普通高中新課程

高考复习指导丛书

# 数学

Mathematics

[理科]

山东省
教学研究室 编

山东教育出版社

普通高中新课程

# 高考复习指导丛书

# 数学

理科用

山东省教学研究室 编

山东教育出版社

普通高中新课程高考复习指导丛书
**数 学（理科）**
山东省教学研究室 编

出版者：山东教育出版社
（济南市纬一路321号 邮编：250001）
电 话：（0531）82092663 传真：（0531）82092661
网 址：http://www.sjs.com.cn
发行者：山东教育出版社
印 刷：山东人民印刷厂
版 次：2006年12月第1版第1次印刷
规 格：880mm×1230mm 16开
印 张：19印张
字 数：573千字
书 号：ISBN 7-5328-5595-3
定 价：19.50元

# 前言

普通高中新课程开始实施以来，各级教育部门和学校师生对新课程下的高考问题都极为关注。2004年12月，山东省教育厅制定了《山东省2007年度普通高校招生考试工作指导方案》，确定从2007年开始，我省高考将根据新的课程标准自行命题，自主组织考试，并采用3＋X＋1模式进行。最近，省教育厅又颁布了《2007年普通高等学校招生全国统一考试（课程标准实验版）山东卷考试说明》（以下简称《考试说明》），对于正确引领高中学校实施新课程和2007年高考学生复习备考意义重大。为了帮助高中学校师生全面、准确地理解《考试说明》，做好高考复习备考工作，根据省教育厅的统一安排，省教学研究室组织我省2007年高考方案研制组的专家、部分优秀教研员和高中教师编写了这套《普通高中新课程高考复习指导》丛书。

这套丛书以《考试说明》为编写依据，贯彻落实高中新课程方案和各科课程标准，结合我省高中新课程教学实际，着重从以下几个方面为2007年参加高考的学生提供指导：

1. 解读《考试说明》，分析新课程下高考命题的趋向。

2. 梳理教学内容，剖析各科考点的“广度”和“深度”，让考生明确2007年考试内容和具体要求。

3. 探讨考试形式，侧重研究新题型，通过“解题指导”、“案例点评”、“复习建议”等栏目，引领复习备考策略。

4. 提供模拟试题，通过单项或成套模拟试题，结合优秀案例和典型案例，帮助学生进行高考适应性练习。

除上述以外，有的科目还针对性地增设了一些特色板块。

丛书文字简明，体现《考试说明》的指导思想，突出学科教学特点，案例有针对性和典型性，反映教学和复习备考的实际需要，力求为实施新课程后的第一届考生奉献一套高质量的复习指导读物。

《普通高中新课程高考复习指导》丛书包括语文、数学（文、理科）、英语、政治、历史、地理、物理、化学、生物十个分册，英语分册配有听力录音光盘。基本能力测试不编写复习指导用书。欢迎广大师生在使用中提出改进意见。

**编者**

**2006年12月**

# 目 录

# 第1单元 集合

## 第1节 集合、集合间的基本关系

### 目标要求

1. 集合的含义与表示

(1) 了解集合的含义,元素与集合的“属于”关系.

(2) 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

2. 集合间的基本关系

(1) 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

(2) 在具体情境中,了解全集与空集的含义.

### 考点诠释

1. 重点:了解集合的含义与表示方法,理解集合间包含与相等的含义,会用集合语言表达数学对象或数学内容.

2. 难点:区别元素与集合的属于与包含关系,恰当选择列举法和描述法表示集合.

3. 疑难点突破:本节内容中有三类常见的疑难问题,一是对于抽象符号的理解和记忆,如“$\in$”与“$\subseteq$”、几种数集的符号、描述法表示集合等;二是集合中元素含有字母时,容易忽视元素的互异性而导致失误;三是集合的包含关系转化为等式或不等式问题.

### 命题展望

集合是数学中最基本的概念,集合语言是现代数学的基本语言,是每年高考必考内容.关于集合的概念和关系的考查,常为具体的或抽象的集合关系的判断,以及集合语言和集合思想的运用,也就是把集合作为工具来考查.

### 范例精析

**例1** 设集合 $A=\{a|a=n^2+1,n\in \mathbf{N}^*\}$,集合 $B=\{b|b=k^2-4k+5,k\in \mathbf{N}^*\}$,若 $a\in A$,试判断 $a$ 与集合 $B$ 的关系及集合 $A$ 与 $B$ 的关系.

**解答** $\because a\in A$, $\therefore a=n_0^2+1(n_0\in \mathbf{N}^*)$.

$n_0^2+1=n_0^2+4n_0+4-4(n_0+2)+5=(n_0+2)^2-4(n_0+2)+5$.

设 $n_0+2=k_0$,则 $k_0\in \mathbf{N}^*$.

$\therefore a=k_0^2-4k_0+5(k_0\in \mathbf{N}^*)$.

$\therefore a\in B$.

又 $1\in B$,但 $1\notin A$.

$\therefore A\subsetneqq B$.

**评析** 判断一个元素是否属于一个集合,首先要看该元素是否具有该集合中元素的共同特征.本题集合 $B$ 中元素的共同特征是:所有元素都有 $k^2-4k+5(k\in \mathbf{N}^*)$ 的形式.判断两个集合间的关系要转化为分析其中一个集合中的元素与另一个集合的关系.

本题也可先将集合 $B$ 化为 $\{b|b=(k-2)^2+1,k\in \mathbf{N}^*\}=\{b|b=m^2+1,m\in \mathbf{N}\}$ 后与 $A$ 对照解答;或者用列举法表示为 $A=\{2,5,10,15,26,\cdots\}$,$B=\{1,2,5,10,15,26,\cdots\}$,然后比较得出 $A$ 与 $B$ 的关系.

