

Modern Optical Thin Film Technology

# Modern Optical Thin Film Technology

# 现代光学薄膜技术

唐晋发 顾培夫 刘旭 李海峰 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

# 现代光学薄膜技术

唐晋发 顾培夫 著  
刘旭 李海峰



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

现代光学薄膜技术 / 唐晋发等著 — 杭州: 浙江大学出版社, 2006. 11  
ISBN 7-308-04977-9

I. 现... II. 唐... III. 光学薄膜 IV. TB43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 120110 号

**现代光学薄膜技术**

唐晋发 顾培夫 刘旭 李海峰 著

---

责任编辑 张明

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排版 浙江大学出版社电脑排版中心

印刷 杭州长命印刷有限公司

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 31.5

字数 807 千字

版印次 2006 年 11 月第 1 版 2006 年 11 月第 1 次印刷

印数 0001—2000

书号 ISBN 7-308-04977-9/TB·037

定价 64.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88072522

# 序 言

光学薄膜是一门综合性非常强的工程技术科学。它的理论基础是电磁场理论和麦克斯韦方程,涉及光在传播过程中,通过分层介质时的反射、透射和偏振特性等。本书第一篇主要介绍光学薄膜特性的理论计算、光学多层膜的设计理论和技术,由唐晋发教授编写。第二篇主要介绍光学薄膜的制造技术,包括以物理气相淀积技术为代表的成膜技术,涵盖真空设备、薄膜材料、制备参数控制技术、薄膜厚度监控技术、膜厚均匀性以及制备参数对薄膜微观结构的影响等,由顾培夫教授编写。第三篇主要介绍薄膜光学特性与光学常数的检测技术、薄膜机械性能的评价技术等,由刘旭教授编写。由于光学薄膜技术又是一门交叉性很强的学科,涉及到光电技术、计算机、真空技术、材料科学、自动控制技术等领域,为了满足部分来自不同领域的光学薄膜工作者学习本书的需要,增加了一个附录,主要介绍几个数学物理基础理论,由李海峰教授编写。

薄膜光学的来源一直可追溯到18世纪的“牛顿环”现象,人类首次发现并进而解释了光的干涉过程。1873年麦克斯韦(Maxwell)的巨著《论电与磁》的问世,进一步奠定了薄膜光学的理论基础。至此,作为薄膜光学的两大基础理论:电磁场理论和光的干涉理论全部确立。虽然夫琅和费(Fraunhofer)早于1817年就用酸蚀法制成了第一批减反射膜,但是直到1930年出现扩散泵以后,用物理气相淀积方法制备光学薄膜这一技术得到真正发展,才使各种光学薄膜在各个领域得到了广泛的应用。至今,可以毫不夸张地说,几乎所有的光学系统、光电系统或光电仪器都离不开光学薄膜的应用,而且也没有发现另有别的技术可以取代光学薄膜。

王大衍院士曾经说过:“光学老又新,前程端似锦。”光学薄膜的发展过程就是一个很有力的印证。作为特殊材料形态的光学与光电子薄膜,今天已广泛地渗透到各个新兴的科技领域。特别是近年来发展迅速、引人注目的薄膜光子晶体、量子点薄膜、纳米或亚波长尺度的多维结构、高电光系数的铁电非线性薄膜、光折变薄膜、光子探测薄膜、传感功能薄膜、高密度体记录薄膜和有机发光显示薄膜等等,其种种特异性能的开发与应用无一不与光学薄膜的特性相关。这就是因为光学薄膜具有良好的空间周期结构,容易依据光学薄膜理论对薄膜的结构、组分和性能进行复杂的人工剪裁和设计,从而实现其他技术所无法达

到的优异性能。如果说 20 世纪 60 年代初以来的激光技术和 20 世纪末兴起的光通讯波分复用技术对光学薄膜发展是一个极大推动力的话,那么今天各种新型微结构功能薄膜的相继出现将给光学与光电子薄膜技术注入新的生命力。目前,薄膜技术的研究方兴未艾,包括薄膜制备的热力学和动力学研究、薄膜的组分和微结构研究、影响薄膜性能的物理机制研究、薄膜性能表征和控制研究,以及各种应用开发研究等,特别是光学与光电子薄膜的结合,光学薄膜与 MEMS、MOMES 器件的集成,一维光学薄膜向多维薄膜光子晶体的扩展等,都有值得我们重视的薄膜技术新概念、新材料、新设计、新方法、新应用的探索领域。从基础研究的源头到各种先进功能的开发,光学薄膜技术正向纵深发展。这就是本书取名为《现代光学薄膜技术》基本理由之一。

