



◎根据教育部最新教材编写◎

总主编/薛金星

中学教材全解

ZHONGXUE JIAOCAI
QUANJIE

九年级数学(上)

人教实验版



陕西人民教育出版社

根据教育部最新教材编写

根据教育部最新教材编写

中学教材全解

九年级数学（上）

人教实验版

总 主 编 薛金星
本 册 主 编 杨永洪
宿善来
副 主 编 孟 刚
韩 利
付宝贵

陕西人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材全解. 九年级数学. 上: 人教实验版/薛金星主编; 杨永洪分册主编.
—西安: 陕西人民教育出版社, 2006. 6

ISBN 7-5419-9598-3

I. 中... II. ①薛... ②杨... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 054242 号

中学教材全解

九年级数学(上)

人教实验版

陕西人民教育出版社出版发行

(西安市长安南路 181 号)

各地书店经销 北京市昌平兴华印刷厂印刷

890×1240 毫米 32 开本 7 印张 280 千字

2006 年 6 月第 1 版 2006 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-5419-9598-3/G·8364

定价: 9.80 元

敬告读者

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材由薛金星先生策划并领衔撰写，这套丛书是为配合初、高中新课程标准、新教材而编写的，在整体策划上全面体现新课标理念和创新教育思想。从创意与策划、读者亲身试验、教学成果的整理编写，到最后出版，一直秉承“教学研究来自于教学、服务于读者”的优良品质。作者值此出版之际向全国千百万读者深表谢意！

感谢全国广大中小学师生多年来对《中学教材全解》系列丛书的关注与支持、关心与厚爱；竭诚邀请全国中小学教师参与我们的图书策划、撰稿及修订工作，也希望大家通过各种方式对我们的图书及其发展建言献策。我们将本着对读者负责，对社会负责的精神及时采纳您的合理建议，奉献出更多更好更精的文化产品，以实际行动为民族教育的发展贡献绵薄之力。

作者声明：《中学教材全解》系列丛书有关图书封面设计的各种标识均已注册，请认准注册商标，谨防假冒。

作者声明：保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，我们将根据有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版本书的个人和单位作出严肃处理。

本丛书成立答疑解惑工作委员会，如有疑问问题可通过以下方式与我们联系：

企业网站：<http://www.bjjxsy.com>

产品网站：<http://www.swtnet.net>

服务电话：010—61743009

电子邮箱：book@bjjxsy.com service@swtnet.net

通信地址：北京市天通苑邮局 6503 号信箱

邮政编码：102218

题记

逐字逐词，逐句逐段，逐节逐课，全面透彻，精细创新。全析全解各科教材，名师解读，全心全意，伴您成功！

《中学教材全解》编委会

Z《中学教材全解》专家顾问团

hongxuejiaocaiquanjiezhuanjiaguwentuan



CAOHONGCHANG

曹洪昌

全国著名特级教师，全国优秀教师，全国中等教育教研标兵，享受国务院特殊津贴专家，全国青少年金球奖获得者，全国劳动模范，中国教育学会理事，中国化学会理事，几十家报刊特约编委，在省级以上报刊发表论文368篇，出版专著69部，每年到全国各地培训教师、指导中高考。

《中学教材全解》作者水平最高，编撰理念最新，教材讲解最透，指导方法最活，把握考题最准，高分突破最灵，社会反响最好。一书在手，学习无忧，别无它求。



KONGXIANGXU

孔祥旭

全国著名特级教师，北京教育学院中小学综合实践活动研究会常务理事，享受国务院特殊津贴专家，政协委员。

《中学教材全解》例题设置：典型、科学、适量；过程讲解：精当、透彻、到位；练习答案：全面、准确、详尽；版式设计：双栏、新颖、独特；图文印制：双色、精美、清晰。



LVSHENG

吕生

历史特级教师，吉林省“中青年历史学科带头人”，首批“跨世纪学科带头人”，“十佳青年教师标兵”。出版《历史高考专题20讲》等教学专著七部，参与编写《中小学教师岗位达标指南》教材两部，在报刊上发表经验论文、诗歌、散文等20多篇。

