

Xinkebiao



兼容各版教材 涵盖小学六年



新课标小学重难点

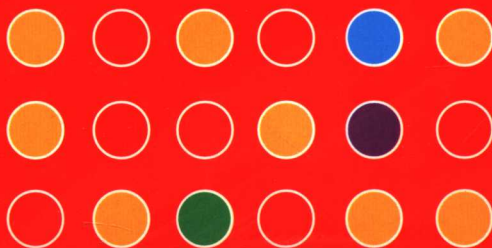
学练考100分



浓缩小学知识精华
一本小学生
必备的完全学习手册

数学

丛书主编 项昭义



北京出版社出版集团
北京教育出版社

Xinkebiao



兼容各版教材 涵盖小学六年



新课标小学重难点

学练考100分

数学



丛书主编
丛书副主编
丛书编委

项昭义

刘富森

叶厚贤

杨福合

杨长风

徐斌

陈斌

陈斌

刘富森

陈斌

马国军

文淑霞

潘文竹

李锐

陈斌

马国军

项昭义

李峻

龚淑芳

李锐

陈斌

刘明慧

陆宏运

蒋少增

高原

陈斌

廖义敏

本册主编

本册编者

北京出版社出版集团
北京教育出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

新课标小学重难点学、练、考 100 分. 数学/ 项昭义主编. —北京:
北京教育出版社, 2006

ISBN 7-5303-4967-8

I. 新… II. 项… III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 013456 号



小学重难点
学、练、考 100 分
数学

XIAOXUE ZHONGNANDIAN
XUE、LIAN、KAO 100FEN
SHUXUE

丛书主编 项昭义

*

北京出版社出版集团
北京教育出版社 出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新华书店经销

北京美通印刷有限公司印刷

*

787×1092 16 开本 9.875 印张

2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次印刷

印数 1—15 000

ISBN 7-5303-4967-8

G·4879 定价: 16.80 元

质量投诉电话: 010-58572245 58572393

涵盖小学六年，整合提升，让书由厚变薄

导
读

《新课标小学重难点——学、练、考100分》丛书包括数学、语文两本。小学阶段的学习具有基础性和广泛性的特点，提取并整理其中的要点、难点，将有助于小读者了解小学六年数学、语文学科的概貌，并为下一步的初中学习打下坚实的基础。



1 权威编写，品质卓尔不凡

丛书作者均为教学一线资深教师，熟悉小学生心理特点，洞悉教改最新动向。本书在内容上不仅贯彻了新课标精神，更融入了老师们多年的教学心得。准确、实用，有利于基础知识的巩固。



2 把握主干，完整知识体系

丛书着力于主干知识的梳理，横向整合，将教材中分散、零星的知识点红线穿珠，以简洁又便于记忆的图表方式构建完整的知识体系，深化学科综合能力，提纲挈领，纲举目张。

3

一本在手，把握多重收获

丛书涵盖小学阶段全部重难点，既可作为手册检索、查阅，又可汲取书中典型例题所点拨的解题思路，举一反三，纵深拓展，演练精选习题。

4

培养能力，以不变应万变

丛书在梳理知识的同时，注意归纳教材中的主要思维方法，于潜移默化中培养创新意识，提高学习能力。不仅使你以不变应对万变的考试，也为下一步的中学学习奠定基础。

深入解读题型，拓展迁移，让你成功应考

Contents 目录

第一单元 数和数的运算

- 1.1 数的意义 (2)
- 1.2 数的大小比较 (8)
- 1.3 数的整除 (14)
- 1.4 分数、小数的基本性质 ... (21)
- 1.5 四则运算的意义和法则 ... (25)
- 1.6 运算定律及性质 (31)
- 1.7 四则混合运算 (36)

第二单元 代数初步知识

- 2.1 用字母表示数 (42)
- 2.2 简易方程 (47)
- 2.3 比和比例 (52)

第三单元 应用题

- 3.1 简单应用题 (61)
- 3.2 复合应用题 (64)
- 3.3 分数应用题 (71)

- 3.4 列方程解应用题 (79)

第四单元 量的计量

- 4.1 长度、面积、体积单位 ... (86)
- 4.2 质量单位 (91)
- 4.3 时间单位 (93)
- 4.4 名数的改写 (98)

第五单元 几何初步知识

- 5.1 平面图形的认识 (102)
- 5.2 平面图形的周长和面积 ... (107)
- 5.3 立体图形的认识 (114)
- 5.4 立体图形的表面积和
体积 (116)