更可喜的是,近年来我国的光学与光电子薄膜产业也得到了前所未有的发展,无论是设备的提升还是产业化队伍的建设,应该说都取得了长足的进步。在膜系设计、制备技术、工艺控制、特性测试和应用开发等方面都已进行了卓有成效的工作,取得了广泛的研究成果,同时形成了一定的产业规模。凭借我国当前的雄厚科研实力和产业化基础,国际上光学薄膜器件的生产重心正逐渐向中国转移,促进中国在该领域迅速走向国际化、市场化。这是我国光学薄膜和光电子薄膜行业面临的重要发展机遇。

任重而道远。我国年轻一代的光学薄膜工作者义不容辞地肩负着发展我国光学与光电子薄膜产业和研究工作的重任。光学与光电子薄膜是一个知识密集、技术密集、资金密集的高新科技产业,不仅需要大量的人力、物力、财力投入,更需要不断进行智力投资和知识更新。这就是我们编著这本书的另一基本理由。希望本书能为年轻的光学薄膜工作者学习提高尽点绵薄之力。

本书在写作上尽量注意原理和技术相结合,理论和实践相结合,并适当插入一些前沿研究。通过这些内容的介绍,使读者熟悉现代光学薄膜技术的基本内容和关键所在,了解光学薄膜技术领域一些存在问题和需要研究的前沿课题。在编写过程中,参考了诸多的文献,在此一并表示感谢!同时,书中错误和不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

唐晋发 顾培夫 刘旭 李海峰

2006 年 10 月于浙江大学

# 目 录

## 第一篇 光学多层膜设计

<b>第 1 章 光学薄膜特性的理论计算</b> .....	(5)
1.1 单色平面电磁波 .....	(5)
1.1.1 麦克斯韦方程 .....	(5)
1.1.2 波动方程的解 .....	(6)
1.1.3 光学导纳 .....	(8)
1.1.4 $E$ 和 $H$ 的边界条件 .....	(9)
1.1.5 坡印廷矢量 .....	(10)
1.2 平面电磁波在单一界面上的反射和折射 .....	(12)
1.2.1 反射定律和折射定律 .....	(12)
1.2.2 菲涅尔公式 .....	(13)
1.2.3 第二介质是吸收介质的情况 .....	(16)
1.2.4 全反射 .....	(18)
1.3 光学薄膜特性的理论计算 .....	(20)
1.3.1 单层介质薄膜的反射率 .....	(20)
1.3.2 多层薄膜的特性计算 .....	(24)
1.3.3 光学多层膜特性计算的方框图 .....	(29)
1.4 光学多层膜内的电场强度分布 .....	(33)
习 题 .....	(36)
<b>第 2 章 光学薄膜的设计理论</b> .....	(37)
2.1 矢量作图法 .....	(37)
2.2 有效界面法 .....	(40)
2.3 对称膜系的等效层 .....	(43)
2.4 导纳图解技术 .....	(48)
习 题 .....	(59)
<b>第 3 章 光学薄膜系统的设计</b> .....	(61)
3.1 减反射膜 .....	(61)
3.1.1 单层减反射膜 .....	(61)



