用于数据处理及模拟的小型计算机

（下　册）

电力部南京自动化研究所

1980

6

用于数据处理及模拟的小型计算机

Minicomputers in Data Processing and Simulation

（下 册）

BRANKO SOUCEK 著

陈藻成译 集体 校

电力部南京自动化研究所

1980

目　　录

（下　册）

第七章　数据模拟

引　言

开展实验的第一个步骤就是实验设计。如果系统是线性的、确定的，且只包含少量的参数，可用解析法来解决。对于大多数实际情况下，系统是非线性的，且本身和参数也是不确定的，则实验的设计可以通过摸拟和摸化来实现。实验设计的目的就是如何把所研究的实际系统引导到系统的摸型上进行研究。我们要确定一个摸型作为此系统所收集的信息体以便进行研究此系统。一个系统根据其收集信息的特点可能有好几种摸型。一个物理系统可以用另外一个物理系统来摸化或用一个数学摸型来描述，在这个数学摸型中，其结构是用数学函数和变量的关系式来描述的。数学摸型可用电子计算机来摸拟。

系统摸拟是随着系统的动态摸型上时间段的改变而把问题解决的。这种摸拟不需要解析地解出摸型的方程式，而是用观察法来代替它。在这种方法中，摸型的所有变量是时间的变量。

约在二十年前，由于电子摸拟计算机的发展，曾广泛采用摸拟计算机作为摸拟之用。近年来已介绍了许多应用数字计算机进行摸化的方法，并已发表了许多称为数字摸拟的程序设计方法（连续系统拟摸、工业动态摸拟、概率摸拟、服务和排队、离散系统摸拟、等等）。

在这一章，只着重介绍对数据摸拟和实验设计有用的方法。首先介绍连续的和离散的确定性过程的产生，然后阐明随机数据和系统的摸拟，应用最广的蒙特卡洛(Monte Carlo)法给予特别的关注。最后，新发展的在一线摸拟方法。这些方法可用来认识和减少实验的困难，或者改善系统的各种不同参数间的关系。

7.1　模拟确定性数据　DETERMINISTIC DATA SIMULATION

正弦波的产生　Sine Wave Generation

正弦波发生器在试验室中用途很广。正弦波可用一个谐波振荡器的微分方程式所描述的任何物理系统来产生：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2\cdot x \qquad (7.1)$$

微分方程式7.1在$t=0$瞬间，初始状态$x=U$；$\frac{dx}{dt}=0$，其解为：

$$x(t)=U\cdot\cos\omega t \qquad (7.2)$$

这样一个方程式能描述悬挂在无摩擦的弹簧上的质量的运动，或无损耗的电感—电容电路中的电压；或刚体的弹性应变，等等。

虽然建立一个正弦波发生器有许多不同的方法，但最有代表性的则是用方程式7.1描述的电子型发生器，其模型示于图7.1a中。

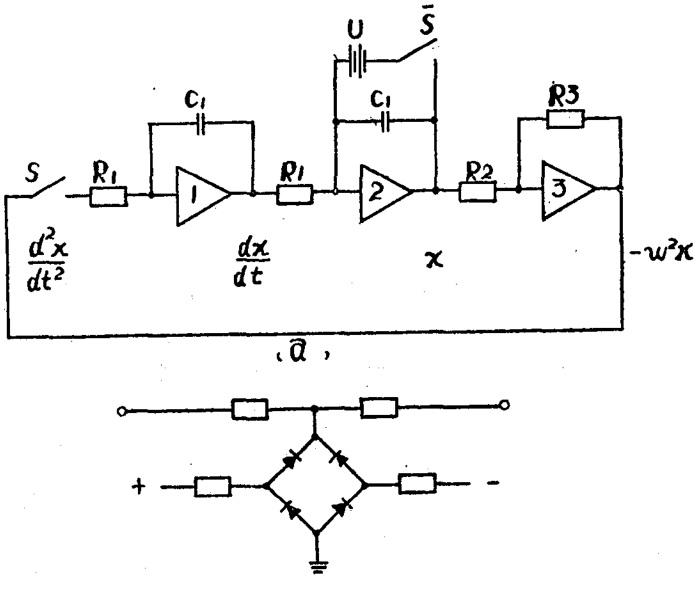

图7.1　电子型正弦波发生器，（a）线性部分；（b）非线性部分。

假定函数d^2x/dt^2是存在的，用这个函数作为积分器的输入，在积分器的输出上得到$-dx/dt$，在放大器2的输出上得到$-dx/dt$的积分x，把x加于增益为ω^2的放大器3的输入端，得到输出$-\omega^2x$。根据方程式7.1，$-\omega^2x$应等于d^2x/dt^2。因此，由闭环回路，我们得到由方程式7.1所描述的谐波振荡器。

