向,推动研究队伍的建设;以多角度的综合性研究、个案研究和学科史专题研究为主,力求在探索中国近现代科技发展的基本史实和脉络等方面取得进展;收集、抢救和整理重要的历史资料,编辑史料选辑,建立资料中心,为深入探讨中国近现代科技发展积累基本资料;总结中国近现代科技发展的历史经验和教训,为推动当代中国科学技术的发展提供历史启发。在梳理史实的同时,也致力于探讨科学、技术、经济、社会和文化的互动,尝试现代科学哲学、科学社会学和科技政策学等关于科学技术的理论和方法。

在短短的三年里,各课题组克服了很多困难,在资料搜集和研究方面花了大量精力,并积极配合项目的组织工作。经过努力,绝大多数课题组基本上完成了预期的研究任务,其主要研究成果就是奉献给读者的这套“中国近现代科学技术史研究丛书”。

项目的研究工作由中国科学院自然科学史研究所组织实施,是在中国科学院基础局、综合计划局、政策局和院所领导的大力支持下完成的。一部分课题还得到国家自然科学基金委员会的资助。自然科学史研究所人员承担了项目的约一半的课题,研究所领导全力支持项目组的工作,为完成研究工作提供了人力保证和相应的经费。自然科学史研究所前所长廖克、前副所长王渝生和有关人员为项目的立项和前期工作做出了重要的贡献。山东教育出版社将丛书列为重点图书出版计划,并为研究工作提供了部分配套经费,在专著的出版编辑方面做了很多工作。

中国科学院数学与系统科学研究院、中国科学院科技政策与管理科学研究所、中国科学院地理科学与资源研究所、中国科学院沈阳分院、中国科学院国际合作局、中国社会科学院近代史研究所、大连化工研究院制碱研究所、中国科技大学、清华大学、北京大学、上海交通大学、北京航空航天大学、哈尔滨工业大学、国防科技大学、西北大学、天津师范大学、首都师范大学、中共中央党校、中国农业博物馆、中国科技馆、国家测绘局、国家地震局地质

研究所、中国电力信息中心、庐山植物园、辽宁省图书馆等近 30 个单位为课题承担人给予了多方面的支持甚至提供配套经费。

在资料收集和建设方面,项目和各课题组得到了相关图书馆、档案馆和有关机构的理解和配合。中国科学院办公厅档案处、辽宁省档案馆等单位为查阅和利用档案资料提供了很多方便和帮助。还有许多单位的档案或资料管理机构向本项目二级课题提供了很多资料和帮助,具体情况详见丛书各卷的致谢或后记。自然科学史研究所图书馆为项目的资料建设做了许多工作。《自然科学史研究》、《中国科技史料》等学术期刊出版了项目的部分研究成果。

项目顾问就项目的设立和实施提出了指导意见。项目专家组在学术指导和课题评议等方面发挥了重要作用。丛书编委会、常务编委会和审稿专家审阅各课题书稿,为提高书稿质量做出了重要贡献。项目办公室负责项目的各项日常工作,组织学术活动,付出了辛勤的劳动。

在此,我们谨向项目的主管部门和合作单位以及顾问、专家和有关工作人员表示诚挚谢意!向项目各课题负责人和参与人员致以深深的谢意!

编撰这样规模的中国近现代科学技术史丛书是一个初步的尝试,不少著作还只是初步的研究成果,其中难免有疏漏和错误,恳请同人和广大读者赐教,以共同促进中国近现代科学技术史研究的开展。

张柏春 王扬宗
2003 年 10 月 31 日

序 言

一、中国近代代数发展的学术背景

中国古代擅长代数与计算。春秋战国时期基于十进位值制计数法的筹算,公元前后的《九章算术》中的解线性方程组的消元法,4世纪的《孙子算经》及南宋秦九韶的《数书九章》中一次同余式组的解法(大衍求一术),11世纪贾宪的《皇帝九章算法细草》中的“杨辉三角”,宋元时期李冶的“天元术”、朱世杰的“四元术”,以及秦九韶的求高次代数方程数值解的“正负开方术”,都堪称当时世界一流的成果。但在明清时期,我国代数学的发展处于低迷状态。为什么会出现这种情况,是数学史界极关注的问题,有不少学者进行了探讨,其中从当时中国经济、政治和学术界的状况出发做出分析的居多。我们从我国古代代数学的学术特点看,觉得有几个因素不容忽略。