《中学教材全解》点拨技巧，似春风化雨；传授方法，循洄穴探幽，总结规律，同途殊归。这里既有如“鱼”的知识归纳，又有如“渔”的方法传授。



WANGENQUAN

王思权

数学特级教师，数学会高中数学教育学会理事，吉林省数学骨干教师，学科带头人，教育科研型名师。在中学数学报刊或大学学报上发表论文近百篇，30余万字，其中有新定理、新公式50多个，教研课题获吉林省优秀教育成果特等奖。现已被十多家报刊杂志社聘为特约通讯员或编委。

《中学教材全解》有三个功能：学生用它能自学，老师用它能讲课，家长用它能辅导，是一套三位一体的自学丛书。



ZHANGJIANMEI

张健美

数学特级教师，全国优秀教师，全国目标教学先进个人，数学研究会会员。从教近三十年，一直致力于数学教材教法研究，参与国家、省市级多项实验课题研究。为全国及省市作公开课、观摩课、演讲课40余次，数次获得一、二等奖。撰写的教学论文在各类报刊上发表，获国家级特等奖、一、二等奖，主编、参编多部教辅图书。

《中学教材全解》既能满足学生课前、课上、课后的学习需求，又能与老师提供备课、上课、研究的辅助资料，既有助于平时掌握知识，又服务于中考高考的复习，是老师、学生不可或缺的工具书。



LVQINGWEN

吕清文

化学高级教师，中国化学会会员，化学学科带头人，优秀教师，《光明日报》出版社特约编委，《中学化学教学参考》等多家报刊杂志通讯员和特约编辑，《中学生导报·新化学》(高二版)主编。多年来，一直潜心研究课堂教学与高考规律，在20余种杂志上发表论文435篇，主编、参编教学参考书15部，参与省级以上课题研究并结题2项。连续三年在教师讲课大赛中获一等奖，多次在全市做示范课和高考复习讲座。

《中学教材全解》紧扣教材讲解知识，巧设典型例题方法，构建网络总结规律。由浅入深，从易到难，全心全意，解惑释疑。



ZHUHAOZHEN

竺豪楨

高级教师，中国人民大学附中校长助理，中国教育学会，中小学发明创造工作委员会秘书长。

如果把“教材”看作是一个源的话，《中学教材全解》就是水，如果把“教材”看作是本的话，《中学教材全解》就是木，《中学教材全解》是对教材的补充、丰富和完善。



ZHANGQING

张青

数学特级教师，全国中学数学竞赛优秀指导教师，多年来一直致力于中学数学的教学研究、改革和创新，创设的“三段五环”教学方法在全国推广，教学成绩突出，多次在全国、省市级教学研讨会上介绍教学经验并作为示范课，主、参编初中数学教辅图书40余部，在国家期刊上发表论文20余篇。

