WWW.ssneea.net.cn

自考突破

公共课程

高等数学(二) 上册

全国高等教育自学考试课程同步辅导

姚孟臣/编著

全国高等教育自学考试办公室
自学指导中心 组编

中国人民大学出版社

自考

突破

高等数学（二）

全国高等教育自学考试课程同步辅导

自考突破

高等数学（二）

（上册）

全国高等教育自学考试办公室
自 学 指 导 中 心 组编

姚孟臣 编著

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.2.上册/姚孟臣编著.
北京:中国人民大学出版社,2000.6
(自考突破:全国高等教育自学考试课程同步辅导)
ISBN 7-300-03522-1/G·688

Ⅰ.高…
Ⅱ.姚…
Ⅲ.高等教学-高等教育-自学考试-自学参考资料
Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 30896 号

全国高等教育自学考试课程同步辅导
自考突破
高等数学(二)
(上册)
全国高等教育自学考试办公室 自学指导中心 组编
姚孟臣 编著

出版发行:中国人民大学出版社
(北京海淀路 157 号 邮编 100080)
发行部:62514146 门市部:62511369
总编室:62511242 出版部:62511239
E-mail:rendafx@public3.bta.net.cn
经 销:新华书店
印 刷:北京市鑫鑫印刷厂

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:7.25
2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷
字数:176 000

总定价(4 册):48.00 元 本册定价:12.00 元
(图书出现印装问题,本社负责调换)

《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》丛书编委会

出 版 说 明

为了解决广大自考生在学习中的实际困难，我们本着认真负责的态度，组织全国一流的专家学者编写了这套大型丛书——《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》。与众多的自考辅导书相比，该套丛书具有以下特点：

一、具有很高的权威性。丛书是由全国高等教育自学考试办公室自学指导中心组织相关专业委员会的专家及课程大纲、统编教材的主创人员编写的。这些专家拥有丰富的自考教学经验和一流的编写水平。

二、实用性和针对性强。本套丛书是由学科专家们严格按照自考课程大纲的要求而编写的，主要内容与教材相配套，按章（节）设计。考生在学完教材每章的内容以后，可以按照专家归纳的重点和常考的知识点有针对性地复习。每章中设计的练习题与实际考试的题型完全一致，而且覆盖了教材后面的所有习题，并给出了参考答案。

三、这套大型丛书的主要内容已纳入教育部全国高等教育自考办的“自学考试答疑网络”。有上网条件的考生,在学习的同时还可以通过该辅导书封面上的网址接受“自考答疑网络”的辅导。

总之，有了这样一套辅导书，等于把每门课程最权威的辅导老师请到了身边。希望它能给广大考生以实实在在的帮助，使考生在学习和应试能力上都有所突破，以顺利地通过考试。

全国高等教育自学考试办公室自学指导中心

中 国 人 民 大 学 出 版 社

2000 年 5 月

《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》

总　　序

教育部高等教育自学考试办公室主任 杨光

新世纪的竞争，是人才的竞争，是国民素质的竞争。要提升我国的国际竞争力，振兴中华民族，培养大量的、一批又一批高质量的各类人才是最重要的。作为“没有围墙的大学”的高等教育自学考试经过了20年的发展，逐渐壮大，现已成为我国人才培养的一条重要途径以及广大有志青年的成才之路之一。

高等教育自学考试向全社会敞开着大门。作为国家主管高等教育自学考试的机构——教育部高等教育自学考试办公室，我们有责任和义务对散布于社会各个角落的自考学生的学习进行指导和帮助。为此，我们开通了“全国高等教育自学考试答疑网络”，聘请高等院校的学科专家撰写课件、上网答疑，通过互联网络对学生自学进行指导和帮助。对于那些暂时还不能够上网学习的考生，我们将网络的教学课件编辑成书出版，使他们同样得到学习机会。

经过细致、周密的组织和准备工作，教育部高等教育自学考试办公室自学指导中心和中国人民大学出版社共同策划、出版了这套《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》丛书。整套丛书大约100本，涉及公共政治课、经管类共同课及财经、政法、中文、英语、计算机等专业。丛书由著名高等学校的学科专家执笔，我认为它在数量繁多的同类出版物中属于佼佼者，希望它能成为考生的好帮手。