一是,它所涉及的问题都是来自生产和生活中的实际问题,因而问题的分类基本上是按生产和生活中面临的课题来分的(如《九章算术》将问题分为九类:方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、赢不足、方程和勾股),这种分类不利于思考按学科内容的自然延拓所形成的问题。我国古代数学家不善于按代数方程次数升高的方向去提出问题。

二是,它所要求的解答都是具体的数值结果。我国古代数学家的兴趣不在于明确给出针对一类代数问题的一般解,尽管他们实际上可能已经得到了求一类方程的普遍方法。这是属于观念的问题,在我国古代数学的发展中有根深蒂固的影响。我国古代的数学家不会去考虑一般方程的根式解的可能性问题,而这恰是近代代数学发展的一个契机。正是对一般五次代数方程有无根式解的探求,导致了代数新理论的诞生。因此,要从我国古代代数学的传统中生长出近世代数是困难的。

三是,我国古代代数学的符号体系很少变动,使用起来比较笨重,很难用旧瓶装新酒。

因此,我国 20 世纪代数学的发展,从引进和学习在西方首先发展起来的近代代数开始是必然的。

二、本书所论“代数”的学科范围约定

代数学一直是数学中一个重要的基础学科。古典意义下的代数学,几乎等同于解代数方程的理论与方法。在 18 世纪末叶至 19 世纪初期,一些数学家在寻找一般五次代数方程的根式解的过程中,发现和提出了不同于古典代数学的新的概念、方法和问题。1970 年, J. L. 拉格朗日 (Lagrange, 1736—1813) 研究了二、三和四次方程的求根公式的特点,引出了根的置换问题,其中孕育着解决五次方程有无根式解所需的新概念,即置换群和数域的概念。接着,1813 年, P. 鲁菲尼 (Ruffini, 1765—1822), 1824—1826 年, N. H. 阿贝尔 (Abel, 1802—1829) 证明了一般的五次及五次以上方程不存在根式解的结论。阿贝尔实质上引进了在给定数域中的不可约多项式的概念。而 E. 伽罗华 (Galois 1811—1832) 的工作是真正的新起点,在 19 世纪 20 年代末至 30 年代初,他引进置换群的正规子群、数域的扩域和群的同构等概念,证明了由方程的根的某些置换所构成的群 (即所谓的方程的伽罗华群) 的“可解性”是方程可用根式求解的充分必要条件。他不仅彻底弄清了一般的五次及五次以上方程无根式解的原因 (一般 n 次代数方程的伽罗华群是对称群,记作 S_n , 当且仅当 $n \leq 4$ 时 S_n 为可解群,即 S_n 具备可解性,因此一般五次及五次以上方程不可能用根式求解),而且开辟了全新的代数学研究领域,这个代数学新领域,在 19 世纪末至 20 世纪初已被称为“近世代数学”。20 世纪 30 年代,范德瓦尔登《近世代数学》一书的出版,标志着近世代数学作为一个数学分支的成熟,近世代数学现亦常称为抽象代数学。

“近世代数学以研究各种代数结构——群、环、域、格、结合及非结合代数等的性质为其中心问题,目前仍在蓬勃发展之中,它的方法和结果渗透到那些与它相接近的不同的学科中,成为一些有着新面貌和新内容的学科——代数数论、代数几何、拓扑代数、李群和李代数、代数拓扑、泛函分析等。这样,近世代数学就对于全部数学的发展显著地发生了很大影响,而且对于

理论物理学等其他学科也有很多的应用。”(华罗庚、段学复和王湘浩:“50年代的中国代数学研究”。引自《段学复文集》[北京大学院士文库],北京大学出版社,1999)。近世代数的这一发展特点,也是近代数学其他分支发展的特点。正如20世纪法国数学家J.迪厄多内(Dieudonne,1906—1992)所指出的:“一门理论中的任何一个概念,几乎都会在若干其他理论中产生明确的回响。因此,试图以固定刻板的边界,按传统的方法把数学划分成代数、分析、几何等等部分,现在已完全过时了。”因此,本书在讨论近世代数学在中国的发展时,把视野扩大到与近世代数相近的领域,诸如代数数论、代数几何,李群和李代数等。

三、关于我国近代代数发展的粗略分期

根据我国代数学发展的具体情况,我们将其分为以下几个阶段:20世纪初—20年代为起步阶段,20世纪30—40年代为群星璀璨的年代,20世纪50—60年代中期为人才培养和时起时落的发展阶段,20世纪60年代中期—70年代初为基本停滞阶段,20世纪70年代初—80年代初为停滞后的起步复兴阶段。(本书讨论终结于此,自20世纪80年代始,我国的代数学出现了稳定发展的新时期)在每个时期,我们会简要地阐述当时国际上代数学的发展状况,然后展开我国代数学家在人才培养与研究方面的成果,并探讨这些成果在我国代数学发展中的地位,在国际上的地位等问题。需要特别说明的是,我们编写此书属于中国近现代科技发展史研究项目中的一个课题,有较严格的交稿日期的限制,这使我们没有足够的时间去收集资料,所以我们的论述肯定是不充分的。加之代数学博大精深,以我们的知识背景从事这项工作,时感力不从心,因此我们的探讨仅仅是初步的。