《中学教材全解》知识覆盖面广，讲解透彻到位，训练扎实有序，有利于学生全面系统的学习和掌握教材知识，是一本面向全体学生的好书。



SHIFANGZHOU

史方舟

陕西理科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《尘埃落定》《史记》

最喜欢的体育项目：羽毛球 乒乓球 游泳

最喜欢的名言：倚天照海花无数，流水高山心自知。

寄语：从初中到高中的六年时间里，《中学教材全解》伴随我学习的每一阶段，她像一位和蔼可亲的老师，随时为我答疑解惑。



WEINA

魏娜

新疆文科状元，现就读于北京大学经济学院。

最爱读的书：《基督山伯爵》

最喜欢的体育项目：羽毛球 网球

最喜欢的名言：有志者，事竟成

寄语：每当我上课听不懂时，我都会在心里自信的安慰自己：没问题，回家一看《中学教材全解》就全都明白的，它是我最信赖的无声老师。



HUANGDAYU

黄大宇

辽宁特招生，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《左手的掌纹》

最喜欢的体育项目：篮球

最喜欢的名言：非礼勿语，行胜于言。

寄语：《中学教材全解》能满足各个层次学生的求知需求，是自学的好帮手，成功的铺路石。



SHIXIAOYAN

史小燕

山西文科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《史记》《红楼梦》《飘》

《鲁迅全集》

最喜欢的体育项目：羽毛球 游泳

最喜欢的名言：地上本没有路，走的人多了，也便成了路。

寄语：《中学教材全解》真是知识覆盖面全面，讲解透彻到位，训练扎实有序。



WANGWEI

王蔚

安徽文科状元，现就读于北京大学法学院。

最爱读的书：《飘》

最喜欢的体育项目：羽毛球

最喜欢的名言：天下难事必作于易，天下大事必作于细。

寄语：《中学教材全解》帮我理解教材知识，为我打开解题思路，伴我全程学习。我的状元之梦得以实现，真感谢总主编“全心全意，解疑解难”的编写思想。



YANXIAOLUAN

闫小鸾

吉林理科状元，现就读于北京大学基础医学系。

最爱读的书：计算机类

最喜欢的体育项目：足球 篮球

最喜欢的名言：世界因我更精彩。

寄语：我最喜欢《中学教材全解》里的例题讲解，解题过程特别详尽，每个例题后都有方法、技巧和规律总结，尤其是“思维误区警示”栏目，对我提高分析问题和解题能力特有帮助。



XIEJIANBO

谢剑波

浙江理科状元，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《史记》 四大名著

最喜欢的体育项目：篮球 台球 乒乓球

最喜欢的名言：走自己的路，让别人去说吧。

寄语：高三的时候买过一套《中学教材全解·高考总复习全解》，对我的复习帮助特别大，它不仅归纳知识科学合理，而且点拨复习方法也点到位、管用，真后悔没早发现它……



MITUO

米拓

河南特招生，现就读于北京大学德语系。

最爱读的书：科幻、武侠

最喜欢的体育项目：足球 乒乓球

最喜欢的名言：勿以善小而不为，勿以恶小而为之。

寄语：《中学教材全解》封面设计精巧独特，内文版式简洁明快，知识讲解全面系统，方法点拨实用高效，规律总结系统科学，图书价位适中合理。

出版前言

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材编写。值此出版之际,我们祝愿《中学教材全解》将伴随您度过中学阶段的美好时光,帮您迈向日夜向往的高等学府。

这套丛书与其他同类书相比具有以下几个鲜明特色:

第一,新。

首先是教材新。本书以最新教改精神为依据,以现行初、高中最新教材为蓝本编写。其次是体例新。紧扣教材,步步推进,设题解题、释疑解难、课后自测、迁移延伸,逐次深入。其三是题型(材料)新。书中选用的题型(材料)都是按中考、高考要求精心设计挑选的,让读者耳目一新。

第二,细。

首先是对教材讲解细致入微。以语文学科为例,小到字的读音、词的辨析,大到阅读训练和作文训练都在本书中有所体现。其次是重点难点详细讲析,既有解题过程又有思路点拨。其三是解题方法细,一题多解,多题一法,变通训练,总结规律。

第三,精。

首先是教材内容讲解精。真正体现围绕重点,突破难点,引发思考,启迪思维。根据考点要求,精讲精析,使学生举一反三,触类旁通。其次是问题设置精,注重典型性,避免随意性,注重迁移性,避免孤立性,实现由知识到能力的过渡。

第四,透。

首先是对教纲考纲研究得透。居高临下把握教材,立足于教材,又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行,注重知识“点”与“面”的联系,“教”与“学”的联系。再次是对问题讲解得透,一题多问,一题多解,培养求异思维和创新思维能力。

第五,全。

首先是知识分布全面。真正体现了“一册在手,学习内容全有”的编写指导思想。其次是该书的信息量大。它涵盖了中学文化课教学全部课程和教与学的全部过程,内容丰富,题量充足。再次是适用对象全面。本书着眼于面向全国重点、普通中学的所有学生,丛书内容由浅入深,由易到难,学生多学易练,学习效果显著。