**例2** 用适当的方法表示下列集合:

(1) 被3除余1的自然数组成的集合;

(2) 由所有小于20的既是奇数又是质数的正整数组成的集合;

(3) 平面直角坐标系中,直线 $y=x$ 上的所有点组成的集合;

(4) 设 $a,b$ 是非零实数,求 $y=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$ 的所有值组成的集合.

**解答** (1) $\{x|x=3n+1,n\in\mathbf{N}\}$;

(2) $\{3,5,7,11,13,17,19\}$;

(3) $\{(x,y)|y=x\}$;

(4) $\{-1,3\}$.

**评析** 一般情况下,对元素较少的有限集宜采用列举法,如(2)(4);对无限集或元素较多的有限集宜采用描述法,如(1)(3).

**例3** 已知集合 $M=\{x|x^2+x-6<0\}$, $N=\{x|ax=1\}$,若 $N\subsetneqq M$,求 $a$ 的取值范围.

**解答** $M=\{x|-3<x<2\}$,

若 $a=0$,则 $N=\varnothing$,此时 $N\subsetneqq M$ 成立;

若 $a\neq0$,则 $N=\left\{\frac{1}{a}\right\}$. $\because N\subsetneqq M$, $\therefore -3<\frac{1}{a}<2$.

$\therefore a>\frac{1}{2}$ 或 $a<-\frac{1}{3}$.

综上,符合题意的 $a$ 的取值范围是 $\{a|a<-\frac{1}{3}$ 或 $a=0$ 或 $a>\frac{1}{2}\}$.

**评析** 求解 $ax=1$ 中 $x$ 的值,需讨论 $a$ 是否为零.当 $a=0$ 时,集合 $N$ 为 $\varnothing$,这是容易忽视的情形.因此,解决有关子集问题时,要先考虑 $\varnothing$ 的存在与否.

## 闯关演练

### 一、选择题

1. 下列关系中正确的是( ).

(A) $0\in\{(0,1)\}$　　(B) $1\in\{(0,1)\}$

(C) $0\in\mathbf{N}$　　(D) $0\in\mathbf{N}^*$

2. 以下集合 $A$ 与 $B$ 中,是不同集合的是( ).

(A) $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,2,1\}$

(B) $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{n\in\mathbf{Z}|n\leqslant4\}$

(C) $A=\{1,2\}$, $B=\{x|x^2-3x+2=0\}$

(D) $A=\{1,-1\}$, $B=\{x|x=(-1)^n,n\in\mathbf{N}\}$

3. 已知 $x\in\{1,2,x^2\}$,则( ).

(A) $x=1$　　(B) $x=1$ 或 2

(C) $x=0$ 或 2　　(D) $x=0$ 或 1 或 2

4. 设集合 $A=\{x|x=\frac{1}{3^n},n\in\mathbf{N}\}$,若 $x_1\in A$, $x_2\in A$,则必有( ).

(A) $x_1+x_2\in A$　　(B) $x_1\cdot x_2\in A$

(C) $x_1-x_2\in A$　　(D) $\frac{x_1}{x_2}\in A$

5. 已知集合 $A\subsetneqq\{2,3,7\}$,且 $A$ 中至多有一个奇数,则这样的集合 $A$ 有( ).

(A) 3 个　　(B) 4 个

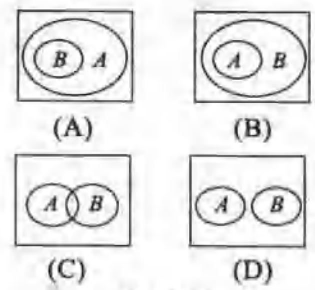
(C) 5 个　　(D) 6 个

6. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{x|x=a\cdot b,a,b\in A\}$,则 $B$ 的子集的个数是( ).

(A) 32　　(B) 16

(C) 8　　(D) 4

7. 设集合 $A=\{x|x=\frac{n\pi}{2},n\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{x|x=n\pi+\frac{\pi}{2},n\in\mathbf{Z}\}$,则下列图中能表示 $A$, $B$ 关系的是( ).




第7题图

8. 设集合 $P=\{x|x\leqslant2\}$, $Q=\{x|x^2-2x+a<0\}$,且 $Q\subsetneqq P$,则实数 $a$ 的取值范围是( ).

(A) $a>0$　　(B) $a\geqslant0$

(C) $a\leqslant1$　　(D) $0\leqslant a\leqslant1$

### 二、填空题

9. 集合 $\{(x,y)|y=x^2-1,|x|\leqslant2,x\in\mathbf{Z}\}$ 可用列举法表示为________.

10. 数集 $\{2a,a^2-a\}$ 中,$a$ 的取值范围是________.

11. 集合 $\left\{\frac{3}{2},\frac{9}{3},\frac{27}{4},\frac{81}{5},\frac{243}{6}\right\}$ 用描述法可表示为________.

12. 集合 $M=\{x|x=3m-2,m\in\mathbf{Z}\}$, $P=\{y|y=3m+1,m\in\mathbf{Z}\}$, $Q=\{z|z=6m+1,m\in\mathbf{Z}\}$,则集合 $M$, $P$, $Q$ 的关系是________.

### 三、解答题

13. 用适当方法表示下列集合,并指出它们是有限集还是无限集.

(1) 不超过 10 的非负偶数的集合;

(2) 大于 10 的所有自然数的集合.

14. 列举集合 $\{1,2,3\}$ 的所有子集.

15. 已知集合 $M=\{2,a,b\}$, $N=\{2a,b^2,2\}$,若 $M=N$,求实数 $a$, $b$ 的值.

16. 设集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant5\}$, $B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant2m-1\}$,若 $B\subseteq A$,求实数 $m$ 的取值范围.

# 第2节 集合的基本运算

## 目标要求

1. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.

2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

3. 能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

## 考点诠释

1. 重点：理解两个集合的并集与交集的含义，会用集合语言表达数学对象或数学内容.

2. 难点：理解交集、并集、补集的概念及其符号之间的区别.