3.1.2	双层减反射膜	(64)
3.1.3	多层减反射膜	(68)
3.1.4	超宽带减反射膜	(81)
3.1.5	高折射率基片的减反射膜	(83)
3.1.6	可见光区和近红外双波段减反射膜	(91)
3.1.7	塑料基底上的减反射膜	(94)
3.2	分束镜	(96)
3.2.1	金属分束镜	(97)
3.2.2	介质分束镜	(97)
3.3	高反射膜	(103)
3.3.1	金属反射膜	(103)
3.3.2	多层介质高反射膜	(107)
3.3.3	非等厚周期膜系	(112)
3.3.4	展宽高反射带的多层介质膜	(114)
3.4	干涉截止滤光片	(118)
3.4.1	概述	(118)
3.4.2	$\lambda/4$ 多层膜的通带透射率	(120)
3.4.3	通带波纹的压缩	(123)
3.4.4	通带的展宽和压缩	(127)
3.4.5	截止波长和截止带中心的透射率	(131)
3.4.6	截止滤光片倾斜使用时的偏振效应	(134)
3.5	带通滤光片	(140)
3.5.1	法布里—珀洛滤光片	(140)
3.5.2	全介质法布里—珀洛滤光片	(144)
3.5.3	多半波滤光片	(146)
3.5.4	诱导透射滤光片	(154)
3.6	特殊膜系	(161)
3.6.1	全介质光学负滤光片	(161)
3.6.2	偏振分束镜	(167)
3.6.3	消偏振分束镜	(172)
3.6.4	防眩光滤光片	(179)
3.6.5	皱褶(Rugate)滤光片	(183)
习 题		(187)
参考文献		(188)

## 第二篇 薄膜制备技术和微结构特性

第4章	薄膜制备技术	(193)
4.1	真空淀积工艺	(193)
4.1.1	真空及真空设备	(193)

4.1.2	淀积技术 .....	(207)
4.1.3	工艺因素 .....	(227)
4.2	光学薄膜材料 .....	(227)
4.2.1	金属薄膜 .....	(228)
4.2.2	介质和半导体薄膜 .....	(234)
4.2.3	金属膜与介质膜的比较 .....	(242)
4.2.4	任意折射率薄膜的获得 .....	(243)
4.3	薄膜厚度监控技术 .....	(246)
4.3.1	目视法 .....	(246)
4.3.2	光电极值法 .....	(249)
4.3.3	任意厚度的监控方法和装置 .....	(260)
4.3.4	监控误差的计算机模拟 .....	(265)
4.4	膜层厚度的均匀性 .....	(271)
4.4.1	膜厚的理论分布 .....	(271)
4.4.2	实用蒸发源的蒸汽发射特性 .....	(278)
4.4.3	改善均匀性的措施 .....	(281)
4.4.4	膜厚均匀性的测量 .....	(285)
	习 题 .....	(286)
	参考文献 .....	(287)
<b>第5章</b>	<b>制备条件对薄膜微观结构和成分的影响</b> .....	<b>(288)</b>
5.1	薄膜的形成过程 .....	(288)
5.1.1	表面吸附 .....	(288)
5.1.2	成核过程 .....	(289)
5.1.3	薄膜生长 .....	(292)
5.2	薄膜的微观结构 .....	(294)
5.2.1	基本的微观结构特性 .....	(294)
5.2.2	微观结构的起因 .....	(306)
5.2.3	薄膜的晶体结构 .....	(310)
5.2.4	微观结构的观测 .....	(314)
5.3	薄膜的成分 .....	(316)
5.4	微观结构和成分对薄膜特性的影响 .....	(317)
5.4.1	光学不稳定性 .....	(317)
5.4.2	光学损耗 .....	(323)
5.4.3	折射率非均匀性 .....	(330)
5.4.4	机械性能 .....	(332)
5.4.5	抗激光损伤 .....	(338)
5.5	薄膜微观结构的改善 .....	(344)
	习 题 .....	(351)





参考文献..... (352)

第三篇 光学薄膜检测技术

**第 6 章 薄膜透射率和反射率测量**..... (357)

6.1 光谱分析测试系统的基本原理 ..... (357)

6.1.1 单色仪型分光光度计的基本原理 ..... (357)

6.1.2 基于干涉型的光谱分析系统 ..... (359)

6.2 薄膜光谱透射率的测试 ..... (361)

6.3 薄膜反射率的测量 ..... (365)

6.3.1 单次反射法测试薄膜的反射率 ..... (365)

6.3.2 V-W 光路测量薄膜反射率 ..... (368)

6.4 利用激光谐振腔测量激光高反射镜的反射率与损耗 ..... (370)

6.5 总 结 ..... (372)