本系列丛书虽然从策划、编写,再到出版,精心设计,细致操作,可谓尽心尽力,但疏漏之处在所难免,诚望广大读者批评指正。

薛金星于北师大



目 录

第二十一章 二次根式 …… (1)	第二十二章 一元二次方程
本章综合解说 …… (1)	…………… (38)
21.1 二次根式 …… (5)	本章综合解说 …… (38)
知识技能全解 …… (5)	22.1 一元二次方程 …… (41)
典型例题精析 …… (7)	知识技能全解 …… (41)
挑战课标中考 …… (9)	典型例题精析 …… (42)
知能整合提升 …… (10)	挑战课标中考 …… (44)
课后习题全解 …… (12)	知能整合提升 …… (46)
21.2 二次根式的乘除 …… (13)	课后习题全解 …… (47)
知识技能全解 …… (13)	22.2 降次——解一元二次方程
典型例题精析 …… (15)	…………… (49)
挑战课标中考 …… (20)	知识技能全解 …… (49)
知能整合提升 …… (21)	典型例题精析 …… (51)
课后习题全解 …… (24)	挑战课标中考 …… (54)
21.3 二次根式的加减 …… (25)	知能整合提升 …… (55)
知识技能全解 …… (25)	课后习题全解 …… (57)
典型例题精析 …… (26)	22.3 实际问题与一元二次方程
挑战课标中考 …… (28)	…………… (59)
知能整合提升 …… (28)	知识技能全解 …… (59)
课后习题全解 …… (30)	典型例题精析 …… (60)
本章总结与复习 …… (31)	挑战课标中考 …… (65)
知识网络归纳 …… (31)	知能整合提升 …… (66)
专题综合讲解 …… (31)	课后习题全解 …… (69)
中考热点聚焦 …… (33)	本章总结与复习 …… (69)
本章复习题全解 …… (34)	知识网络归纳 …… (69)
本章测试题 …… (35)	专题综合讲解 …… (70)
	中考热点聚焦 …… (72)
	本章复习题全解 …… (73)



本章测试题	(74)	知能整合提升	(156)
第二十三章 旋转	(76)	课后习题全解	(157)
本章综合解说	(76)	24.4 弧长和扇形面积	(157)
23.1 图形的旋转	(78)	知识技能全解	(157)
知识技能全解	(78)	典型例题精析	(159)
典型例题精析	(81)	挑战课标中考	(165)
挑战课标中考	(84)	知能整合提升	(166)
知能整合提升	(86)	课后习题全解	(168)
课后习题全解	(89)	本章总结与复习	(170)
23.2 中心对称	(90)	知识网络归纳	(170)
知识技能全解	(90)	专题综合讲解	(172)
典型例题精析	(93)	中考热点聚焦	(176)
挑战课标中考	(97)	本章复习题全解	(178)
知能整合提升	(99)	本章测试题	(179)
课后习题全解	(101)	第二十五章 概率初步	(184)
本章总结与复习	(103)	本章综合解说	(184)
知识网络归纳	(103)	25.1 概率	(186)
专题综合讲解	(103)	知识技能全解	(186)
中考热点聚焦	(106)	典型例题精析	(187)
本章复习题全解	(109)	挑战课标中考	(189)
本章测试题	(110)	知能整合提升	(190)
第二十四章 圆	(114)	课后习题全解	(191)
本章综合解说	(114)	25.2 用列举法求概率	(192)
24.1 圆	(116)	知识技能全解	(192)
知识技能全解	(116)	典型例题精析	(193)
典型例题精析	(118)	挑战课标中考	(199)
挑战课标中考	(125)	知能整合提升	(200)
知能整合提升	(127)	课后习题全解	(203)
课后习题全解	(130)	25.3 利用频率估计概率	(204)
24.2 与圆有关的位置关系	(131)	知识技能全解	(204)
知识技能全解	(131)	典型例题精析	(205)
典型例题精析	(135)	挑战课标中考	(208)
挑战课标中考	(145)	知能整合提升	(209)
知能整合提升	(147)	课后习题全解	(211)
课后习题全解	(151)	本章总结与复习	(211)
24.3 正多边形和圆	(153)	知识网络归纳	(211)
知识技能全解	(153)	专题综合讲解	(212)
典型例题精析	(153)	中考热点聚焦	(214)
挑战课标中考	(154)	本章复习题全解	(216)
		本章测试题	(216)

第二十一章

二次根式

一、趣味情境激思

根据爱因斯坦的相对论,当地面上经过

1秒时,宇宙飞船内只经过 $\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$ 秒,公

式中的 c 是指光速(30万千米/秒), v 是指宇宙飞船的速度.假定有一对亲兄弟,哥哥18岁,弟弟15岁,哥哥乘着以光速0.98倍的速度飞行的宇宙飞船作了五年宇宙旅行后回来了,这个五年是指地面上的五年,所以弟弟的年龄成为20岁,可是他的哥哥的年龄在这段时间只长了1岁,只有19岁,就这样,宇宙旅行后,弟弟比哥哥年长1岁,你能用上述公式验证一下这个结论吗?