第六单元 简单的统计

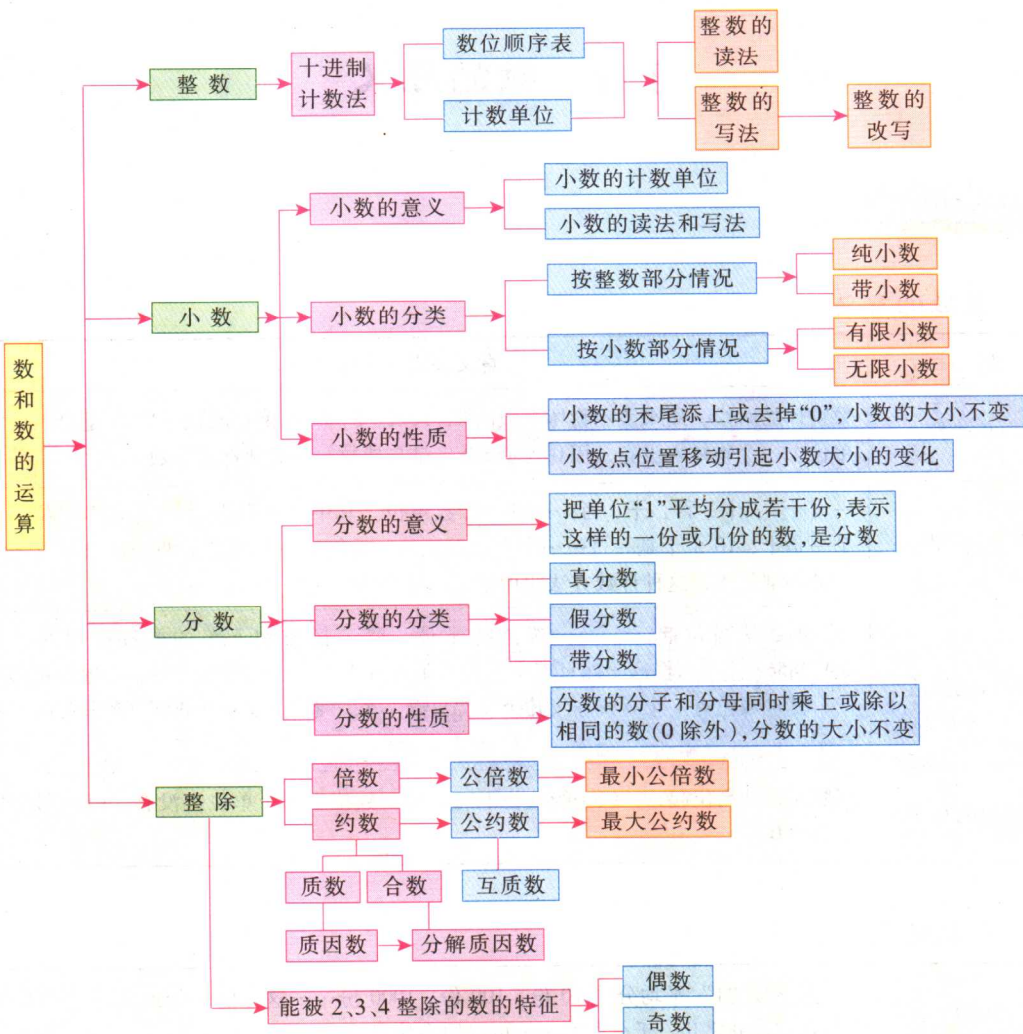
- 6.1 统计表 (122)
- 6.2 统计图 (127)

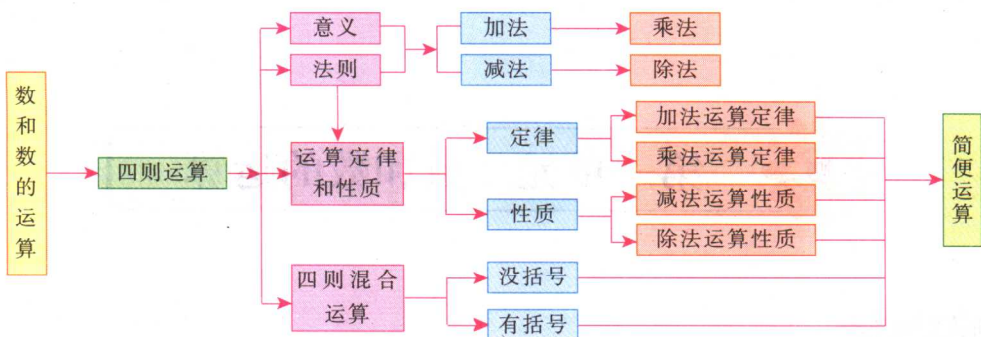
- 参考答案 (135)



第一单元 数和数的运算

知识网络





1.1 数的意义

重点难点

整数的意义

内 容	意义及表示方法
自然数	数物体的时候,用来表示物体个数的 $0, 1, 2, 3, \dots$ 叫做自然数。“1”是自然数的单位。一个物体也没有,用 0 表示。 0 也是自然数。自然数都是整数
十进制计数法	一(个)、十、百、千、万……都叫计数单位。其中“一”是计数的基本单位。10个一是十,10个十是一百……十个一百亿是一千亿……每相邻的两个计数单位之间的进率都是十,这种计数方法叫做十进制计数法
整数的读法	读数时,从高位起,一级一级地往下读,属于亿级和万级的要读出级名,如684528563读作六亿八千四百五十二万八千五百六十三。读数时,每级末尾的 0 都不读,其他数位有一个 0 或连续几个 0 都只读一个“零”。如6008000,读作六百万零八千
整数的写法	写数时,从高位起,一级一级地往下写,哪个数位上一个单位也没有,就在那个数位上写 0