习 题..... (373)

参考文献..... (373)

**第 7 章 薄膜的吸收和散射测量**..... (374)

7.1 激光量热计基本原理 ..... (374)

7.1.1 速率型量热计 ..... (375)

7.1.2 绝热型量热计 ..... (376)

7.1.3 激光量热计中的测温技术 ..... (377)

7.1.4 区分表面吸收和体内吸收 ..... (378)

7.2 光声、光热偏转法测量薄膜吸收..... (379)

7.2.1 光声光谱法 ..... (379)

7.2.2 光热偏转光谱法 ..... (380)

7.3 薄膜散射的标量理论和总积分散射测量 ..... (385)

7.4 散射光的矢量理论和角分布测量 ..... (390)

7.5 谐振腔衰荡薄膜损耗检测法..... (394)

7.6 薄膜导波传播衰减系数法 ..... (396)

7.7 总 结 ..... (399)

习 题..... (400)

参考文献..... (400)

**第 8 章 薄膜光学常数的测量**..... (403)

8.1 从透射、反射光谱确定薄膜的光学常数..... (403)

8.1.1 透明薄膜的光学常数确定 ..... (403)

8.1.2 弱吸收薄膜光学常数的确定 ..... (407)

8.2 其他薄膜的光学常数测试方法 ..... (412)

8.2.1 表面等离子激元法 ..... (412)

8.2.2 阿贝法检测薄膜的折射率 .....	(414)
8.2.3 椭圆偏振法 .....	(415)
8.3 薄膜波导法 .....	(420)
8.4 光学薄膜厚度的测试 .....	(423)
8.4.1 干涉法测试薄膜厚度 .....	(423)
8.4.2 轮廓法测试薄膜厚度 .....	(424)
8.5 总 结 .....	(425)
习 题 .....	(425)
参考文献 .....	(426)
<b>第 9 章 薄膜非光学特性的检测技术</b> .....	(428)
9.1 薄膜的力学特性检测技术 .....	(428)
9.1.1 薄膜的附着力与硬度的检测 .....	(428)
9.1.2 薄膜的应力检测 .....	(431)
9.2 薄膜器件的环境试验 .....	(433)
9.3 薄膜的微结构与化学成分检测 .....	(433)
9.3.1 薄膜的微结构检测 .....	(433)
9.3.2 薄膜的化学组分测试 .....	(435)
9.4 总 结 .....	(437)
习 题 .....	(437)
参考文献 .....	(438)
<b>附 录</b>	
<b>附录 A 复数与复数运算</b> .....	(441)
A.1 复数的概念 .....	(441)
A.2 复数的三角函数及指数表示方法 .....	(443)
A.3 复数在物理中的运用 .....	(444)
<b>附录 B 矩阵及矩阵运算</b> .....	(446)
B.1 矩阵的定义 .....	(446)
B.2 矩阵运算 .....	(447)
B.2.1 矩阵相加 .....	(447)
B.2.2 矩阵的数乘 .....	(447)
B.2.3 矩阵相乘 .....	(447)
B.2.4 逆矩阵 .....	(448)
B.2.5 矩阵与线性方程 .....	(448)
<b>附录 C 光的电磁理论基础</b> .....	(450)
C.1 振动与波 .....	(450)



## 现代光学薄膜技术

C.2	电磁波 .....	(454)
C.3	麦克斯韦方程 .....	(457)
C.4	平面电磁波 .....	(459)
C.5	平面电磁波性质 .....	(462)
C.5.1	电磁波的横波特性 .....	(462)
C.5.2	坡印廷矢量 .....	(463)
C.6	电磁波在介质表面的反射和折射 .....	(463)
C.6.1	边界条件 .....	(463)
C.6.2	反射和折射定律 .....	(464)
C.6.3	菲涅耳公式 .....	(465)
C.6.4	第二介质为吸收介质时的界面反射 .....	(467)
C.6.5	全反射 .....	(469)
<b>附录 D</b>	<b>光的干涉</b> .....	<b>(471)</b>
D.1	波的叠加原理 .....	(471)
D.2	杨氏干涉 .....	(474)
D.3	平板的表面干涉 .....	(476)
D.4	光的空间相干性和时间相干性 .....	(479)
<b>附录 E</b>	<b>光的偏振</b> .....	<b>(483)</b>
E.1	自然光和偏振光 .....	(483)
E.2	偏振光与 Jones 矩阵 .....	(484)
E.3	偏振光的获得 .....	(487)
E.4	偏振光的检验 .....	(490)