四、几点说明

本书有篇幅不小的几篇附录,其中我们选译了若干我国代数学家最重要的论文,另有些同样重要的文章则因篇幅和时间关系,未能译出刊登。在附录中还有一篇段学复先生1947年在上海大公报上连载的文章“谈谈近世

代数学”。载承这篇文章的报纸,段先生保存了几十年的,几年前他亲手交给我们时,纸已经变黄发脆,折叠处字迹已模糊不清。我们想该文大概是我国学者最早向公众介绍近世代数的科普作品,很有历史价值,故在此重登。附录中的“几度沧桑两鬓斑,桃李天下慰心田——段学复教授访谈录”生动地反映了我国老一辈代数学家如何在艰苦的条件下做出贡献,以及他们为科学献身的精神。

我们向所有为我们提供了资料以及给与我们各种帮助的老师、朋友和同行表示感谢,他们中有:段学复、田方增、丁石孙、万哲先、郝炳新、刘绍学、吴品三、许以超、许永华、石生明、胥鸣伟、姚景齐、裴定一、李福安、戴宗铎、张奠宙、张英伯、张柏春、田森、郭金海、袁钧等。我们的写作还得到了国家自然科学基金的资助(编号:10071085)。在文中我们使用了很多已发表的文献资料,对其作者我们深表谢意;没有前人的工作,我们寸步难行。

目 录

序言	1
第一章 中国近代代数学教学和研究的兴起(20世纪初—20世纪20年代)	1
第一节 西方近代代数学研究的肇始	1
第二节 19世纪早期中国数学家在代数方面的研究	3
第三节 19世纪下半叶至20世纪初期西方代数学发展简况和中国学界的动向	4
第四节 辛亥革命前后中国各级学校的学制变迁与课程设置	6
第五节 中国近代数学(包括代数学)教学与研究的拓荒者	11
第二章 20世纪30—40年代的中国代数学	15
第一节 世界代数学发展趋势	15
第二节 1933年关于大学数学教学的一次讨论	18
第三节 西南联大数学系的课程设置	21
第三章 中国代数界群星璀璨的年代	23
第一节 曾炯:函数域上的代数	23
第二节 华罗庚:有限群论、体论、典型群和矩阵几何	25
第三节 柯召:二次型和矩阵论,李华宗:矩阵论和克里福德代数	30
第四节 张禾瑞:维特李环的自同构和表示	31
第五节 段学复:有限群论、李群及李代数	33
第六节 王湘浩:代数数论	36
第七节 严志达:李群的贝蒂(Betti)数	39
第八节 周炜良:代数几何	40

第九节 萧君绛首译范德瓦尔登的 <i>Moderne algebra</i> (《近世代数学》)	45
第四章 时起时落的代数研究(20 世纪 50—60 年代)	50
第一节 背景	50
第二节 以华罗庚为首的中科院数学所的典型群研究	52
第三节 颐和园龙王庙会议前后的学术氛围	55
第四节 华罗庚在代数方面的继承人万哲先	56
第五节 北京大学和段学复在代数方面的研究	57
第六节 北京师范大学在代数方面的成果	60
第七节 吉林大学在环论方面的研究	62
第八节 南开大学李群和李代数的研究	64
第五章 我国代数学研究在停滞后的复兴(20 世纪 70—80 年代)	66
第一节 代数在编码和密码理论方面的应用	66
第二节 典型群和有限几何方面工作的继续	68
第三节 北京师范大学开辟代数表示论方向的研究	70
第四节 华东师范大学的代数研究与曹锡华	73
第五节 代数数论方面的工作	77
第六节 南京大学的代数研究与周伯垠	80
第七节 武汉大学在有限群和环论方面的研究	82
第八节 许永华在环论方面的工作	84
第九节 许以超的代数工作	85
结语	88
附录	92
附录 1 曾炯之:论函数域上可除代数	92
附录 2 曾炯之:论交换域的拟代数闭性的层次理论	96
附录 3 周炜良:论代数流形的相伴形式和代数系统	105
附录 4 张禾瑞:关于 Witt 李环	115
附录 5 Claude Chevalley 和段学复:关于代数的李代数	145
附录 6 段学复:谈谈近世代数学	147
附录 7 华罗庚:体的自同构	159
附录 8 华罗庚:体的若干性质	162