3. 疑难点突破：Venn 图和数轴是帮助理解交集、并集、补集的概念，正确进行集合运算的良好工具，在学习中要注意体会.

## 命题展望

集合的运算是考查集合内容的重点，考查时以选择题为主，一般难度不大. 其热点有三：一是考查具体的集合关系的判断和集合的运算；二是考查抽象的集合关系的判断和运算；三是考查集合语言和集合思想的运用，也就是把集合作为工具来考查.

## 范例精析

**例1** (1) (2005 年高考全国卷，理 9)已知集合 $M=\{x\mid x^2-3x-28\leqslant 0\}$，$N=\{x\mid x^2-x-6>0\}$，则 $M\cap N$ 为(　　).

(A) $\{x\mid -4\leqslant x<-2$ 或 $3<x\leqslant 7\}$

(B) $\{x\mid -4<x\leqslant -2$ 或 $3\leqslant x<7\}$

(C) $\{x\mid x\leqslant -2$ 或 $x>3\}$

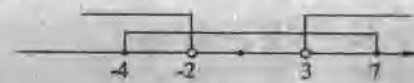
(D) $\{x\mid x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$

(2) 已知集合 $A=\{x\mid x-1<0\}$，$B=\{x\mid 3x-2-x^2<0\}$，$\mathbf{R}$ 是全集，则下列式子：① $A\cup B=B$，② $A\cap B=A$，③ $(\complement_{\mathbf{R}} A)\cup B=\mathbf{R}$，④ $(\complement_{\mathbf{R}} A)\cup(\complement_{\mathbf{R}} B)=\mathbf{R}$，其中成立的是(　　).

(A) ①②　　(B) ③④

(C) ①②③　　(D) ①②③④

**解答** (1) $M=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 7\}$，$N=\{x\mid x<-2$ 或 $x>3\}$，∴ $M\cap N=\{x\mid -4\leqslant x<-2$ 或 $3<x\leqslant 7\}$. 选 A.

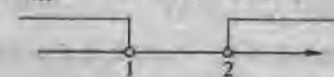


例 1(1)图

(2) $A=\{x\mid x<1\}$，$B=\{x\mid x<1$ 或 $x>2\}$.

∴ $\complement_{\mathbf{R}}A=\{x\mid x\geqslant 1\}$，$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$.

∴ $A\subseteq B$，①②成立；$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\mathbf{R}$，③成立；$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x\mid x\geqslant 1\}\neq\mathbf{R}$. 选 C.



例 1(2)图

**评析** 集合的交集、并集、补集的运算是高考考查的重点，由不等式表示的集合常需要先化简再结合数轴获得答案.

**例2** (1) (2006 年上海春考卷)若集合 $A=\{y\mid y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{y\mid y=2-\frac{1}{x},0<x\leqslant 1\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　).

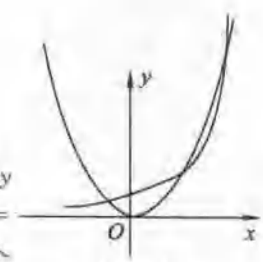
(A) $(-\infty,1]$

(B) $[-1,1]$

(C) $\varnothing$

(D) $\{1\}$

(2) 若集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B$ 的元素的个数为(　　).



例 2(2)图

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 无数个

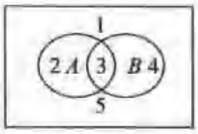
**解答** (1) ∵ 函数 $y=x^{\frac{1}{3}}$ 在 $[-1,1]$ 上递增，∴ $A=[-1,1]$. 又函数 $y=2-\frac{1}{x}$ 在 $(0,1]$ 上递增，∴ $B=(-\infty,1]$.

∴ $A\cap B=[-1,1]$. 选 B.

(2) 作出函数 $y=x^2$ 与 $y=2^x$ 的图象，根据图象可知，两函数图象有 3 个交点，∴ $A\cap B$ 中有 3 个元素. 选 C.

**评析** 求解集合的运算问题，要先看清集合中元素的特征. 在(1)中，集合的元素是函数值；在(2)中，集合的元素是点. 两者有本质不同.

**例3** 已知全集 $I=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{x\mid x^2-5x+q=0\}$，$B=\{x\mid x^2+px+12=0\}$，且 $(\complement_I A)\cup B=\{1,3,4,5\}$. 求 $p,q$ 的值，并求 $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)$.




例3图

**解答** $\because (\complement_I A)\cup B=\{1,3,4,5\}$，

$\therefore 2\in A$，即 $2^2-5\times 2+q=0$.

$\therefore q=6$.

$\therefore A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，$\therefore \complement_I A=\{1,4,5\}$.

又 $(\complement_I A)\cup B=\{1,3,4,5\}$，$\therefore 3\in B$，即 $3^2+3p+12=0$.

$\therefore p=-7$.

$\therefore B=\{x\mid x^2-7x+12=0\}=\{3,4\}$，$\complement_I B=\{1,2,5\}$.

$\therefore (\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\{1,5\}$.

**评析** 在集合运算中，Venn 图是辅助运算的优良工具，借助它，很多交、并、补集的运算显得非常直观，分析起来非常方便.

## 闯关演练

### 一、选择题

1. 若全集 $U=\{1,2,3,4\}$，$M=\{1,2\}$，$N=\{2,3\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=($ $)$.

(A) $\{1,2,3\}$　　(B) $\{4\}$

(C) $\{1,3,4\}$　　(D) $\{2\}$

2. 已知集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x\mid x=2a,a\in M\}$，则 $M\cap N=($ $)$.

(A) $\{0\}$　　(B) $\{0,1\}$

(C) $\{1,2\}$　　(D) $\{0,2\}$

3. 设集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 4\}$，集合 $B=\{x\mid x\leqslant a\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 $a$ 的取值范围是 ( ).