# 第一篇

## 光学多层膜设计

基于光的干涉效应,光学薄膜可用来得到各种各样的光学特性。它可以减少表面的反射以增加光学系统的透射率和对对比度;或者增加表面反射以减少光的损失;或者在一个波段内给出高的反射、低的透射,而在相邻波段则有低的反射、高的透射,以实现分色、合色的目的;也可以使不同偏振状态的光束具有不同的传播特性,以达到偏振分束、偏振转换的功能。如此种种不胜枚举。因而光学薄膜广泛地应用于一切光学和光电装置中。至今可以毫不夸张地说,没有光学薄膜,大部分近代的光学系统和光电装置就不能正常地工作,更不用说要实现优越的性能。

在一个多层薄膜系统中,光束将在每一个界面上多次反射,因此涉及到大量光束的干涉,如果薄膜内存在有吸收,则情况更为复杂。即使是一个只有为数不多的几层膜组合,直接基于多光束干涉的特性计算将变得异乎寻常的繁琐。因而这种类型的多光束计算很少用来确定多层膜系的特性。好在已经发展了一种基于麦克斯韦方程解的特征导纳矩阵法,可方便地用于任意多层膜特性的精确计算。对于一个给定参数,即各层薄膜的厚度和折射率确定的多层膜,利用计算机计算特性是轻而易举的,但相反的问题,即设计具有给定特性的多层膜结构和参数却要困难得多。这大大地促进了设计技术的早期发展、基于一些特殊的膜系结构单元,如对称膜系、周期性结构以及 $1/4$ 波堆等,发展了一些非常有效的解析设计技术。<sup>[1-8]</sup>

常规的带通滤光片、截止滤光片、多层减反射膜、偏振分束镜等等就是利用这些方法设计多层膜系的例子。但是欲得到任意要求的特性,这显然是超出了解析设计的当前发展水平。在这种场合,最好的途径是利用解析设计技术得到一个初始结构,并基于光学薄膜理论构造合适的性能评价函数,然后用数值优化技术校正多层膜结构,使评价函数逐渐趋近于最小值,以达到所要求的特性。近年来更发展了一些能有效地摆脱局部极值,寻求全局最优值的多层膜合成技术。今天,光学多层膜的设计随着光学薄膜设计理论和数值计算技术的发展已日趋成熟。只要是合理的光学特性要求,多层膜系的设计都是可以实现的。这种解析设计、数值优化和合成技术的结合是光学薄膜设计的方向。那种认为无需薄膜光学知识,只须使用数值优化、合成技术的观点是片面和有害的。本书将包含光学薄膜的特性计算、光学薄膜的设计理论和典型膜系的设计三章。关于光学薄膜的评价函数构成和数值优化、合成技术,有兴趣的读者可参阅有关的文献。<sup>[5,9-20]</sup>