给一只积分器或给二只积分器设置初始条件。积分器1产生dx/dt，由于初始条件是$dx/dt=0$，故放大器1不需要初始条件电路。积分器2产生x，因此需要初始条件电路提供电压$x(0)=U$，在$t=0$时，接点S务必断开，同时，接点S务必闭合。根据方程式7.2，输出x是余弦波，因而输出$-dx/dt$是正弦波。

在上例中，积分器的增益选为1，在一般情况下，积分器1的增益为$1/R_1C_1$，而积分器2的增益亦为$1/R_1C_1$，因而，电路用下面的方程式来描述：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{R_3}{R_2}\cdot x \qquad (7.3)$$

得到的是频率如下的正弦波：

$$\omega_0{}^2=\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{R_3}{R_2}$$

为了电路的正常工作，积分器的时间常数务必选 $1/R_1C_1>>2\pi/\omega_0$；且放大器1、2和3的截止频率必须 $\omega_0>>\omega_0$。

进一步修改电路可以改善正弦波的精确度；在输出3和输入2之间加反馈电阻可以得到轻度的再生；通过从输出1到输入1的环路内包含一个非线性元件（如图7.1b中的二极管桥型限幅器）作负回授以实现幅度控制。

这个电路令人感兴趣在于，它提供一种方法以产生正弦波或余弦波，作为系统响应分析中的驱动函数之用。

方波、三角波和锯齿波的发生 Square, Triangle, and Sawtooth Wave Generation

方波和三角波的产生可用简单的元件来实现：积分器、运算放大器以及具有磁滞现象的比较器。电路示于图7.2中。

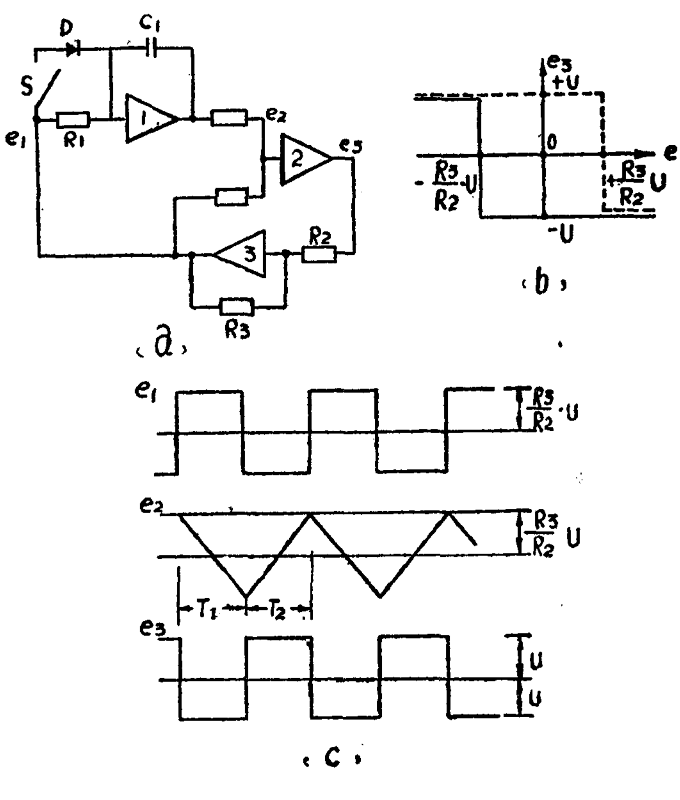

图7.2　方波和锯齿发生器的模拟电路

元件2和3用作形成图7.2b所示的具有磁滞现象的比较器。比较器2若不给偏压，则当输

入电压跨过0时，将从$+U$开关到$-U$。放大器3产生偏置电压$R_3/R_2\cdot U$。结果，已偏置的比较器就在输入电压e_2的值为$\pm(R_3/R_2)\cdot U$时进行开关：当输入e_2从－向＋上升时，输出$e_3=+U$，且偏压为$(-R_3/R_2)U$。由于输入必须补偿偏压，在$e_2=+(R_3/R_2)U$处将进行开关（图7.26中的黑线）。当输入e_2从＋到－时，输出$e_3=-U$,偏压为$+(R_3/R_2)\cdot U$，在图7.2b中电压经过一个完整的线型曲线。

电路产生的波形示于图7.2c中。正的恒值电压$e_1=(R_3/R_2)\cdot U$在元件1中被积分，得到负的扫描电压e_2，其斜率等于积分器的增益$1/R_1C_1$。当电压达到比较器的偏压电平时，元件2把输出电压e_3从$-U$开关到$+U$。结果，负的恒值电压$-(R_3/R_2)\cdot U$加到输入1，得到正的扫描电压e_2。所得到的脉冲宽度T等于扫描幅度$R_3/R_2\cdot U$被斜率$1/R_1C_1$去除：

$$T=R_1C_1\cdot\frac{R_3}{R_2}\cdot U \tag{7.4}$$

由于电路是对称的，负脉冲和正脉冲皆有相同的宽度T。

可以修改电路以得到锯齿波。如果开关S闭合，二极管D是並行地插到R_1中的，结果，正电压e_1的积分时间常数等于$Rd\cdot C_1$，Rd是二极管导通电阻（很小）。负电压e_1的积分时间常数仍为R_1C_1。