小数的意义

小数的意义	把整数“1”平均分成10份、100份、1000份……这样的一份或几份是十分之几、百分之几、千分之几……可以用小数表示
-------	--

小数的种类	(1) 纯小数：整数部分是零的小数。如 0.5, 0.025, 0.83, ... (2) 带小数：整数部分不是零的小数。如 1.5, 1.025, 10.8, ... (3) 有限小数：小数部分的位数是有限的小数。如 15.2, 0.2134, ... (4) 无限小数：小数部分的位数是无限的小数。如 6.333..., 3.1415192..., ... (5) 循环小数：一个小数，从小数部分的某一位起，有一个数字或几个数字依次不断地重复出现。如 0.333..., 3.2121..., 0.5151..., ...
小数的读法	读小数时先读整数部分，它与整数的读法相同，整数部分是 0 的就读作“零”；再读小数部分，小数点读作“点”，小数部分顺次读出每一个数位上的数字。如 0.005 读作零点零零五，218.65 读作二百一十八点六五
小数的写法	写小数时，整数部分按照整数的写法来写，如整数部分是零，就写“0”，小数点写在个位的右下角，小数部分顺次写出每一个数位上的数字。如三十点零一五，写作 30.015

分数、百分数的意义

分数的意义	把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数，叫做分数。其中，平均分的份数叫分母；表示一份或几份的数叫分子；而表示其中一份的数是这个分数的分数单位
分数的表示方法	两个数相除，它们的商可以用分数来表示，如 $a \div b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)。分子与分母是互质数的分数，叫做最简分数
分数的分类	(1) 真分数：分子比分母小的分数 (2) 假分数：分子比分母大或分子和分母相等的分数 (3) 带分数：分子不是分母倍数的假分数可写成整数与真分数合成的数
百分数的意义	表示一个数是另一个数的百分之几的数，叫百分数，百分数也叫百分率或百分比，百分数的单位是 1%
百分数的表示种类	(1) 成数：农业收成的增加或减少，有时用“成数”表示。几成就是百分之几十。如二成，也就是百分之二十 (2) 折扣：是商业上的常用语，几折就是十分之几，也就是百分之几十 (3) 利率：存入银行的钱叫本金；取款时银行多付的钱是利息，利息与本金的百分比叫利率

整数和小数的数位顺序表

	整数部分												小数点	小数部分					
数 位	...	亿级				万级				个级									
	...	千 亿 位	百 亿 位	十 亿 位	亿 位	千 万 位	百 万 位	十 万 位	万 位	千 位	百 位	十 位	个 位	.	十 分 位	百 分 位	千 分 位	万 分 位	...
计 数 单 位	...	千 亿	百 亿	十 亿	亿	千 万	百 万	十 万	万	千	百	十	一（个）		十 分 之 一	百 分 之 一	千 分 之 一	万 分 之 一	...

典型例题

例1 判断下面的说法是否正确。

- (1) 0 只表示没有。()
- (2) 没有最大的自然数。()
- (3) 整数都大于小数。()
- (4) 因为循环小数是无限小数，所以无限小数是循环小数。()

分析 (1) 与 (2) 主要是考查自然数的概念。一个物体也没有用 0 表示，不能说 0 只表示没有。“1”是自然数的计数单位，任何一个自然数都是由若干个“1”组成的，自然数可以一个一个永无止境地数下去，所以没有最大的自然数。(3) 在我们学过的整数中，最小的整数是 0。小数包括纯小数和带小数，因此应考虑叙述的范围。不要错误地认为小数就是很小的数，整数就是较大的数。(4) 按照小数的小数部分的位数是有限的还是无限的，可以把小数分为有限小数和无限小数，在无限小数里包含无限循环小数和无限不循环小数两种，所以说无限循环小数是无限小数，但无限小数不一定是循环小数，它也可能是无限不循环小数。

解 (1) × (2) ✓ (3) × (4) ×

例2 有一个九位数的最高位是最小的合数，千万位上是最小的质数，百位上是最小的奇数，其他各位都是零，这个数写作()，把这个数改写成以万为单位的近似数是()。

分析 根据题目中的已知条件，“一个九位数”即可确定最高位是亿位；“最高位是最小的合数”可知亿位上是 4；“千万位上是最小的质数”可知千万位上是 2；“百位上是最小的奇数”可知百位上是 1。“其他各位是零”可知百万位、十万位、万位、千位、十位和个位都是 0。因此这个数可写作 420000100。改写成以万为单位的近似数，求近似数要用四舍五入法，以万为单位，则要看千位上的数，因为千位上是 0，小于 5，所以要舍去，因此，近似数是 4200 万。