让我们从本章中寻找答案吧!

二、单元内容分析

本章主要内容是二次根式的性质与运算.我们已经学习了平方根、算术平方根的概念和利用平方运算求非负数的平方根、算

术平方根的方法,在此基础上,本章开始先给出了二次根式的概念,由此过渡到新一章的课题.本章自始至终围绕着二次根式的化简与运算,由浅入深地讲解二次根式的性质及有关概念,从而帮助同学们更好地掌握二次根式化简与运算的方法.首先,介绍积的算术平方根的性质,由之引出简单的二次根式的化简与相乘的方法,继而,介绍了商的算术平方根的性质,进而完善了二次根式的化简的方法,同时,还讲述了简单的二次根式的除法,并初步引出分母有理化的概念与方法.从这些初步知识出发,就归纳出了最简二次根式的概念与化简二次根式的一般方法.然后,从分配律出发,引出二次根式加减,进而结合同类二次根式的概念给出了二次根式加减的方法.接下来,在基本的乘除与加减法的基础上,讲述混合运算,包括进一步介绍分母有理化的方法.在此之前,书中出现的字母,一般都只表示正数,在讲述最后一个个性质时,则适当增加了一些不限制字母只表示正数的练习,同时进一步巩固二次根式的化简与运算的内容.

本章的内容一方面紧密配合了几何课中勾股定理的有关内容,另一方面直接为下一章学习一元二次方程打下了必要的基础.

本章的重点是二次根式的化简与运算.学习二次根式的有关概念与性质,直接目的就是为熟练地掌握二次根式的化简与运算.

在初中阶段,以后用到这部分内容,也主要是用二次根式化简与运算的方法.

本章的主要难点是正确理解与运用选学内容中的公式

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0). \end{cases}$$

这个公式的表达形式对同学们来说比较生疏,而实际运用时,则要涉及到对字母取值范围的讨论.正是基于与此有关的原因,为适当减轻学习负担,本章规定,如果没有特别说明,所有字母都表示正数.

学习本章内容,特别是重点掌握好二次根式的化简与运算方法,关键是正确认识与运用二次根式的概念与性质,这里主要指的是最简二次根式与同类二次根式的概念.

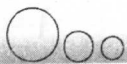
学习本章内容,还应注意随时复习与有理数运算有关的内容,学习中出现的问题与难点,有不少是与有理数运算的有关内容的理解与掌握紧密相关的.

三、学习目标要求

1. 理解二次根式、最简二次根式的概念,会辨别最简二次根式.
2. 掌握二次根式的性质,会根据它们熟练地化简二次根式.
3. 掌握二次根式的加、减、乘、除的运算法则,会用它们进行运算.

四、课标学法点拨

1. 在本章的学习中要注意两个概念的书



习,即二次根式及最简二次根式,在理解这两个概念时,要特别注意它们的限制条件.

2. 在应用二次根式的性质化简二次根式时,要特别注意被开方数中字母的取值范围.

3. 在进行二次根式的加减运算时,要理解运算法则,要会“类比”联想,在运算中提高能力.

4. 在进行二次根式的乘除运算过程中,主要是利用积或商的算术平方根的性质将被开方数是能开得尽的数或式进行化简,将被开方数是分数或分式的二次根式进行化简.

21.1 二次根式



知识技能全解

一、课程标准要求

- (1)能理解二次根式的意义、代数式的意义.
- (2)会确定被开方数中的字母的取值范围.
- (3)能掌握二次根式的简单性质,并能用其进行二次根式的化简.
- (4)在学习中进一步发展学生的探究意识,增强数学应用能力.