所产生的波形具有不同的时间常数T_1和T_2：

$$T_1=R_dC_1\cdot\frac{R_3}{R_2}U \tag{7.5}$$

$$T_2=R_1C_1\cdot\frac{R_3}{R_2}U \tag{7.6}$$

使$R_1/R_d>>1$，波形e_2将变成锯齿波，以较长的周期T_2上升，而以较短的周期T_1下降。

方波、三角波，以及锯齿波大量用于试验室中。

图7.2的电路不仅很有用，而且也是很有指导意义的。它介绍了为了产生驰张振荡的物理系统而必需具备的基本元件。

图7.1和7.2只介绍了产生确定性过程的一些例子。对于产生不是方程式7.1及7.2所描述的其他不是经常需要的过程，也有各种各样的电路。

用数字计算机来生成规定的信号是目前最感兴趣的。可用计算机程序来模拟积分器、反相器、RC网络等等。附录B介绍了一些用计算机摸拟基本网络以及数字滤波器的例子。所摸拟的基本数字滤波器被组合成许多复杂的网络，于是小型计算机就能生成正弦波、阶跃波、以及斜波，于是就可以摸拟如附录B所示的大量网络。

7.2 模拟随机数据 RANDOM DATA SIMULATION

蒙特卡洛法 Monte Carlo Techniques

蒙特卡洛法是一种直接摸拟随机现象和随机数据的方法，它直接用计算机摸拟随机现象而不用解析法对很宽的统计变量进行估计，而且不限于线性系统。

近代的实验往往是考察产生大量随机特征数据的复杂系统。表示随机活动的出现的变量称

为随机变量。虽然由一个随机变量所取值的确实的序例是不知道的，但变量取值的范围及其概率是已知的或假设是已知的，因此，用函数的形式来讨论随机变量，这种函数描述取各个不同值的变量的概率。

作为一个例子，我们来考察一下产生脉冲序列的实验。脉冲幅度以随机形态起伏，这种随机脉冲对于用幅射探测器进行工作的物理学家和化学家，以及测量电神经信号的生物学家都是很熟悉的。这种随机脉冲通过系统並产生随机输出，用随机输入直接摸拟一个系统往往是指导现实的试验室一过程课题以及估计其输出的唯一可能的方法。

现将简要地介绍概率函数的基本定义。

图7.3所示为用实验得到的具有随机幅度的脉冲序列。由于幅度变化的前途是不能预定的，因而测量单个特定的脉冲並不能得到有效的信息，但可以测量幅度分布的样子如何，通过采样对每个可能的幅度计量其出现多少次即可得到分布。如果随机变量取各个不同值x_i($i=1$、2、3……n)，而所取x_i值的概率为p_i，则数值p_i($i=1$，2，…n)的集合称为离散概率函数。因为变量必然要取对应于p_i的诸值之一，它服从：