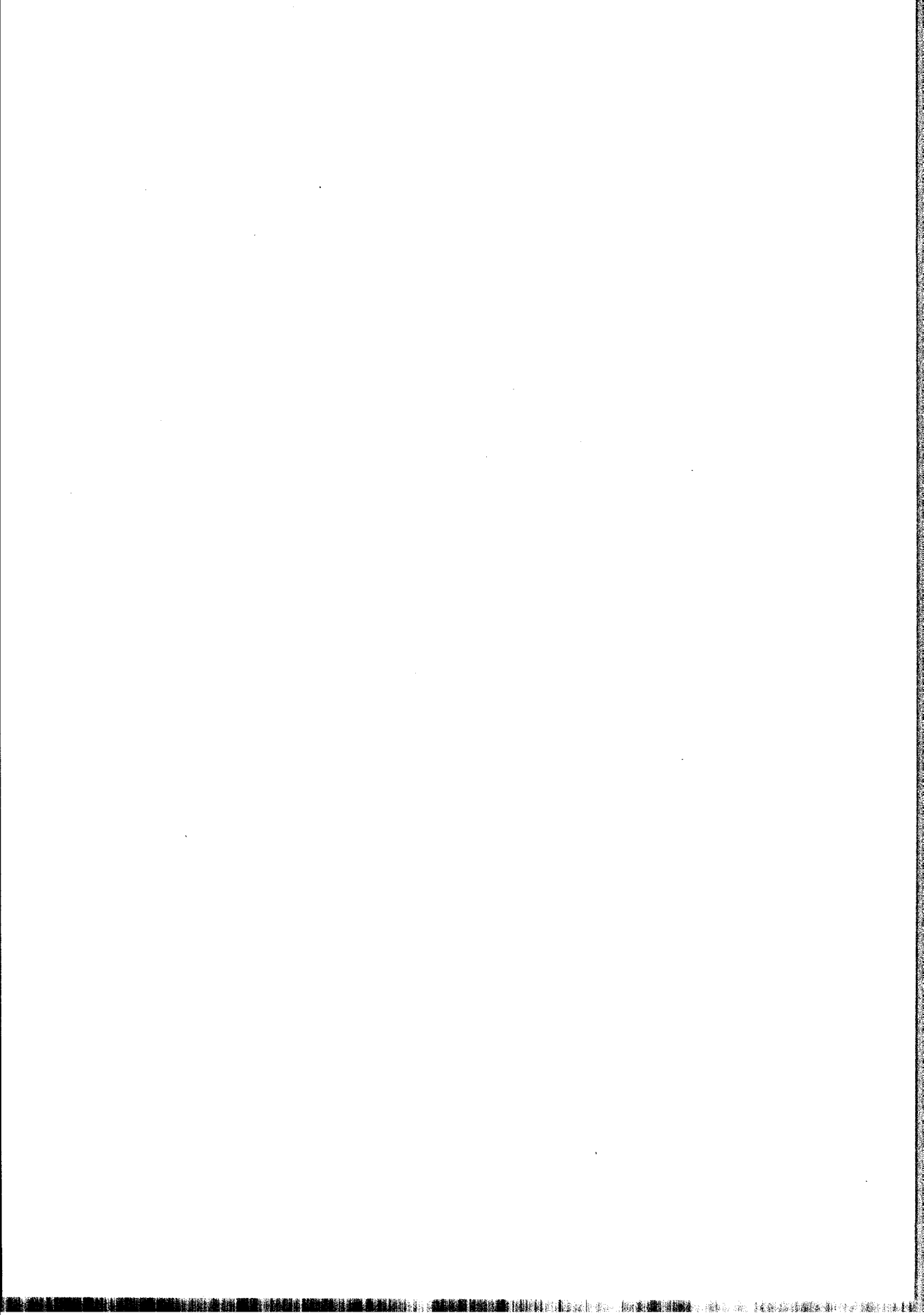
必须说明的是,本书所讨论的光学薄膜都是假定为各向同性的(isotropic)、均匀的(homogeneous)平行平面固体薄膜,而实际薄膜却是或多或少地偏离于

这种理想的模型。薄膜横断面的电子显微照片已经无可怀疑地揭示了几乎所有热蒸发淀积的薄膜都具有显著的柱状结构。薄膜就好象是由许多直径约几十纳米的小柱体紧密地聚集在一起而形成的。这种柱状结构被认为是由于蒸发原子或分子在基片上具有有限的迁移率所引起的。基于有限迁移率的模型进行的薄膜生长过程的计算机模拟也证实了这种构造。聚集在一起的小柱体之间留下了很多类似毛细孔的空隙,和比薄膜外表面面积大得多的内表面。薄膜暴露在大气中,潮气会吸附在薄膜内的柱体表面上,更由于毛细凝聚作用,空隙内会注满液体水。所以所谓固体薄膜实际上并不全是固体,还包含了若干气相和液相的水。这种潮气的吸附和渗透是造成光学薄膜不稳定和光学、机械的特性变坏的主要原因。提高光学薄膜的紧密程度、改善薄膜的微结构是当前光学薄膜领域的主要研究课题之一。