附录 9	严志达:例外单群的 Poincaré 多项式	167
附录 10	严志达:某些群的线性表示和对称齐性空间的贝蒂数	170
附录 11	王湘浩:格伦瓦尔德定理的一个反例	173
附录 12	丁石孙 袁向东 张祖贵 几度沧桑两鬓斑,桃李天下 慰心田——段学复教授访谈录	175

第一章 中国近代代数学教学和研究的兴起

(20 世纪初—20 世纪 20 年代)

本章讨论我国近代代数学的起步。对西方近代代数学在 19 世纪的兴起与发展,以及 19 世纪我国数学家在代数方面的工作做一回顾是有益的,由此可以窥见我国数学家在开辟近代代数教学与研究领域时所面临的与西方的巨大差距。辛亥革命前后我国的小、中、大学的学制和课程的变革,直接影响了我国近代数学教学与研究的发展,我国近代代数学的教学和研究就是在这一背景下发生和发展的,对此我们也略做叙述。20 世纪前 30 年出国留学的数学家是一批在我国播种近代数学种子的拓荒者,其时在国外学习代数(包括数论)者寥寥,少于学习分析及几何者,这一点,从我们列出的 12 位 1930 年前在国外得博士学位的数学家的学位论文可见一斑。

第一节 西方近代代数学研究的肇始

在中国人于 20 世纪 20 年代迈进近代代数大门时,西方学者已从开创这一研究方向起走过了近百年的历程。西方近代代数学的兴起是以求解一般五次代数方程的根式解为契机的。1813 年,意大利医生、数学家和哲学家 P. 鲁菲尼,1824—1826 年,挪威数学家 N.H. 阿贝尔证明了一般五次及五次以上代数方程无根式解。1826 年出版的克雷尔杂志的创刊号上,刊出了阿贝尔的论文“论代数方程,证明一般五次方程的不可解性”,掀开了近代代数学的序幕。

1830 年有两件大事发生。一是,法国天才数学家伽罗华(1811—1832)首次在数学中使用“群”这一概念和术语,并彻底解决了方程 $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$ 在什么条件下可通过其系数的有理运算及求 n 次方根来表示方程的解。他就代数方程根的置换群讨论了群这一代数结构的基本性质,开了对各种数域的代数结构做精细研究的先河。二是,两位英国数学家各自提出使代数运算一般化的设想。G. 皮科克(Peacock, 1791—1858)在他的 *Treatise on Algebra* (《代数专论》)中对代数运算法则进行了系统整理,试图按欧几里得《几何原本》的模式赋予代数学一种逻辑结构,从而使代数学脱离实数或复数的特殊性质,而变为对不加解释的纯符号及其运算规则进行研究的科学。A. 德摩根(De Morgan, 1806—1871)在他的 *Trigonometry and Double Algebra* (《三角学与双重代数》)中提出如下思想:算术中或代数中的所有词或符号,除了一个例外(指等号 $=$),都没有具体含义;研究的对象应是纯粹的符号及其组合规则;这种符号的代数即可成为上百种具有不同含义的代数的通用“语法”。无论是伽罗华还是 G. 皮科克或 A. 德摩根,他们的工作和思想都在把代数向抽象化、公理化的方向推进,其中, G. 皮科克的目标虽很有价值,但方法过于含糊,无法达到他的愿望,而伽罗华的思想和方法超前于当时一些大数学家的观念,因而当时并未引起数学界的高度关注。

差不多在同一时期,另一位英国数学家 W. R. 哈密顿(Hamilton, 1805—1865)在代数方面的惊人发现却立即引起了轰动。他在 1833 年开始研究以“实数对”为对象的形式代数,即试图把用“实数对”表示的复数及其运算规则推广到三维空间。这一努力未获成功,而意想不到的,他却创立了四元数理论(1843)。四元数是第一个被构造出的不满足乘法交换律的数学对象。人们太习惯于乘法必可交换的观念,所以它一经问世便引起数学家和物理学家的广泛讨论。四元数是一种四维的超复数系,它使代数真正突破了实数与复数的框架,大大开阔了人们的眼界,为数学家比较自由地构建各种新的代数系统做了思想上的准备。1844 年,德国数学家 H. 格拉斯曼(Grassmann, 1809—1877)在研究 n 维几何时,独立构架了更一般的具有 n 个分量的超复数理论。