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

例如，表7.1所示为在实验中，对1000个脉冲进行采样所收集到的脉冲幅度的数据。

表7.1中的第三列是幅度为x_i的脉冲的概率的估计，概率等于幅度为x_i的脉冲数被观察总数去除。

在实际中，对导出的累积分布Fr更感兴趣，它定义所观察的值小于或等于x_r的概率。在点x_r($r=1$、2、…n)上累积分布函数为

$$Fr = \sum_{i=1}^{r} p_i \qquad (7.7)$$

表7.1中的第四列所示为上述情况下的累积分布。概率分布和累积分布示于图7.4

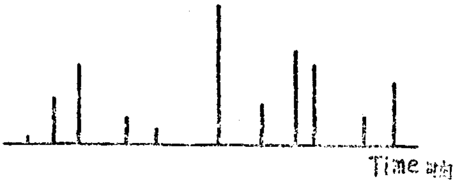

图7.3 具有随机幅度的脉冲序列

在这个实验中，仅把幅度分为十级。如果级数很大或无限大，则幅度x变成一个连续变量，这种变量可以用它的概率密度函数f(x)来描述。落入x_1x_2范围内的X的概率为

$$\int_{X_1}^{X_2} f(x)dx \qquad f(x)\geqslant 0 \qquad (7.8)$$

概率密度函数取所有可能值的积分，根据概率密度函数的内蕴的定义应为

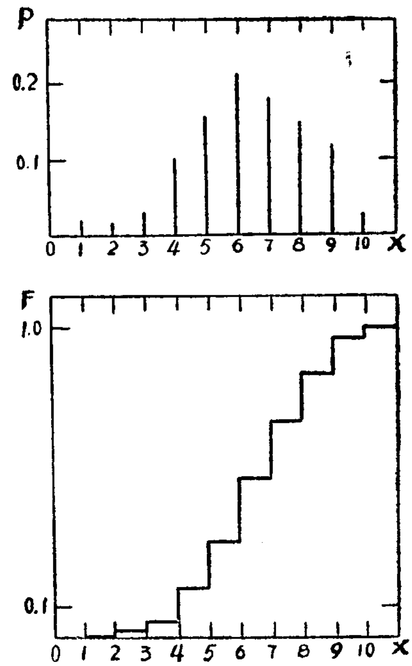

图7.4　概率分布和累积分布

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \qquad (7.9)$$

一个相对应的函数就是累积分布函数,它定义是小于或等于x的所观察的一个值的概率。如果F(x)为累积概率分布，则

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \qquad (7.10)$$

根据它的定义，F(x)是从0到1范围内的一个正数，且落入x_1x_2的范围内的X的概率为$F(x_2)-F(x_1)$。图7.5说明了一个概率密度函数及相对应的累积或积分分布函数。

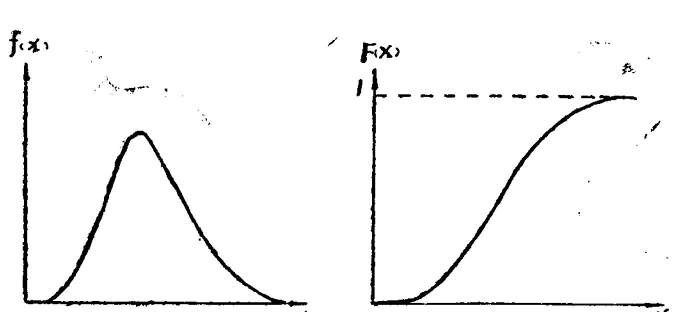

图7.5　概率密度函数及累积分布函数

表 7.1

Amplitude (幅度)	Number of Pulses (脉冲数)	Probability P (概率P)	Cumulative Probability F (累积概率F)
1	2	0.002	0.002
2	18	0.018	0.020
3	30	0.030	0.050
4	103	0.103	0.153
5	157	0.157	0.310
6	210	0.210	0.520
7	180	0.180	0.700
8	151	0.151	0.851
9	119	0·119	0.970
10	30	0,030	1.000

已介绍了根据实验数据作出概率分布函数。当函数已经作出后，感兴趣的就是看看它能否用一个解释表达式来表示。概率密度函数有许多解释表达式，此处将介绍特感兴趣的三种基本的解释表达式。

最简单的概率密度函数就是均匀分布，如图7.6a所示。均匀分布说明对所观察的量在A和B之间的任何值的概率都是相等的。均匀分布可表示为：

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1}{B-A} & \text{对} A<x<B \\ f(x) = 0 & \text{否则} \end{cases} \tag{7.11}$$

具有参数A＝0，B＝1的均匀分布是特殊情形：

$$\begin{cases} f(x) = 1 & \text{对} 0<x<1 \\ f(x) = 0 & \text{否则} \end{cases} \tag{7.12}$$

将要说明，这种分布是蒙特卡洛法摸拟的基础。

最常用的连续概率分布函数是正态或高斯分布，如图7.6b所示。

高斯分布的形状如钟，並用两个参数α（均值）及σ（标准偏差）定义于下式：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-\alpha)^2/2\sigma^2} \tag{7.13}$$

最常用的离散概率分布是普阿松分布，如图7.6c所示。普阿松分布由一个参数m（平均值）通过下式来定义：

$$P(k) = \frac{e^{-m}}{k!} m^k \tag{7.14}$$

概率分布描述随机变量的性状，它说明只考虑变量出现的值而不考虑变量出现的序列的

一个观察数值的结果。在随机变量的摸拟中，却出现了与此相反的问题，它需要生成一个随机数的序列，在这个序列中连续的各个值是随机的，但具备描述随机变量的概率分布。换句话说，必需生成与实际试验（图7.3）一样的一种随机数序列。