(A) $\{a\mid a\leqslant 4\}$　　(B) $\{a\mid a>-2\}$

(C) $\{a\mid a<-2\}$　　(D) $\{a\mid -2\leqslant a\leqslant 4\}$

4. 给出以下四个命题：

① 若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$；

② 若 $A\cup B=A$，则 $B\subseteq A$；

③ 若 $A\cup B=\varnothing$，则 $A=\varnothing$，$B=\varnothing$；

④ $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

其中真命题的个数为( ).

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

5. 设 $U$ 是全集，集合 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$，则下列集合中，一定是空集的是( ).

(A) $P\cap(\complement_U Q)$　　(B) $Q\cap(\complement_U P)$

(C) $(\complement_U P)\cap(\complement_U Q)$　　(D) $P\cap Q$

6. 设全集 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid f(x)<0\}$，$B=\{x\mid g(x)>0\}$，则集合 $M=\{x\mid f(x)\geqslant 0$ 且 $g(x)\leqslant 0\}$ 等于( ).

(A) $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)$　　(B) $\complement_I(A\cap B)$

(C) $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)$　　(D) $A\cap(\complement_I B)$

7. 设 $P=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，则( ).

(A) $Q=P$

(B) $Q\subsetneqq P$

(C) $P\cap Q=\{2,4\}$

(D) $P\cap Q=\{(2,4),(4,16)\}$

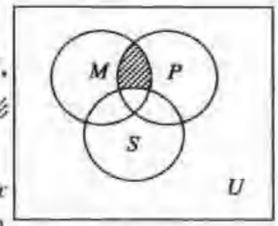
8. 定义 $A-B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\notin B\}$，若 $M=\{1,2,3,4,5\}$，$N=\{2,3,6\}$，则 $N-M=($ $)$.

(A) $\varnothing$　　(B) $\{2,3\}$

(C) $\{6\}$　　(D) $\{1,4,5\}$

### 二、填空题

9. 如右图，$U$ 是全集，$M$，$P$，$S$ 是 $U$ 的三个子集，则阴影部分表示的集合是________.




第9题图

10. 设 $M=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{x\mid x<1\}$，则 $M\cap N=$________.

11. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，$A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)\mid \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1,a>0,b>0\}$. 当 $A\cap B$ 只有一个元素时，$a,b$ 的关系是________.

12. 设函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都是 $\mathbf{R}$，且 $f(x)\geqslant 0$ 的解集为 $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，$g(x)\geqslant 0$ 的解集为 $\varnothing$，则不等式 $f(x)\cdot g(x)>0$ 的解集为________.

### 三、解答题

13. 已知全集为 $\mathbf{R}$，$A=\{x\mid \log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant -2\}$，$B=\left\{x\mid \frac{5}{x+2}\geqslant 1\right\}$，求 $(\complement_{\mathbf{R}} A)\cap B$.

14. 高三(2)班 50 名同学在一次数学、外语联合测试中，数学优秀的有 36 人，外语优秀的有 20 人，两科中任何一科都没有获得优秀的只有 8 人，求两科同时都是优秀的人数.

15. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-ax\leqslant x-a\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant \log_2(x+1)\leqslant 2\}$. 若 $A\cap B=A$，求实数 $a$ 的取值范围.

16. 设集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2\}$，问是否存在这样的实数 $a$，使得 $A\cup B=\{1,a,a^2\}$，$A\cap B=\{1,a\}$ 同时成立？若存在，求出 $a$ 的值；若不存在，说明理由.

# 单元达标

## 一、选择题

1. 设全集$U=\{0,1,2,3,4,5\}$，集合$M=\{0,3,5\}$，$N=\{1,4,5\}$，则集合$M\cap(\complement_U N)=($　　).

(A) $\{5\}$　　(B) $\{0,3\}$

(C) $\{0,2,3,5\}$　　(D) $\{0,1,3,4,5\}$

2. 已知集合$M=\{x|x^2<4\}$，$N=\{x|x^2-2x-3<0\}$，则集合$M\cap N$等于(　　).

(A) $\{x|x<-2\}$　　(B) $\{x|x>3\}$

(C) $\{x|-1<x<2\}$　　(D) $\{x|2<x<3\}$

3. 设集合$M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)|x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则集合$M\cap N$中元素的个数为(　　).

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

4. 含有三个实数的集合可表示为$\{x,\frac{y}{x},1\}$，也可表示为$\{|x|,x+y,0\}$，以上$x$，$y$为确定常数，则$x^5-y^5$的值为(　　).

(A) 0　(B) 1　(C) $-1$　(D) $\pm1$

5. 设$I$为全集，$S_1$，$S_2$，$S_3$是$I$的三个非空子集，且$S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断正确的是(　　).

(A) $(\complement_I S_1)\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

(B) $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

(C) $(\complement_I S_1)\cap(\complement_I S_2)\cap(\complement_I S_3)=\varnothing$

(D) $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

## 二、填空题

6. 已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合$A$，$B$满足$A\cap(\complement_U B)=\{1,5\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{3,7\}$，$\complement_U(A\cup B)=\{4,8\}$，则$A=$________.

7. 已知集合$A=\{x|x^2-2x-3>0\}$，$B=\{x|x^2+ax+b\leqslant0\}$. 若$A\cup B=\mathbf{R}$，$A\cap B=\{x|3<x\leqslant4\}$，则$a+b$的值等于________.

8. 定义集合$A$和$B$的运算$A*B=\{x|x\in A$且$x\notin B\}$. 试写出含有集合运算符合“$*$”、“$\cap$”、“$\cup$”，并对任意集合$A$，$B$都成立的一个等式________.

## 三、解答题

9. 设全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|-4\leqslant x<2\}$，$B=\{x|-1<x\leqslant3\}$，$P=\{x|x\leqslant0$或$x\geqslant\frac{5}{2}\}$，求$A\cap B$，$(\complement_U B)\cup P$，$(A\cap B)\cap(\complement_U P)$.