解 420000100；4200 万

例3 $1 \div 22$ 的商是()循环小数，将商保留两位小数约是()。

分析 我们可以用竖式先除一除看：

$$\begin{array}{r}
 0.04545 \\
 22 \overline{) 1.00} \\
 \underline{88} \\
 120 \\
 \underline{110} \\
 100 \\
 \underline{88} \\
 120 \\
 \underline{110} \\
 10
 \end{array}$$

由此可见, $1 \div 22$ 的商是个混循环小数。

解 混; 0.05

例4 分数单位是 $\frac{1}{8}$ 且小于 $\frac{7}{8}$ 的最简真分数有()个。

A. 3

B. 6

C. 7

分析 我们可采用“筛选法”, 先把分数单位是 $\frac{1}{8}$ 而又小于 $\frac{7}{8}$ 的分数都写出来, 再画掉不是最简真分数的, 即可得解。

解 A

评注 $\frac{1}{8}$ 的分数单位是 $\frac{1}{8}$, 千万不能丢掉, 要求小于 $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{8}$ 就不应算在内了。

例5 $2\frac{4}{5}$ 的分数单位是(), 减去()个这样的分数单位就是最小的质数。

分析 一个分数的分母是“几”, 它的分数单位就是“几”分之一, $2\frac{4}{5}$ 的分母是 5, 它的分数单位是 $\frac{1}{5}$ 。

又因 $2\frac{4}{5}$ 去掉分数部分 $\frac{4}{5}$, 就得到最小的质数 2, 而 $\frac{4}{5}$ 有 4 个 $\frac{1}{5}$, 也就是 4 个分数单位, 所以 $2\frac{4}{5}$ 减去 4 个这样的分数单位就是最小的质数。

解 $\frac{1}{5}$; 4

例6 在 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{12}{15}$ 、 $\frac{7}{20}$ 、 $1\frac{9}{50}$ 、 $6\frac{1}{6}$ 这五个数中, _____ 能化成有限小数, _____ 不能化成有限小数。

分析 判断一个分数能不能化成有限小数, 首先要看这个分数是不是最简分数, 不是最简分数的最好先约分, 使它变成一个最简分数, 而后再看它的分母, 如果分母中含有 2 和 5 以外的质因数, 这个分数就不能化成有限小数。

解 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{12}{15}$ 、 $\frac{7}{20}$ 、 $1\frac{9}{50}$ 、 $6\frac{1}{6}$

例7 在 3.89、0.43、 $1.\dot{3}$ 、0.001、2789.1、1.33、4.595959... 这七个小数中, 纯小数是_____, 带小数是_____, 有限小数是_____, 循环小数是_____。

分析 判断一个小数是有限小数还是无限小数, 关键是看小数的位数是不是有限的。

解 0.43、0.001; 3.89、 $1.\dot{3}$ 、2789.1、1.33、4.595959...; 3.89、0.43、0.001、2789.1、1.33; $1.\dot{3}$ 、4.595959...

例8 在下列混循环小数中, 移动循环节的第一个圆点, 使新产生的循环小数尽可能的大。

(1) $2.7\dot{1}828\dot{1}$ (2) $6.6727\dot{2}\dot{6}$

(3) $5.4868\dot{3}863\dot{8}$

分析 要使产生的循环小数尽可能的大, 首先保证循环节的第一个数尽可能的大, 再考虑保证循环节的第二个数尽可能的大, 这样循环节第一个数字应是 8, 第二个数字应是 2, 继续考虑第三、第四个数……就得到尽可能大的数 $2.71\dot{8}28\dot{1}$ 。

用同样的思维方法, 得到 (2) (3) 的答案。

解 (1) $2.7\dot{1}828\dot{1}$ (2) $6.6\dot{7}272\dot{6}$

(3) $5.48\dot{6}83863\dot{8}$

评注 如果要求产生的新数尽可能的小, 应先考虑循环节的第一个数字尽可能的小, 再考虑

第二个数字尽可能的小等等, 如 $1.1000\dot{9}001\dot{4}$,

移动循环节的第一个圆点得新的数 $1.1\dot{0}009001\dot{4}$ 最小。

例9 一个分数, 如果分子乘9, 就比分母大8; 如果分子除以 $\frac{1}{5}$, 就比分母小20, 这个分数是_____。

分析 此题实质上是倍数应用题, 分子的9倍比分母大8, 分子的5倍比分母小20, 就是分子的 $(9-5)$ 倍等于 $8+20$, 分子是 $(8+20) \div (9-5) = 7$, 分母是 $7 \times 9 - 8 = 55$ 或 $7 \times 5 + 20 = 55$, 故此分数为 $\frac{7}{55}$ 。

解 $\frac{7}{55}$

例10 一个分母是10的最小真分数, 若分子增加8, 分母增加8倍, 得到一个新分数, 这个新分数与原分数的和是_____。

分析 一个分母是10的最小真分数, 则这个分数是 $\frac{1}{10}$ 。分子增加8, 新分数的分子变为 $1+8=9$, 分母增加8倍, 新分数的分母变为 $10 \times (1+8) = 90$, 故新分数是 $\frac{9}{90} = \frac{1}{10}$ 。新分数与原分数的和是 $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$ 。