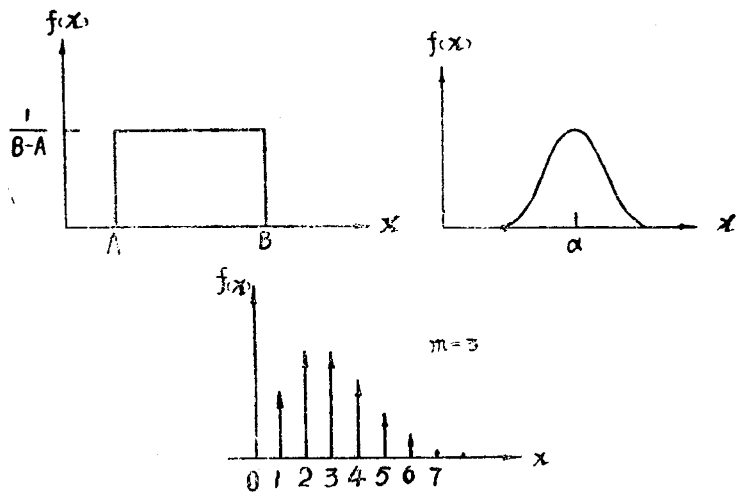

图 7.6 基本的概率密度函数，(a)均匀分布；(b)正态分布或高斯分布；(c)普阿松分布)。

蒙特卡洛法及随机列序的生成介绍如下。

为生成这样的序列实际上有各种各样的设备和方法。最简单的随机过程就是在n个不同的数字间的均匀离散概率分布描述的过程。一种简单的n节的滚轮能生成这种序列。由于这样的类似，与此相联的蒙特卡洛的名字已变成用以描述计算随机数的任何方法的一般术语了。

蒙特卡洛摸拟需要从一般不是均匀的分布作出随机数序列。直接生成具有一种特定分布的随机数的方法通常是得不到的。幸好有一种方法把均匀分布变换成所需分布，结果，在蒙特卡洛摸拟中所应用的大多数非均匀分布序列就可通过均匀分布序列的变换而得到。

随机变量的变换 Transformation of Random Variable

具有输入x及输出y的系统是用它的传递函数$y=g(x)$来描述的。对一个给定的x，知道了传递函数后，就能决定y的值，如果输入x是一个随机变量，则输出y也是一个随机变量。如果输入x是一个分布函数$f_1(x)$，则输出y表现为一个新的随机变量，它的分布函数$f_2(x)$是$f_1(x)$及$g(x)$的一个函数。求输出分布函数$f_2(x)$的最简易方法如下：如果x和y间存在一一对应关系，则输入变量在x，$x+dx$范围内的概率必须等于输出变量在y，$y+dy$范围内的概率（图7.7）。

$$f_1(x)dx=f_2(y)dy \qquad (7.15)$$

$$f_2(y)=f_1(x)\cdot\frac{1}{dy/dx}=f_1(x)\cdot\frac{1}{|g'(x)|}$$

输出函数$f_2(y)$是$f_1(x)$和传递函数$g(x)$的导数的函数。由于分布函数不能有负值，所以取导数的绝对值。从上式可见，先要求出传递函数$g(x)$，用它来把给定的分布函数$f_1(x)$变换成

所期望的分布函数$f_2(y)$

$$g'(x)=\frac{f_1(x)}{f_2(y)}$$

$$g(x)=\int\frac{f_1(x)}{f_2(y)}dx \qquad (7.16)$$

特别感兴趣的就是通过均匀分布的变换而得到给定的分布，並反之。若

$f_2(y)=K=$常数

则 $$g(x)=\frac{1}{K}\int f_1(x)dx=\frac{1}{K}F_1(x)+C \qquad (7.17)$$

$F_1(x)$是变量x的累积或积分分布函数。常数C可从g(x)的边界条件求得。若均匀分布是定义在0和1的范围内，则 K=1，而从边界条件

$$g(x)_{x=\infty}=1=1.1+C$$

$$C=0 \qquad (7.18)$$

$$g(x)=F_1(x)$$

两种变换方法皆可行。通常可得到均匀分布的随机数序列。采用了这种序列y后，根据传递函数$g(x)=F_1(x)$，用概率密度函数$f_1(x)$生成新的序列x。主要要记住的就是传递函数g(x)与累积或积分分布函数$F_1(x)$是一样的。

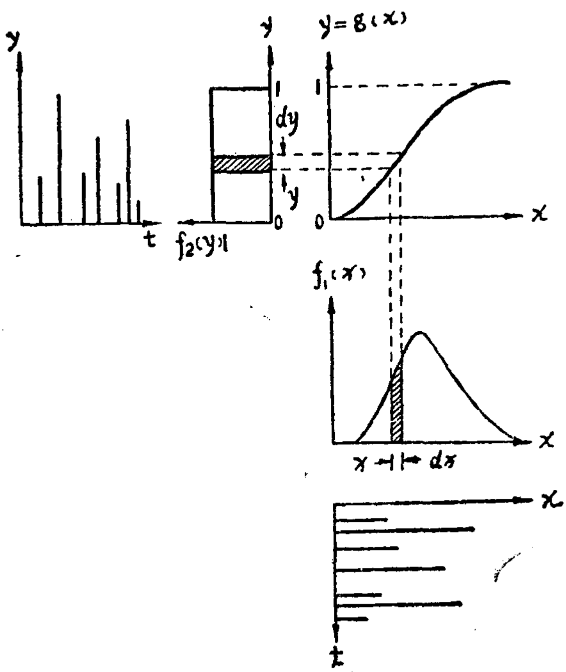

图7.7 随机变量的变换

表 7.2.