10. 设集合$A=\{x^2,2x-1,-4\}$，$B=\{x-5,1-x,9\}$，其中$x$为同一常数. 若$A\cap B=\{9\}$，求$A\cup B$.

# 第2单元

# 常用逻辑用语

## 第1节 命题及其关系

### 目标要求

了解命题及其逆命题、否命题、逆否命题.

### 考点诠释

1. 该考点的核心内容是命题真假的判定与命题的等价，在把命题改写成"若 $p$，则 $q$"的形式的基础上，能写出命题的四种形式.

2. 命题的否定与否命题是完全不同的概念. ① 任何命题均有否定，无论是真命题还是假命题；而否命题仅针对命题"若 $p$，则 $q$"提出来的. ② 命题的否定是原命题的矛盾命题，两者的真假性必然是一真一假；而否命题与原命题可能是同真同假，也可能是一真一假.

3. 一个命题的原命题与其逆否命题同为真假；原命题的逆命题与否命题互为逆否关系，也同为真假. 有时一个命题的真假不易被判断时，可以通过判断它的逆否命题的真假，从而得知原命题的真假.

4. 反证法的证题步骤：否定结论（新条件）→推出矛盾→否定假设→肯定结论. 其关键是推出矛盾. 命题的结论涉及到至少、至多、……是唯一的、存在等时，往往可以考虑反证法.

### 命题展望

高考主要考查学生对命题与命题之间的逻辑关系的掌握情况，以及判断是非的能力和推理能力，多以选择题、填空题的形式出现，而反证法和反证思想应该成为今后命题的热点.

### 范例精析

例1 判断下列命题的真假：

(1) 命题"在$\triangle ABC$中，若$AB>AC$，则$\angle C>\angle B$"的逆命题；

(2) 命题"若$ab=0$，则$a=0$且$b=0$"的否命题；

(3) 命题"若$a\neq 0$且$b\neq 0$，则$ab\neq 0$"的逆否命题；

(4) 命题"若$a\neq 0$或$b\neq 0$，则$a^2+b^2>0$"的逆命题.

**解答** (1) 该命题的逆命题：在$\triangle ABC$中，若$\angle C>\angle B$，则$AB>AC$. 命题为真命题；

(2) 该命题的否命题：若$ab\neq 0$，则$a\neq 0$或$b\neq 0$. 命题为真命题；

(3) 该命题的逆否命题：$ab=0$，则$a=0$或$b=0$. 命题为真命题；

(4) 该命题的逆命题：若$a^2+b^2>0$，则$a\neq 0$或$b\neq 0$. 命题为真命题.

**评析** 否命题最容易出现错误，要重视一些词的否定词.

例2 写出下列命题的否定及否命题，并判断其真假：

(1) 两组对边平行的四边形是平行四边形；

(2) 正整数1既不是质数也不是合数；

(3) 在$\triangle ABC$中，$\angle A=\angle B=45^\circ$，则$\triangle ABC$是等腰直角三角形.

**解答** (1) 命题的否定：两组对边平行的四边形不是平行四边形. 假命题.

否命题：若有两组对边不都平行，则四边形不是平行四边形. 真命题.

(2) 命题的否定：正整数1是质数或者是合数. 假命题.

否命题：不是1的正整数是质数或者是合数. 真命题.

(3) 命题的否定：在$\triangle ABC$中，$\angle A=\angle B=45^\circ$，则$\triangle ABC$不是等腰三角形或者不是直角三角形. 假命题.

否命题：在$\triangle ABC$中，若$\angle A\neq 45^\circ$，或者$\angle B\neq 45^\circ$，则$\triangle ABC$不是等腰三角形或者不是直角三角形. 假命题.

**评析** 命题的否定和否命题是本质不同的两个概念，解题时注意正确区分.

例3 已知函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是增函

数，$a,b\in\mathbf{R}$，对命题“若 $a+b\geqslant 0$，则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$”.

(1) 写出逆命题，判断真假，并证明你的结论；

(2) 写出逆否命题，判断真假，并证明你的结论.

**解答** (1) 逆命题：已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$，则 $a+b\geqslant 0$，真命题.

$\because$ $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，若 $a+b<0$，则 $a<-b$，$\therefore$ $f(a)<f(-b)$.

同理 $f(b)<f(-a)$.

$\therefore$ $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$，与已知条件相悖，故逆命题为真.

(2) 逆否命题：已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$，则 $a+b<0$，真命题.

原命题为真，所以逆否命题亦真.

**例4** 若 $a,b,c$ 均为实数，且 $a=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$，$b=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$，$c=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$，求证：$a,b,c$ 中至少有一个大于0.

**证明** （反证法）

若 $a,b,c$ 都不大于0，即 $a\leqslant 0,b\leqslant 0,c\leqslant 0$，那么 $a+b+c\leqslant 0$.

而 $a+b+c=(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2+\pi-3>0$，这是不可能的，所以 $a,b,c$ 中至少有一个大于0.

## 闯关演练

### 一、选择题

1. 与命题“若 $a\notin M$，则 $b\notin M$”等价的命题是（　　）.

(A) 若 $b\in M$，则 $a\notin M$

(B) 若 $b\notin M$，则 $a\in M$

(C) 若 $b\in M$，则 $a\in M$

(D) 若 $a\notin M$，则 $b\in M$

2. “$xy\neq 0$”是指（　　）.

(A) $x\neq 0$ 且 $y\neq 0$

(B) $x\neq 0$ 或 $y\neq 0$

(C) $x,y$ 至少一个为0

(D) 不都是0

3. 命题“若 $a>b$，则 $a-8>b-8$”的逆否命题是（　　）.

(A) 若 $a<b$，则 $a-8<b-8$

(B) 若 $a-8>b-8$，则 $a>b$

(C) 若 $a\leqslant b$，则 $a-8\leqslant b-8$

(D) 若 $a-8\leqslant b-8$，则 $a\leqslant b$

4. 命题“若 $a,b$ 都是奇数，则 $a+b$ 是偶数”的逆否命题是（　　）.