解 $\frac{1}{5}$

例11 甲、乙两数之和是535.3, 甲数的小

数点向右移动两位就等于乙数, 甲数是____, 乙数是_____。

分析 这道题是和倍问题, 甲、乙两数之和是535.3, 甲数的小数点向右移动两位就等于乙数, 这说明乙数等于甲数的100倍。则甲数为 $535.3 \div (1+100) = 5.3$, 乙数为 $5.3 \times 100 = 530$ 。

和倍问题用方程求解也相当容易。设甲数为 x , 则乙数为 $100x$, 有

$$x + 100x = 535.3,$$

$$\text{解得 } x = 5.3。$$

$$\text{则 } 100x = 100 \times 5.3 = 530。$$

解 5.3; 530

例12 求满足下列条件的 a 的值。

- (1) $\frac{a}{6}$ 是真分数;
- (2) $\frac{a}{6}$ 是假分数;
- (3) $\frac{a}{6}$ 是这个分数的分数单位;
- (4) $\frac{a}{6}$ 的值为1;
- (5) $\frac{a}{6}$ 的值为8。

分析 这是一个新情景讨论题, 应根据真分数、假分数、分数单位等概念进行解答。

解 (1) 当 $0 < a < 6$ 时, $\frac{a}{6}$ 是真分数。

(2) 当 $a \geq 6$ 时, $\frac{a}{6}$ 是假分数。

(3) 当 $a = 1$ 时, $\frac{a}{6}$ 是这个分数的分数单位。

(4) 当 $a = 6$ 时, $\frac{a}{6}$ 的值为1。

(5) 当 $a = 48$ 时, $\frac{a}{6}$ 的值为8。

一、选择题

1. 把 4694999 四舍五入到万位约是()

A. 469.4999 万 B. 469 万 C. 470 万

2. 由 5 个百、7 个十分之一和 4 个 0.01 组成的数是()

A. 50074 B. 507.4 C. 500.74

3. 下面分数化成小数是无限小数的是()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{49}{100}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 在 6.6 中, 十分位上的“6”表示的值是个位上的“6”表示的值的()

A. 10 倍 B. 1 倍 C. $\frac{1}{10}$

5. 将 180.090 () 的“0”去掉, 它的大小不变。

A. 小数点后面 B. 小数点前面
C. 所有 D. 末尾

6. 下列说法正确的是()

A. 与 0.4 相邻的两个小数是 0.3 和 0.5
B. 与 0.4 相邻的两个小数是 0.39 和 0.51
C. 与 0.4 相邻的两个小数是 0.3 和 0.51
D. 与 0.4 相邻的两个一位小数是 0.3 和 0.5

7. 最大的两位数缩小 10000 倍后再扩大 100 倍所得的结果是()

A. 纯小数 B. 带小数
C. 无限循环小数

二、填空题

1. 把 $1\frac{7}{9}$ 化成循环小数, 用简便方法记作(), 保留三位小数是()。

2. 80050060 这个数读作(), 省略万后面的尾数约是()。

3. 分数单位是 $\frac{1}{20}$ 的最大真分数是(), 它至少再添上()个这样的分数单位就成了假分数。

4. $\frac{4}{5}$ 吨表示把()平均分成()份, 每份是()千克, 取其中的()份是()千克; 也可以表示把()吨平均分成()份, 取其中的()份是()千克。

5. 根据下面条件, 用三个“8”和两个“0”分别组成一个五位数。

(1) 两个“0”都不读: ()。

(2) 只读出一个“0”: ()。

6. 根据所给条件写数。

条件: (1) 是 8 的倍数; (2) 在 300 与 400 之间。这样的数有()个, 最小的一个是(), 最大的一个是()。

三、判断题

1. 甲比乙多 25%, 乙就比甲少 25%。()

2. 从 90 到 99 这十个自然数中, 只有 97 是质数, 其余都是合数。()

3. 有一个四位数, 它的个位上的数与千位上的数的和是 10, 且个位上的数既是偶数, 又是质数, 去掉个位数与千位数得到的一个两位数是质数, 又知道这个四位数能被 72 整除, 那么这个四位数是 8712。()

4. 一块布, 第一次用去全长的 $\frac{1}{5}$, 第二次用去剩下的 25%, 两次用去的长度同样多。()

5. 一个分数, 如果分母中含有 2 和 5 以外的质因数, 这个分数就一定不能化成有限小数。()

6. $3.\dot{1}4\dot{2}$ 小数点右边第 30 位上的数字是 2。()

四、把下面表中的各数互化

小数	分数	百分数	成数
0.25			
	$\frac{3}{4}$		
		150%	
			三成
1.8			
			四成五

五、在○内填写“>”“<”或“=”