10097	32533	76520	13586	34673	54876	80959	09117	39292	74945
37542	04805	64894	74296	24805	24037	20636	10402	00822	91655
08422	68953	19645	09303	23209	02560	15953	34764	35080	33606
99019	02529	09376	70715	38311	31165	88676	74397	04436	27659
12807	99970	80157	36147	64032	36653	98951	16877	12171	76833
66065	74717	34072	76850	36697	36170	65813	39885	11199	29170
31060	10805	45571	82406	35303	42614	86799	07439	23403	09732
85269	77602	02051	65692	68665	47818	73053	85247	18623	88579
63573	32135	05325	47048	90553	57548	28468	28709	83491	25624
73796	45753	03529	64778	35808	34282	60935	20344	35273	88435
98520	17767	14905	68607	22109	40558	60970	93433	50500	73998
11805	05431	39808	27732	50725	68248	29405	24201	52775	67851
83452	99634	06288	98083	13746	70078	18475	40610	68711	77817
88685	40200	86507	58401	36766	67951	90364	76493	29609	11062
99594	67348	87517	64969	91826	08928	93785	61368	23478	34113
65481	17674	17468	50950	58047	76974	73039	57186	40218	16544
80124	35635	17727	08015	45318	22374	21115	78253	14385	53763
74350	99817	77402	77214	43236	00210	45521	64237	96286	02655
69916	26803	66252	29148	36936	87203	76621	13990	94400	56418
09893	20505	14225	68514	46427	56788	96297	78822	54382	14598
91499	14523	68479	27686	46162	83554	94750	89923	37089	20048
80336	94598	26940	36858	70297	34135	53140	33340	42050	82341
44104	81949	85157	47954	32979	26575	57600	40881	22222	06413
12550	73742	11100	02040	12860	74697	96644	89439	28707	25815
63606	49329	16505	34484	20419	52563	43651	77082	07207	31790

均匀分布的随机数的表格 Tables of Uniformly Distributed Random Numbers

连续均匀分布的通式已用对变量在A、B范围内的方程式7.11给出。一般假定变量在 0 和 1 范围内不衰落，在此情况下，概率密度函数用方程式7.12来给定。有许多物理过程可用均匀分布的随机数序列来研究。例如，一种能在 0 和 9 间连续循环的电子计数器，在随机间隔下用计数器进行采样可取得所期随机数的一位数字（十进制）。可把若干个计数器并行地工作，用每个计数器产生一个随机数的一位数字（每个计数器有各自独立的源）。已有现成的近于这种物理过程的均匀分布的随机数序列，其结果以表格形式刊出。表7.2是从参考文献 5 的一个单页上复制的随机数的集合，高顿（Gordon）建议按下述方法采用该表。

假定要在 0 和 1 间生成一串均匀分布的随机数，其精确度达到10,000分之一；亦即，该数应

表 7.2 (Continued)

61196	90446	26457	47774	51924	33729	65394	59593	42582	60527
15474	45266	95270	79953	59367	83848	82396	10118	33211	59466
94557	28573	97897	54387	54622	44431	91190	42592	92927	45973
42481	16213	97344	08721	16868	48767	03071	12509	25701	46670
23523	78317	73208	89837	68935		26252	29663	05522	82562
04493	52494	75248	33824	45862	51025	61962	79335	65337	12472
00549	97654	64051	88159	96119	63896	54692	82391	23287	29529
35963	15307	26898	09354	33351	35462	77974	50024	90103	39333
59808	08391	45427	26842	83609	49700	13021	24892	78565	20106
46058	85236	01390	92286	77281	44077	93910	83647	70617	42941
32179	00597	87379	25241	05567	07007	86743	17157	85394	11838
69234	61406	20117	45204	15956	60000	18743	92423	97118	96338
19565	41430	01758	75379	40419	21585	66674	36806	84962	85207
45155	14938	19476	07246	43667	94543	59047	90033	20826	69541
94864	31994	36168	10851	34888	81553	01540	35456	05014	51176
98086	24826	45240	28404	44999	08896	39094	73407	35441	31880
33185	16232	41941	50949	89435	48481	88695	41994	37548	73043
80951	00406	96382	70774	20151	23387	25016	25298	94624	61171
79752	49140	71961	28296	69861	02591	74852	20539	00387	59579
18633	32537	98145	06571	31010	24674	05455	61427	77938	91936
74029	43902	77557	32270	97790	17119	52527	58021	80814	51748
54178	45611	80993	37143	05335	12969	56127	19255	26040	90324
11664	49883	52079	84827	59381	71539	09973	33440	88461	23356
48324	77928	31249	64710	12295	36870	32307	57546	15020	09994
69074	94138	87637	91976	35584	04401	10518	21615	01848	76938