(A) 若 $a+b$ 不是偶数，则 $a,b$ 都不是奇数

(B) 若 $a+b$ 不是偶数，则 $a,b$ 不都是奇数

(C) 若 $a+b$ 是偶数，则 $a,b$ 都是奇数

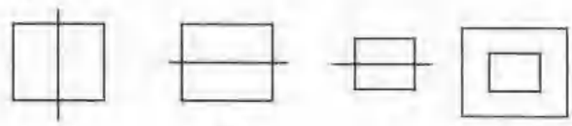
(D) 若 $a+b$ 是偶数，则 $a,b$ 不都是奇数

5. 若命题 $p$ 的逆命题为 $q$，命题 $q$ 的否命题为 $r$，则 $p$ 是 $r$ 的（　　）.

(A) 逆命题　　(B) 否命题

(C) 逆否命题　　(D) 以上判断都错

6. 定义 $A\otimes B,B\otimes C,C\otimes D,D\otimes B$ 分别对应下列图形：

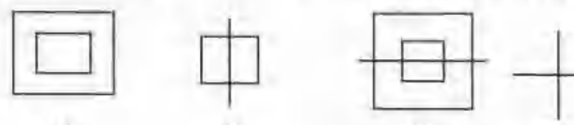


(1)　(2)　(3)　(4)

第6题图(1)

那么图(2)中可以表示 $A\otimes D$，$A\otimes C$ 的是（　　）.

(A) ①②　(B) ②③　(C) ②④　(D) ①④



①　②　③　④

第6题图(2)

7. 已知命题“非空集合 $M$ 的元素都是集合 $P$ 的元素”是假命题，那么下列命题中真命题的个数是（　　）.

① $M$ 的元素都不是集合 $P$ 的元素；

② $M$ 中有不属于集合 $P$ 的元素；

③ $M$ 的元素都是集合 $P$ 的元素；

④ $M$ 的元素不都是集合 $P$ 的元素.

(A) 1个　(B) 2个　(C) 3个　(D) 4个

8. 已知直线 $m,n$ 及平面 $\alpha,\beta$，则下列命题正确的是（　　）.

(A) $\left.\begin{matrix}m/\!/\alpha\\n/\!/\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha/\!/\beta$　(B) $\left.\begin{matrix}m/\!/\alpha\\m/\!/n\end{matrix}\right\}\Rightarrow n/\!/\alpha$

(C) $\left.\begin{matrix}m\perp\alpha\\\alpha\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow m/\!/\beta$　(D) $\left.\begin{matrix}m\perp\alpha\\n/\!/\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow m\perp n$

### 二、填空题

9. 判断下列命题的真假（真“√”，假“×”）：

① $3\geqslant 3$：________；

② 100或50是10的倍数：________；

③ 有两个锐角的三角形是锐角三角形：________；

④ 等腰三角形至少有两个内角相等：________.

10. 命题“若 $x=-1$ 且 $y=-2$，则 $x^2+2x+y^2$

$+4y+5=0$"的否定是__________；否命题是____________________.

11. 若方程 $x^2+4ax-4a+3=0$ 和 $x^2+2ax-2a=0$ 至少有一个方程有实根，则实数 $a$ 的取值范围是________.

12. 给出下列四个命题：

(1) 一条直线与两个互相垂直的平面中的一个垂直，则此直线必平行于另一个平面；

(2) 一条直线与两个相交平面都平行，则它必与这两个平面的交线平行；

(3) 对确定的两条异面直线，过空间任意一点有且只有唯一一个平面与这两条异面直线都平行；

(4) 若直线 $l$ 与一个平面所成的角为 $\alpha$，则直线 $l$ 与该平面内的直线所成的最大角为 $\frac{\pi}{2}$.

其中真命题的序号是__________.（请把所有真命题的序号都填上）

**三、解答题**

13. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，若 $x^2+ax+b\leqslant0$ 有非空解集，则 $a^2-4b\geqslant0$. 写出该命题的否命题，并判断其真假.

14. 已知下列三个方程 $x^2+4ax-4a+3=0$，$x^2+(a-1)x+a^2=0$，$x^2+2ax-2a=0$ 至少有一个方程有实根，求实数 $a$ 的取值范围.

15. 写出命题"若 $x^2+x\leqslant0$，则 $|2x+1|<1$"的逆命题、否命题、逆否命题，并判断其真假.

16. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数，证明 $f(x)=0$ 至多有一个实根.

# 第2节 充分条件与必要条件

## 目标要求

理解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系.

## 考点诠释

1. 充分条件和必要条件是数学中重要的概念，它着重讨论命题中条件和结论的关系. 在判断充分条件及必要条件时，首先要分清命题中的条件和结论，其次，结论要分四种情况说明：充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分也不必要条件.

2. 从集合的角度看，若记满足条件 $p$ 的所有对象组成集合 $A$，满足条件 $q$ 的所有对象组成集合 $B$，则当 $A\subseteq B$ 时，$p$ 是 $q$ 的充分条件；$B\subseteq A$ 时，$p$ 是 $q$ 的必要条件；$A=B$ 时，$p$ 是 $q$ 的充要条件.

3. 当 $p$ 和 $q$ 互为充要条件时，也称 $p$ 和 $q$ 是等价的.

## 命题展望

充要条件的判断或证明频繁地出现在高考试题中，且多以选择、填空题的形式出现，难度一般不大，考查时经常以几何中的点、线、面，代数中的函数、不等式等为载体进行，联系面比较广泛.

## 范例精析

**例1** 已知 $p:\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant2$；$q:x^2-2x+1-m^2\leqslant0(m>0)$. 若¬$p$ 是¬$q$ 的必要不充分条件，求实数 $m$ 的取值范围.