2000年5月于北京

前　言

为了帮助参加全国高等教育自学考试的广大考生能够全面、系统地复习,根据全国高等教育自学考试指导委员会颁发的《高等数学(一)自学考试大纲》、《高等数学(二)自学考试大纲》,结合编者长期从事高等数学自考教学的经验体会,针对参加自学考试考生的特点,我们编写了本书。鉴于目前"高等数学(一)"是经济管理专业专科学历规定的一门必修课程,而"高等数学(二)"是经济管理专业本科学历规定的一门必修课程,我们分别冠以**自考突破《高等数学(一)(上册)》**、**《高等数学(一)(下册)》**、**《高等数学(二)(上册)》**、**《高等数学(二)(下册)》**分四册出版。

本册是自考突破《高等数学(二)(上册)》。

本书按照考试大纲的要求分为九章,每一章由以下四部分构成。

一、基本要求——编写这部分的目的是使广大考生明确每一章考的基本内容是什么,掌握到什么程度就可以了。在编写过程中,根据我们多年来参加有关命题的经验把考试大纲的要求加以细化、归纳和总结,使广大考生能够正确把握考试要求。

二、知识点——这部分根据考试大纲的要求将知识点一一列出来,使得考生能够明确本章有哪些知识点是要求的,便于考生针对重点、难点、热点问题进行复习,全面、系统地掌握所需要的知识,在考试时能够拿得出、用得上。

三、内容提要、题型示例——这部分是编者根据自学考试大纲的要求将每一节的内容给予概括,并总结了各种题型解题的方法和技巧,开阔了考生的解题思路,使所学知识能够融会贯通,并迅速提高考生的综合解题能力。

四、练习题及答案——我们深入研究了历年自考试卷的结构、知识点及难度的分布，并紧密结合我们在阅卷过程中常见的问题及在全国各大城市“自考辅导班”辅导的经验来编好每一道题。因此，在每一章里都从不同角度选择了具有多种风格的题目，基本上涵盖了全部命题思路，能够达到实际考试效果。这样有利于广大考生检验自己复习的效果，更加全面系统地掌握所需知识，迅速提高综合解题能力。全部习题在每一章的后面都有答案与提示。

为了方便考生了解近几年有关数学考试的题目类型、知识点及难度的分布情况，我们在下册中给出了 1997—2000 年全国高等教育自学考试试题及解答，仅供参考。

我们相信考生通过本书的学习，不仅有助于熟悉和掌握高等数学自学考试大纲的内容和要求，同时通过一定数量题目的练习，一定会更好地理解和掌握有关的基本概念及解题方法，还能够培养和提高逻辑推理能力以及综合运用所学的知识分析和解决实际问题的能力，并使得自己在这个过程中不断地增加对考试的适应能力和通过考试的自信心。

由于编者水平有限，加之时间比较仓促，书中难免有错误和疏漏之处，恳请读者批评指正。

编著者

2000 年 5 月

于北京大学中关园

目　　录

第一章　行 列 式

一、基本要求

理解行列式的递推定义，掌握下(上)三角行列式及对角形行列式的计算公式；掌握行列式的性质，并运用行列式的性质计算一些简单的行列式；理解余子式与代数余子式的概念；掌握行列式的展开定理，会用行列式的性质及展开定理计算行列式；会用公式计算范得蒙行列式；掌握克莱姆法则，能运用克莱姆法则求解线性方程组，讨论 n 元(n 个方程)的齐次线性方程组的解的情况.

二、知识点

1. 行列式的概念与性质；
2. 行列式的计算；
3. 克莱姆法则.

三、内容提要、题型示例、练习题

§1.1　行列式的定义

(一) 内容提要

1. 余子式与代数余子式；
2. 行列式的定义；
3. 行列式按一行(一列)展开.