- 45008 ○ 54008
- 723421 ○ 723410
- 0.695 ○ 0.695

4. $99.0077 \bigcirc 99.066$

六、下面各数的□内, 可填的数字中, 最大一个是几? 把它填在□内

- 4 □ 00 < 4500
- 7 □ 4 万 > 750 万
- 67 □ 000 ≈ 67 万
- 58 □ 0000000 ≈ 59 亿

七、用四舍五入法求下面各数的近似数

- 7.5024 (保留两位小数)
- 3.1415926 (保留四位小数)
- 19.5123 (保留两位整数)
- 0.19004 (保留三位小数)

八、将下面各数改写成以“亿”为单位的数

- | | |
|------------|------------|
| 12340000 | 605700000 |
| 5000050000 | 1270000000 |
| 357124689 | 780000000 |

1.2 数的大小比较

重点难点

整数、分数、小数大小的比较

比较内容	规律与方法
整 数	比较两个整数的大小, 如果位数不相同, 那么位数多的那个数就大; 如果位数相同, 左起第一位上的数大的那个数就大; 如果左起第一位上的数相同, 就比较左起第二位上的数……
小 数	比较两个小数的大小, 先看它们的整数部分, 整数部分大的那个数就大; 整数部分相同的, 十分位上的数大的那个数就大; 十分位上的数也相同的, 百分位上的数大的那个数就大……

分 数	比较两个分数的大小：分子相同的分数，分母大的分数小，分母小的分数大；分母相同的分数，分子大的分数大。如果是分子和分母都不相同的分数，一般可以先通分，再比较大小
-----	---

典型例题

例1 $2\frac{7}{8}$ 和 $2\frac{2}{5}$ 比较，_____的分数值比较大，_____的分数单位比较大。

分析 第一问我们可以先比较这两个带分数的整数部分；整数部分相同，都是2。那么再比较它们的分数部分，即比较 $\frac{7}{8}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的大小。比较这两个分数大小的方法很多：

(1) 可以通分子得 $\frac{14}{16}$ 和 $\frac{14}{35}$ ，再比较大小；

(2) 可以通分母得 $\frac{35}{40}$ 和 $\frac{16}{40}$ ，再比较大小；

(3) 可以化成小数得 0.875 和 0.4，再比较大小；(4) 可以与 $\frac{1}{2}$ 比大小，即 $\frac{7}{8} > \frac{1}{2}$ ，

$\frac{2}{5} < \frac{1}{2}$ ，再比较大小；(5) 可以用分子、分母交叉相乘，得 $7 \times 5 > 2 \times 8$ ，再比较大小。因此 $2\frac{7}{8}$ 的分数值较大。

第二问是比较分数单位的大小。 $2\frac{7}{8}$ 的分数单位是 $\frac{1}{8}$ ， $2\frac{2}{5}$ 的分数单位是 $\frac{1}{5}$ ，因 $\frac{1}{8} < \frac{1}{5}$ ，所以 $2\frac{2}{5}$ 的分数单位比较大。

解 $2\frac{7}{8}$ ； $2\frac{2}{5}$

例2 把 $5.\dot{4}0\dot{7}$ 、5.407、 $5.\dot{4}0\dot{7}$ 、 $5.40\dot{7}$ 从小到大排列起来，并用“<”连接各数。

分析 这四个小数的个位、十分位、百分位、千分位上的数都相同，万分位上的数小的是 5.407 和 $5.\dot{4}0\dot{7}$ ，经比较不难看出 $5.407 < 5.\dot{4}0\dot{7}$ 。因为 $5.\dot{4}0\dot{7}$ 的万分位上的数是4， $5.40\dot{7}$ 的万分位上的数是7，所以 $5.\dot{4}0\dot{7} < 5.40\dot{7}$ 。

解 从小到大的排列顺序是 $5.407 < 5.\dot{4}0\dot{7} < 5.40\dot{7} < 5.407$ 。

例3 在下面的○里填上“>”“<”或“=”。

(1) 7.85×0.99 ○ 7.85

(2) $103.95 \div 0.99$ ○ 103.95

(3) $28.33 \div 0.93$ ○ 28.33×0.93

(4) 0.218×1 ○ $2.18 \div 10$

(5) 50.53×15.5 ○ $50.53 \div 15.5$

解 (1) < (2) > (3) > (4) = (5) >

例4 在 $2\frac{5}{6}$ 、2.84、2.83、283.3% 这几个数中最大的数是()，最小的数是()。

分析 题中的四个数有分数、小数、百分数三种，不易直接比较，比较的方法很多，其中化成小数比较简便。由于这四个数的大小很接近，宜用“排列对比法”，即数位对齐，排列对比。

 **解** 2.84; 2.83

 **例5** 比较 $\frac{777771}{777773}$ 与 $\frac{888885}{888887}$ 的大小。

分析 这两个分数的分子和分母都不相同，无论是把分子还是分母化成相同的数，都不方便。如仔细观察分析这两个分数，你会发现：它们都是真分数，并且每个分数的分母比分子大2，因此可以采用下列三种方法进行比较：(1) 比较倒数的方法；(2) 比较与1的差；(3) 运用分数的性质进行比较。