**解答** 命题"若¬$p$ 是¬$q$ 的必要不充分条件"的等价命题即逆否命题为：$p$ 是 $q$ 的充分不必要条件.

$p:\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant2\Rightarrow-2\leqslant\frac{x-1}{3}-1\leqslant2\Rightarrow-1\leqslant\frac{x-1}{3}\leqslant3\Rightarrow-2\leqslant x\leqslant10$.

$q:x^2-2x+1-m^2\leqslant0\Rightarrow[x-(1-m)][x-(1+m)]\leqslant0$. (*)

∵ $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件，

∴ 不等式 $\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant2$ 的解集是 $x^2-2x+1-m^2\leqslant0(m>0)$ 的解集的子集.

又∵ $m>0$，∴ 不等式(*)的解集为 $\{x|1-m\leqslant x\leqslant1+m\}$，

∴ $\begin{cases}1-m\leqslant-2,\\1+m\geqslant10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\geqslant3,\\m\geqslant9,\end{cases}$ ∴ $m\geqslant9$，∴ 实数 $m$ 的取值范围是 $[9,+\infty)$.

**评析** 1. 本题以含绝对值的不等式及一元二次不等式的解法为考查对象，同时考查了充分、必要条件及四种命题中等价命题的应用，突出了知识运用的灵活性.

2. 利用等价命题先进行命题的等价转化，搞清楚命题中条件与结论的关系，再去解不等式，找解集间的包含关系，进而使问题解决.

**例2** 命题 $p$：$-2<m<0$，$0<n<1$；命题 $q$：关于 $x$ 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个小于1的正根．试分析 $p$ 是 $q$ 的什么条件．

**解答** 若关于 $x$ 的方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个小于1的正根，设为 $x_1$，$x_2$，则 $0<x_1<1$，$0<x_2<1$，有 $0<x_1+x_2<2$ 且 $0<x_1x_2<1$．

根据韦达定理有 $\begin{cases}x_1+x_2=-m,\\x_1x_2=n,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}0<-m<2,\\0<n<1,\end{cases}$

即 $-2<m<0$，$0<n<1$，故 $q\Rightarrow p$．

反之，取 $m=-\frac{1}{3}$，$n=\frac{1}{2}$，$x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}=0$，$\Delta=\frac{1}{9}-4\times\frac{1}{2}<0$，方程 $x^2+mx+n=0$ 无实根，所以 $p\nRightarrow q$．

综上所述，$p$ 是 $q$ 的必要不充分条件．

**例3** 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=p^n+q$（$p\neq0$ 且 $p\neq1$），求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件．

**解答** 当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=p+q$；

当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(p-1)\cdot p^{n-1}$．

由于 $p\neq0$，$p\neq1$，∴ 当 $n\geqslant2$ 时，$\{a_n\}$ 是等比数列．

要使 $\{a_n\}$（$n\in\mathbf{N}^*$）是等比数列，则 $\frac{a_2}{a_1}=p$，即 $(p-1)\cdot p=p(p+q)$，∴ $q=-1$，即 $\{a_n\}$ 是等比数列的必要条件是 $p\neq0$ 且 $p\neq1$ 且 $q=-1$．

再证充分性：

当 $p\neq0$ 且 $p\neq1$ 且 $q=-1$ 时，$S_n=p^n-1$，

$a_n=(p-1)\cdot p^{n-1}$，$\frac{a_n}{a_{n-1}}=p(n\geqslant2)$，

∴ $\{a_n\}$ 是等比数列．

**评析** 先根据前 $n$ 项和公式，导出使 $\{a_n\}$ 为等比数列的必要条件，再证明其为充分条件，这是此类问题的通用解法．

**例4** 已知 $a>0$，$b>1$，$x\in[0,1]$，函数 $f(x)=ax-bx^2$，求 $|f(x)|\leqslant1$ 的充要条件．

**解答** 对于任意 $x\in[0,1]$，若 $|f(x)|\leqslant1$，即 $-1\leqslant ax-bx^2\leqslant1$，令 $x=1$，则 $-1\leqslant a-b\leqslant1$．

由 $b>1$，$\frac{1}{2}-\frac{1}{2b}\leqslant\frac{a}{2b}\leqslant\frac{1}{2}+\frac{1}{2b}$，说明 $\frac{a}{2b}\in[0,1]\Rightarrow f\left(\frac{a}{2b}\right)\leqslant1\Rightarrow a\leqslant2\sqrt{b}$．

综上所述，$b-1\leqslant a\leqslant2\sqrt{b}$．

下面说明 $b-1\leqslant a\leqslant2\sqrt{b}$ 是 $|f(x)|\leqslant1$ 的充分条件：

设 $b-1\leqslant a\leqslant2\sqrt{b}$，因为 $b>1$，$\frac{a}{2b}=\frac{a}{2\sqrt{b}}\cdot\frac{1}{\sqrt{b}}<1$，$x\in[0,1]$ 时，$f(x)=ax-bx^2$ 的最大值为 $f\left(\frac{a}{2b}\right)\leqslant1$，最小值为 $f(0)$，$f(1)$ 中的较小者，$\min\{0,a-b\}\geqslant-1$，所以 $|f(x)|\leqslant1$．

综上所述，$|f(x)|\leqslant1$ 的充要条件是 $b-1\leqslant a\leqslant2\sqrt{b}$．

**评析** 探究充要条件是该部分的重点内容，而证明充分必要性是该部分的难点．

## 闯关演练

### 一、选择题

1. 条件 $p$：$|x+1|>2$；条件 $q$：$x>2$，则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的（　　）．

（A）充分不必要条件

（B）必要不充分条件

（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

2. 已知 $h>0$，设命题甲：两个实数 $a$，$b$ 满足 $|a-b|<2h$；命题乙：两个实数 $a$，$b$ 满足 $|a-1|<h$ 且 $|b-1|<h$，那么甲是乙的（　　）．