当有四个十进制数字（位）。左边的第一列可以逐行地读完，也就是说，读到最后一个数字，而当这一列读结束时，就读下一列，根据以上步骤，我们求得随机数序列。从表7.2取得前十个随机数为：

0.1009	0.3253
0.3754	0.4805
0.0842	0.6895
0.9901	0.2529
0.1280	0.9997

如果数值要求超过5位数字，就把各列组合起来，不必以第一列为开头。事实上，在常

规应用情况下，特别是用不同的随机数集合重复计算中，必然是在随机下选择开始点的。表中的随机数可用来决定行、列及页，从其上取得下一个数。

为了说明其应用，我们回顾一下表7.1给出的实验结果。假定要模拟这样的实验，並生成代表脉冲幅度的随机变量，其中概率函数是表7.1中所给出的离散分布。我们将要用到一个均匀随机数发生器的输出r，並且根据方程式7.17把它与表7.1第4列中所示的累积分布进行比较，若其值落入一个范围：

$$F_i < r < F_{i+1} \qquad (i = 0, 1, \cdots 10)$$

取得的对应的X_{i+1}值即为所期的数值输出。在此情况下，从表7.2得出的均匀分布的随机数能得到十个输出为4，6，4，10，4，6，6，6，5，10。

所求得的序列只是许多可能序列中的一个。如果能产生足够长度的序列，並从它们的值挑选所求得的数，其结果就是表7.1的第三列中所示的概率分布。

通常，不需要请教均匀分布随机数表。有许多生成这种序列的方法，如后所述，这些方法不是通过程序设计就是利用简单的电子电路。

7.3 加权和 WEIGHTED SUMS

随机事件的普阿松加权和 Poisson—Weighted Sum of Random Events

有许多介绍蒙特卡洛模拟法的应用例子。例如，这里所选择的材料不仅具有指导意义，而且它也是一个能几乎复盖所有科学分支情况的系统。这种系统累见于核谱仪中，在电气散粒噪声的生成中，在堆积效应、微幅射测定器，核反应堆的能量残留以及闪烁计数管作用，在神经和肌肉的研究中，在中子谐振曲线的研究中，等等。所有这些情况皆可用下述模型来描述。

根据所接收的激励，系统生成随机脉冲数k。所生成的脉冲数k以及脉冲幅度皆是随机变量。脉冲数k是一个具有均值m的普阿松概率分布P（k）。每一个脉冲的幅度x有一个概率分布函数f（x）。函数f（x）可根据实验数据作出，或在某些情况下，它近似于高斯分布，如图7.8g所示，这些脉冲是叠加在一起的，並构成总和

$$S = \sum_{i=1}^{k} x_i$$

系统被激励N次，而所求得的总和S则根据它们的值进行分类，问题在于求出和数S的概率分布函数p（S）。

图7.8说明系统的蒙特卡洛法。实验必须提供m值（普阿松分布的平均值），幅度概率分布函数f（x）的数据，以及N值（激励的次数）。

第一步，图7.8a，程序读入m，算出普阿松分布，从而算出累积或积分的普阿松分布P（k）。

$$P(k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{e^{-m}}{i!} m^i$$

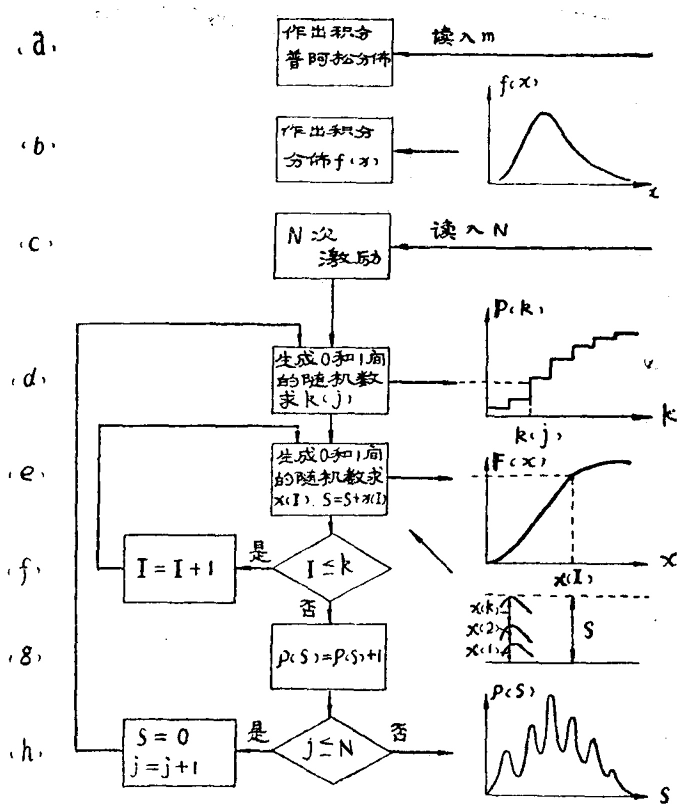

图 7.8 随机事件的普阿松加权和。中子衰变，散粒噪声，以及神经肌肉结的模型。

分布P（k）给出的数值是在和数S是由少于（或等于）k个脉冲所构成的情况下的。分布P（k）示于图7.8d中。

第二步，图7.8b，程序读幅度概率分布函数f（x），通常，f（x）可表作高斯分布，在此情况下，用实验提供均值α及标准偏差σ。程序把分布f（x）转换成7.8e所示的积分分布F（x）。