（二）题型示例

例 1 分别按第 1 行与第 2 列展开行列式

$$A=\begin{vmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & 1 & 3\\ -2 & 3 & 1\end{vmatrix}.$$

解 1° 按第 1 行展开

$$A=0\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{vmatrix}+0\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & 3\\ -2 & 1\end{vmatrix}$$

$$+(-2)\times(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & 1\\ -2 & 3\end{vmatrix}$$

$$=1\times(-8)+0+(-2)\times 8=-24.$$

2° 按第 2 列展开

$$A=0\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & 3\\ -2 & 1\end{vmatrix}+1\times(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}1 & -2\\ -2 & 1\end{vmatrix}$$

$$+3\times(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & 3\end{vmatrix}$$

$$=0+1\times(-3)+3\times(-1)\times 7=-3-21=-24.$$

例 2 计算行列式

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 1 & 2\\ 3 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 0 & -5\end{vmatrix}.$$

解 将 A 按第 3 列展开，则应有

$$A=a_{13}A_{13}+a_{23}A_{23}+a_{33}A_{33}+a_{43}A_{43}.$$

其中

$$a_{13}=3,\quad a_{23}=1,\quad a_{33}=-1,\quad a_{43}=0;$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}1 & 0 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & 2 & -5\end{vmatrix}=19,$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -5 \end{vmatrix} = -63,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 18,$$

$$A_{43} = (-1)^{4+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -10.$$

所以

$$A = 3 \times 19 + 1 \times (-63) + (-1) \times 18 + 0 \times (-10)$$
$$= -24.$$

例 3 计算 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

解 这种形式的行列式称为上三角形行列式. 将其按第一列展开,有

$$\text{原式} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad \text{(将此 } n-1 \text{ 阶行列式仍按第一列展开)}$$

$$= a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ 0 & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \cdots = a_{11}a_{22}\cdots a_{n-2,n-2}\begin{vmatrix} a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ 0 & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}\cdots a_{n-2,n-2}a_{n-1,n-1}a_{nn}.$$

类似地，下三角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

（三）练习题

选择题

1. 行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

的元素 a_{21}的代数余子式 A_{21}的值为（　　）.

（A）33；　　（B）-33；

（C）56；　　（D）-56.

2. 设

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ M = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix},\ N = \begin{vmatrix} a_{23} & a_{21} \\ a_{33} & a_{31} \end{vmatrix},$$

则 a_{12}的余子式（　　）.

（A）是 M；　　（B）是 N；

（C）是 M 和 N；　　（D）不是 M 和 N.

填空题

1. n 阶行列式 D_n 中元素 a_{ij}的代数余子式 A_{ij}与余子式 M_{ij}之间的关系是______，D_n 按第 j 列展开的公式是 $D_n=$______.

2. 已知 n 阶方阵

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} & 1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n11} & 1 & 0 & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

则 $|A|=$______.

3. 设行列式

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

则 D 中元素 $a_{23}=2$ 的代数余子式 $A_{23}=$______.

4. 设行列式

$$D=\begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

那么 D 中元素 $a_{13}=-1$ 的代数余子式 $A_{13}=$______.

若 D 中元素 $-2,4,1$ 的代数余子式分别记为 A_{31},A_{32},A_{33}，则 $-2A_{31}+4A_{32}+1A_{33}=$______.

5. 行列式

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

中元素 y 的代数余子式是______.

6. 行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

的 $a_{12}=2$ 的代数余子式是______.

计算题

1. 已知行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \end{vmatrix},$$

写出其代数余子式 A_{43}，并求 A_{43}的值.

2. 设

$$D=\begin{vmatrix} 6 & 0 & 8 & 0 \\ 5 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & -3 \end{vmatrix},$$

写出 D 按第 3 行的展开式，并且算出 D 的值.

§1.2 行列式的性质

(一) 内容提要

行列式的 6 个基本性质及其推论.

(二) 题型示例

例 1 计算行列式

$$D=\begin{vmatrix} 5 & 2 & -6 & -3 \\ -4 & 7 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ 7 & -8 & -10 & -5 \end{vmatrix}.$$

解 为了尽量避免分数运算，应当选择 1 或−1 所在的行(或列)进行变换，因此，我们首先选择第 4 列.

$$D \xlongequal[\substack{5③+④}]{\substack{3③+① \\ -4③+②}} \begin{vmatrix} -1 & 11 & 6 & 0 \\ 4 & -5 & -18 & 0 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ -3 & 7 & 10 & 0 \end{vmatrix}$$