（A）充分不必要条件

（B）必要不充分条件

（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

3. 四个条件 $b>0>a$，$0>a>b$，$a>0>b$，$a>b>0$ 中，能使 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 成立的充分条件的个数是（　　）．

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

4. 已知真命题"$a\geqslant b\Rightarrow c>d$"和"$a<b\Leftrightarrow e\leqslant f$"，那么"$c\leqslant d$"是"$e\leqslant f$"的（　　）．

（A）充分条件

（B）必要条件

（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

5. 设命题甲：平面内有两定点 $F_1$，$F_2$ 和动点 $P$，使 $|PF_1|+|PF_2|$ 是定值；命题乙：点 $P$ 的轨迹是椭圆，则甲是乙的（　　）．

（A）充分不必要条件

（B）必要不充分条件

（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

6. 已知 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\mathbf{0}$ 是 $A$，$B$，$C$ 三点构成三角形的（　　）．

（A）充分不必要条件

（B）必要不充分条件

（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

7. 已知 $a_1$，$b_1$，$c_1$，$a_2$，$b_2$，$c_2$ 均为非零实数，不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 $M$ 和 $N$，那么"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"是"$M=N$"的（　　）．

（A）充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

8. 设有如下三个命题：

甲：相交的直线 $l,m$ 都在平面 $\alpha$ 内，并且都不在平面 $\beta$ 内；

乙：直线 $l,m$ 中至少有一条与平面 $\beta$ 相交；

丙：平面 $\alpha$ 与平面 $\beta$ 相交.

当甲成立时(　　).

(A) 乙是丙的充分不必要条件

(B) 乙是丙的必要不充分条件

(C) 乙是丙的充分且必要条件

(D) 乙既不是丙的充分条件又不是丙的必要条件

## 二、填空题

9. 命题 $A$：两曲线 $F(x,y)=0$ 和 $G(x,y)=0$ 相交于点 $P(x_0,y_0)$；命题 $B$：曲线 $F(x,y)+\lambda G(x,y)=0$（$\lambda$ 为常数）过点 $P(x_0,y_0)$. 则 $A$ 是 $B$ 的________条件.

10. 设命题 $p$：$|4x-3|\leqslant 1$；命题 $q$：$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$. 若$\neg p$ 是$\neg q$ 的必要不充分条件，则实数 $a$ 的取值范围是____________.

11. 已知$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}+\nu\overrightarrow{OC}$，$\lambda,\mu,\nu\in\mathbf{R}$，则 $P,A,B,C$ 四点共面的充要条件是____________.

12. 给出下列命题：

(1) 实数 $a=0$ 是直线 $ax-2y=1$ 与 $2ax-2y=3$ 平行的充要条件；

(2) 若 $a,b\in\mathbf{R}$，则 $ab=0$ 是 $|a|+|b|=|a+b|$ 成立的充要条件；

(3) 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，“若 $xy=0$，则 $x=0$ 或 $y=0$”的逆否命题是“若 $x\neq 0$ 或 $y\neq 0$，则 $xy\neq 0$”；

(4) “若 $a$ 和 $b$ 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数”的否命题是假命题.

其中真命题的序号是____________.

## 三、解答题

13. 已知 $P=\{x||x-a|<4\}$，$Q=\{x|x^2-4x+3<0\}$，且 $x\in P$ 是 $x\in Q$ 的必要条件，求实数 $a$ 的取值范围.

14. 设 $\alpha,\beta$ 是方程 $x^2-ax+b=0$ 的两个实根，试分析 $a>2,b>1$ 是两根 $\alpha,\beta$ 均大于 1 的什么条件?

15. 设 $M=\{x||x+1|+|x-3|>8\}$，$P=\{x|x^2+(a-8)x-8a\leqslant 0\}$，求 $a$ 的一个取值范围，使它为 $M\cap P=\{x|5<x\leqslant 8\}$ 的一个必要不充分条件. 写出推理过程.

16. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，求证：$|x+y|=|x|+|y|$ 成立的充要条件是 $x\cdot y\geqslant 0$.

# 第 3 节　简单的逻辑联结词

## 目标要求

了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.

## 考点诠释

“$p\vee q$”为真，当且仅当 $p$ 和 $q$ 中至少一个为真（一真为真）；“$p\wedge q$”为假，当且仅当 $p$ 和 $q$ 中至少一个为假（一假为假）；$p$ 与$\neg p$ 真假相反.

## 命题展望

“$\neg$”、“$\wedge$”、“$\vee$”是常用的逻辑联结符号，用这些符号可以简洁地描述数学关系，高考要求准确地利用这些逻辑符号和逻辑用语表达数学内容. 该部分知识经常跟其他知识结合在一起，重点考查学生的推理能力，一般不会单独命题.

## 范例精析

**例 1** 已知 $p$：$|3x-4|>2$；$q$：$\dfrac{1}{x^2-x-2}>0$，那么$\neg p$ 是$\neg q$ 的什么条件?

**解答** $|3x-4|>2\Leftrightarrow x>2$ 或 $x<\dfrac{2}{3}$，那么$\neg p$：$\dfrac{2}{3}\leqslant x\leqslant 2$. 又由于 $x^2-x-2>0$，

$\therefore x>2$ 或 $x<-1$，那么$\neg q$：$-1\leqslant x\leqslant 2$.

故$\left[\dfrac{2}{3},2\right]\subsetneqq[-1,2]$.

因此，$\neg p$ 是$\neg q$ 的充分不必要条件.

**评析** 判断充要条件可以从满足条件的元素形成的集合的包含关系上考虑，也可以从命题本身蕴含的关系上考虑.

**例 2** 设命题 $p$：函数 $f(x)=\lg\left(ax^2-x+\dfrac{1}{16}a\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$；命题 $q$：不等式$\sqrt{2x+1}<1+ax$ 对一切