 **解 方法一：**比较倒数的方法。

$$\frac{777771}{777773} \text{ 的倒数是 } 1\frac{2}{777771},$$

$$\frac{888885}{888887} \text{ 的倒数是 } 1\frac{2}{888885}.$$

$$\text{因为 } 1\frac{2}{777771} > 1\frac{2}{888885},$$

$$\text{所以 } \frac{777771}{777773} < \frac{888885}{888887}.$$

方法二：比较两个分数与1的差。

$$1 - \frac{777771}{777773} = \frac{2}{777773},$$

$$1 - \frac{888885}{888887} = \frac{2}{888887}.$$

$$\text{因为 } \frac{2}{777773} > \frac{2}{888887},$$

根据被减数相同，减数越大差越小的道理，所以有 $\frac{777771}{777773} < \frac{888885}{888887}$ 。

方法三：根据分数的性质，如果 $\frac{b}{a}$ 是真

分数， m 是自然数，则 $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$ 。

$$\text{因为 } \frac{888885}{888887} = \frac{777771 + 111114}{777773 + 111114},$$

又因为 $\frac{777771}{777773}$ 是真分数，

$$\text{所以 } \frac{777771}{777773} < \frac{888885}{888887}.$$

 **评注** 由本例的解法，我们可以得到：

如果 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{c}{d}$ 是两个真分数，且 $b-a=d-c$ ，当 $a>c$ 时，有 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 。

如果 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{c}{d}$ 是两个假分数，且 $a-b=c-d$ ，当 $a>c$ 时，有 $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ 。

 **例6** 正整数 a, b, c 且 $a>b>c$ ，请把 $\frac{4}{a}$ 、 $\frac{5}{c}$ 、 $\frac{4}{b}$ 、 $\frac{4}{c}$ 四个数按从大到小的顺序排列起来。

分析 细心读题，你会发现有三个分数的分子是相同的，即 $\frac{4}{a}$ 、 $\frac{4}{b}$ 和 $\frac{4}{c}$ ，而 $\frac{5}{c}$ 与 $\frac{4}{c}$ 是分母相同的分数，这样就可先比较出 $\frac{4}{a}$ 、 $\frac{4}{b}$ 、 $\frac{4}{c}$ 这三个分数的大小。又因 $\frac{4}{c}$ 与 $\frac{5}{c}$ 分母相同，根据分母相同，分子大的分数比较大，得知最终结果。

 **解** 排列顺序是 $\frac{5}{c} > \frac{4}{c} > \frac{4}{b} > \frac{4}{a}$ 。

 **例7** 如果 $\frac{B}{A} > \frac{A}{B}$ ，且 A 和 B 都是正整数，那么 A 一定比 B _____。

分析 因 $\frac{B}{A} > \frac{A}{B}$ ，那么这两个数通分以后得 $\frac{B^2}{AB}$ 与 $\frac{A^2}{AB}$ ，且 $\frac{B^2}{AB} > \frac{A^2}{AB}$ 。现在这两个分数已经化为同分母的分数了，同分母分数相比较，分子大的分数比较大，也就是说，同分母的分数中，分数值较大的分数分子也较大。那么，我们就可以得 $B^2 > A^2$ 。又因为 A 和 B 都是正整数，所以可知 $B > A$ 。

 **解** 小

 **例8** 有24个整数：

112、106、132、118、107、102、189、

153、142、134、116、254、168、119、126、445、135、129、113、251、342、901、710、535。

问：当把这些数从小到大排列起来时，第12个数是多少？

分析 这是第五届华标赛口试抢答题，把所给的24个数浏览一遍可以发现，大部分都在一百到二百之间。所以可以从大数入手，从小到大排列的第12个数，就是从大到小排列的第13个数，大于200的数共有7个，小于200的数中，从大到小依次是189、168、153、142、135、134，134恰是从大到小的第13个数，也就是从小到大排列的第12个数。

解 从小到大排列起来时，第12个数是134。

例9 下面9个分式算式中：

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{20}, \frac{3}{6} + \frac{6}{20}, \frac{3}{7} + \frac{7}{20}, \frac{3}{8} + \frac{8}{20}, \frac{3}{9} + \frac{9}{20}, \frac{3}{10} + \frac{10}{20}, \frac{3}{11} + \frac{11}{20}, \frac{3}{12} + \frac{12}{20}, \frac{3}{13} + \frac{13}{20}.$$

哪一个得数最小？它的得数是多少？

分析 本例是小数数学奥林匹克竞赛题，拿到题后，看似无法下手，但所给的9个算式都是两个分数的和，第一个分数在逐渐变小，第二个分数在逐渐变大，后一个比前一个大 $\frac{1}{20}$ ，减少的与增加的互相抵消后可以看出前一部分算式得数在变小，后一部分算式在变大，因此最小的得数在中部，在中部取算式进行检验，即可找出最小得数。