第三步，图7.8c，程序查询在一次实验期间激励的次数。为了提高统计分析的精确度，需模拟由几千次激励所构成的一次实验。

以上步骤a、b及c是设计基本的实验条件。后面的步骤，e，f，g和h模拟一次激励并重复N次（外部循环）。

第一步，图7.8d，利用积分普阿松分布求出构成和数S的脉冲数目。随机源生成0和1间的一个数值，这个数值与积分普阿松分布进行比较，求得适当的指数k代表脉冲数目。如果随机数发生器生成0和1间的所有脉冲具有相等的概率，则k服从普阿松分布（见方程式7.17）。

下一步，图7.8e，用积分分布F（x）求出一个脉冲的随机幅度，这个方程与前述应用随机数发生器的情况相同，这一步对每个脉冲进行重复（k个脉冲，内部循环重复k次）

在同一步骤中，图7.8e，对具有随机幅度x_1，x_2…xk的k个脉冲进行总加，其和数S代表

一次激励的最终输出。

下一步，图7.8g，作出和数S的概率分布函数。取S值作为数列p（s）的地址並加1至编址单元（根据幅度，对输出S进行挑选）。

至这一步，一次激励的模拟即告结束。同样的步骤要重复N次並作出分布函数p（s）。在N次循环后，程序描出p（s）曲线作为模拟实验的结果。

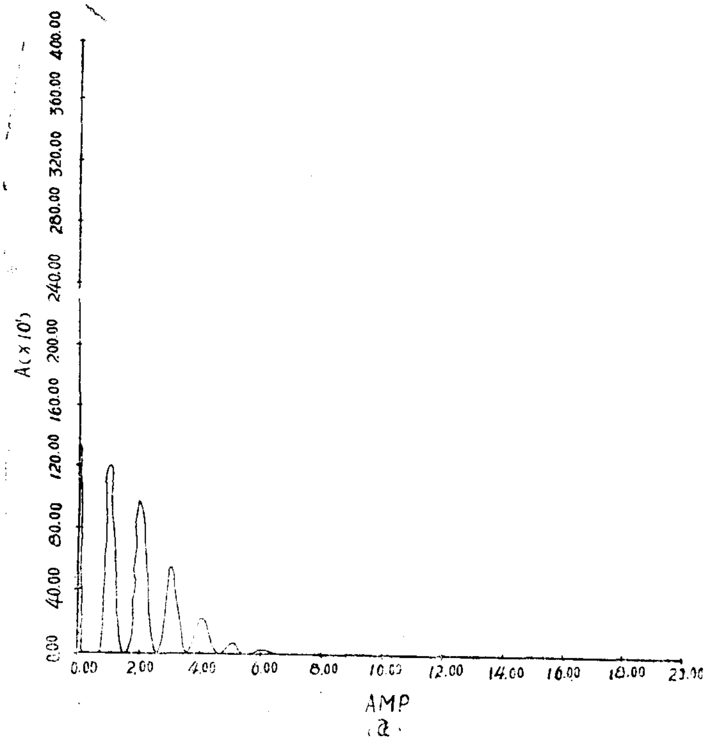

图 7.9. 用普阿松—加权和所得的分布。（a）普阿松分布的平均值m＝2；（b）m＝4；（c）m＝8；（d）m＝12.

图7.9表示四种模拟试验的结果，幅度概率分布函数f（x）是具有均值为1及标准偏差为0.1的高斯分布。在图7.9a，b，c及d中，激励次数为N＝15000，普阿松分布的平均值m相应地为2，4，8及12。

每种分布由若干个尖峰构成。左起第一个尖峰表示的激励是和数S只由一个脉冲构成时的，因而，这个尖峰的形状是与分布f（x）的形状一致的。下一个尖峰表示和数S是由两个脉冲构成情况下的。每个脉冲分布与和数的统计摆动有关，因而这个尖峰比前一个为宽。可以看出，从左至右，各尖峰依次加宽。各尖峰相对的强度受普阿松分布所约束。

核子的、电气的、以及生物学的例子 Nuclear, Electrical, and Biological Examples。

随机事件的普阿松加权和复盖了自然科学的大量过程，此处我们将对三种不同的领域：核谱仪，电气散粒噪声，以及神经生理学的过程作一简要讨论。