表示柱体聚集在一起的紧密程度的量是所谓聚集密度。它被定义为实心柱体的体积和包括柱体和空隙的薄膜体积的比值。薄膜的折射率是聚集密度的函数,最简单的线性近似是

$$N = PN_s + (1 - P)N_0$$

这里  $P$  是聚集密度,  $N_s$  是实心柱体的折射率,  $N_0$  是空隙内介质的折射率。由于在薄膜生长方向上的柱体形状和大小都会发生变化,因而造成薄膜折射率在厚度方向上的不均匀性(inhomogeneous)。尽管实际上薄膜多少偏离理想薄膜的模型,但为了易于处理一般的光学薄膜问题,本书仍然以理想薄膜为基础来分析 and 讨论光学薄膜的特性。



# 第 1 章 光学薄膜特性的理论计算

## 1.1 单色平面电磁波

### 1.1.1 麦克斯韦方程

按照麦克斯韦电磁场理论,可以这样来理解变化的电磁场在空间的传播:设在空间某一区域中的电场发生变化,在它邻近的区域就会产生变化的磁场,这个变化的磁场又要在较远的区域产生变化的电场,接着在更远的区域产生变化的磁场。如此继续下去,变化的电场和变化的磁场不断地相互转化,并由近及远地传播出去。这种变化的电磁场在空间以一定的速度传播的过程叫做电磁波。这个理论还说明,光波也包括在电磁波之中,从而把光现象和电磁现象联系起来。

研究薄膜系统的光学特性,从理论观点来说,就是研究平面电磁波通过分层介质的传播。因此,处理薄膜问题的最有效的方法是解麦克斯韦方程。我们在未正式讨论主题之前,首先简单地回顾一下麦克斯韦方程。

对于各向同性的介质,麦克斯韦方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_D \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-4)$$

式中, $\mathbf{D}$ 是电位移矢量, $\mathbf{E}$ 是电场强度矢量, $\mathbf{H}$ 是磁场强度矢量, $\mathbf{B}$ 是磁感应强度矢量, $\mathbf{j}$ 和 $\mathbf{j}_D$ 分别是传导电流密度矢量和位移电流密度矢量( $\mathbf{j}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ),而 $\rho$ 是电荷体密度。

电磁场是运动电荷所激发的,此外,还需要考虑到介质对电磁场的影响。在麦克斯韦理论中,无需考虑物质的微观结构,而只是应用表征介质特性的量,即介电常数 $\epsilon$ 、磁导率 $\mu$ 和电导率 $\sigma$ 来描述介质对电磁场的影响。因此在场方程组中,还需加上联系电磁场基本矢量的物质方程,即

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-6)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-7)$$





1.1.2 波动方程的解

将位移电流密度矢量  $j_D = \frac{\partial D}{\partial t}$  代入式(1-3),得

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-8)$$

以  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  及  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ , 代入式(1-2)和式(1-8),得

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1-9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (1-10)$$

对式(1-9)取旋度,并把式(1-10)代入,得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (1-11)$$

应用矢量恒等式,式(1-11)的左边可以表示为

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1-12)$$

式(1-12)与式(1-11)相等,并设空间里没有电荷,即  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ,得

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-13)$$

这是表示电磁扰动在介质中传播的波动方程。

对于不导电的均匀介质,  $\sigma = 0$ , 式(1-13)变为

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1-14)$$

经过同样的计算,得

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1-15)$$

现引入一个量  $v$ , 使得

$$v^2 = \frac{1}{\mu \epsilon}$$

则式(1-14)与式(1-15)可以写成

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1-16)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1-17)$$

这就是在不导电的均匀介质中电磁场所满足的波动方程。可见电磁矢量是以速度  $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  按波动形式在介质中传播的,所以变化的电磁场称为电磁波。在真空中电磁波的传播速度即是光速

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.998 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

式中,  $\mu_0$  和  $\epsilon_0$  分别为真空中的磁导率和介电常数。根据电磁实验测定的电磁波在真空中的传播速度与光在真空中的速度是一致的。应该指出,这并不是一个巧合,而是表明光与电磁