解

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{7} + \frac{7}{20} \right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{8}{20} \right) \\ &= \frac{3}{7} - \frac{3}{8} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{3}{56} - \frac{1}{20} > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{9} + \frac{9}{20} \right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{8}{20} \right) \\ &= \frac{1}{26} + \frac{3}{9} - \frac{3}{8} \\ &= \frac{1}{20} - \frac{1}{24} > 0, \end{aligned}$$

所以得数最小的算式是 $\frac{3}{8} + \frac{8}{20}$ ；最小得数是 $\frac{31}{40}$ 。

例10 在下面式子的方框内填入一个整数，使两端的不等式： $\frac{24}{31} < \frac{773}{\square} < \frac{31}{40}$ 成立，那么要填的整数是_____。

分析 把三个分数的分子化成相同的：

$$\frac{24 \times 31 \times 773}{31 \times 31 \times 773} < \frac{24 \times 31 \times 773}{\square \times 31 \times 24} < \frac{24 \times 31 \times 773}{40 \times 24 \times 773}.$$

因此，有 $40 \times 24 \times 773 < \square \times 24 \times 31 < 31 \times 31 \times 773$ 。

同时除以 24×31 ，得 $40 \times 773 \div 31 < \square < 31 \times 773 \div 24$ 。

$$997.4\ldots < \square < 998.4\ldots$$

但 $\square$ 代表的是一个整数，所以它只能等于998，也就是说 $\square$ 内的数只能是998。

解 998

例11 已知 $\frac{x}{19} < \frac{4}{5} < \frac{y}{19}$ ， x, y 是连续的自然数，求 x 和 y 。

分析 由题意： x, y 是两个连续的正整数，

可设 $y = x + 1$ 。由已知可得 $\frac{x}{19} < \frac{4}{5}, \frac{x}{19} > \frac{4}{5} - \frac{1}{19}$ 从而可求出 $x = 15$ 。

另外，还可以将 $\frac{4}{5}$ 扩分得 $\frac{16}{20}$ ，然后比较 $\frac{x}{19} < \frac{16}{20} < \frac{y}{19}$ ，就可求出 x 与 y 了。

解 方法一：因为 x, y 是两个连续正整

数, 所以可设 $y = x + 1$ 。

又 $\frac{x}{19} < \frac{4}{5} < \frac{y}{19}$, 所以 $\frac{x}{19} < \frac{4}{5} < \frac{x+1}{19}$,

由此可得
$$\begin{cases} \frac{x}{19} < \frac{4}{5}, \\ \frac{x}{19} > \frac{4}{5} - \frac{1}{19}, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x < 15\frac{1}{5}, \\ x > 14\frac{1}{5}. \end{cases}$$

所以 $x = 15$, $y = 16$ 。

方法二: 因 $\frac{x}{19} < \frac{4}{5} < \frac{y}{19}$,

而 $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$,

所以 $\frac{x}{19} < \frac{16}{20} < \frac{y}{19}$ 。

显然 $y = 16$ 时, 有 $\frac{16}{20} < \frac{16}{19}$ 。

又 $\frac{16}{20} = \frac{15+1}{19+1} > \frac{15}{19}$,

所以有 $x = 15$ 时, $\frac{x}{19} < \frac{16}{20}$ 。

即 $x = 15$, $y = 16$ 时符合条件。

迁移冲浪

一、选择题

1. 比 $\frac{1}{5}$ 大, 而比 $\frac{4}{5}$ 小的分数有()

- A. 2 个 B. 3 个
C. 4 个 D. 无数个

2. 下列四个数中, 最小的数是()

- A. $6.\dot{4}0$ B. $6.40\dot{6}$
C. $6.\dot{4}$ D. 6.41

3. $\frac{2}{7}$ 与 $\frac{4}{14}$ 这两个分数()

- A. 分数单位相同 B. 大小相等
C. 大小不相等

4. 两根同样长的绳子, 第一根先用去 $\frac{1}{3}$, 又用去 $\frac{1}{3}$ 米; 第二根先用去 $\frac{1}{3}$, 又用去余下的 $\frac{1}{3}$, 第一根所剩部分与第二根所剩部分相比()

- A. 第一根长 B. 第二根长
C. 同样长 D. 不能确定

5. 甲数的倒数除以乙数的倒数, 商小于

1, 比较甲、乙两数的大小是()

- A. 甲数大 B. 乙数大
C. 不一定

6. 一个分数的分子和分母都加上一个相同的正整数, 所得的分数与原分数比较()

- A. 原分数大
B. 原分数小
C. 大小相等
D. 前三种情况都有可能

7. 若 $a > b$, 则下列不等式中, 不能成立的是()

- A. $a + 3 > b + 3$ B. $3 \times a > 3 \times b$
C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

二、填空题

1. 分母是 14 的最小真分数是_____, 最小假分数是_____。

2. 在 $\frac{7}{15}$ 和 $\frac{11}{20}$ 中, 分数值较大的是_____, 分数单位较大的是_____。