二、教材知能全解

知能点1 二次根式的概念

一般地,我们把形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子叫做二次根式,“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号.

理解二次根式概念把握以下两点:(1)含有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”;(2)被开方数可以是数也可以是代数式,它们必须是非负的,否则无意义.

例1 判断下列各式,哪些是二次根式?

- (1) $\sqrt{6}$; (2) $\sqrt{-18}$; (3) $\sqrt{x^2+1}$; (4) $\sqrt[3]{-8}$; (5) $\sqrt{x^2+2x+1}$; (6) $\sqrt{-(2x-1)^2}$;
 (7) $\sqrt{|x|}$; (8) $\sqrt{(1+2x)} \left(x < -\frac{1}{2}\right)$.

分析:根据二次根式的意义,(1)、(3)、(5)、(7)是二次根式,因为它们都含二次根号,被开方数都是非负数;(2)不是二次根式,因为(2)的被开方数为负数;(4)不是二次根式,因为(4)的根指数为3,不符合二次根式的定义;(6)当 $x = \frac{1}{2}$ 时,是二次根式;(8)在 $x < -\frac{1}{2}$ 的条件下,本身就无意义,因此不是二次根式,只有在 $x \geq -\frac{1}{2}$ 时,(8)才是二次根式.

解:(1)、(3)、(5)、(7)是二次根式.

点拨 判断一个式子是不是二次根式,一定要紧扣定义,看所给的式子是否同时具备二次根式的两个特征:(1)带二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”;(2)被开方数不小于0,只要同时满足这两个特征,它就是二次根式;否则,它就不是二次根式.

例2 当 x 取什么实数时,下列各式有意义?

- (1) $\sqrt{2-5x}$; (2) $\sqrt{(2x+1)^2}$; (3) $\sqrt{x+5} - \sqrt{3-2x}$; (4) $\frac{\sqrt{2x-1}}{\sqrt{1-x}}$.



分析:判断带有二次根号的式子 x 是否有意义,就要看根号下面的被开方数是不是非负数,是非负数它就有意义,就是二次根式;不是非负数,它就没有意义,当然就不是二次根式.若有分母,则分母应不等于0.

解:(1)当 $2-5x \geq 0$,即 $x \leq \frac{2}{5}$ 时, $\sqrt{2-5x}$ 有意义.

(2) \because 不论 x 取任何实数均有 $(2x+1)^2 \geq 0$, $\therefore x$ 取任何实数, $\sqrt{(2x+1)^2}$ 有意义.

(3)由 $x+5 \geq 0$ 且 $3-2x \geq 0$,得 $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$.

\therefore 当 $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 时, $\sqrt{x+5} - \sqrt{3-2x}$ 有意义.

(4)由题意,得 $\begin{cases} 2x-1 \geq 0, \\ 1-x > 0, \end{cases}$ 即有 $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2}, \\ x < 1, \end{cases} \therefore \frac{1}{2} \leq x < 1$ 时, $\frac{\sqrt{2x-1}}{\sqrt{1-x}}$ 有意义.

总 结

要使二次根式有意义,则被开方数必须是非负数,若有分母,则分母还应不等于零.

知能点 2 二次根式的简单性质

二次根式的简单性质:(1) \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数;(2) $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$);

(3) $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$).

例 3 已知 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$,求 $x-y$ 的值.

分析:对于已知条件 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$ 中的 $\sqrt{x^2-4}$ 和 $\sqrt{2x+y}$ 都是二次根式.实际上,这里隐含着 $\sqrt{x^2-4} \geq 0$, $\sqrt{2x+y} \geq 0$ 这两个条件,且这两个非负数的和等于0,所以每个非负数都等于0,即 $x^2-4=0$ 且 $2x+y=0$,进而求出 x, y 的值,再求 $x-y$ 的值.

解: $\because \sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$,且 $\sqrt{x^2-4} \geq 0$, $\sqrt{2x+y} \geq 0$,

$\therefore \sqrt{x^2-4} = 0$, $\sqrt{2x+y} = 0$.

$\therefore \begin{cases} x^2-4=0, \\ 2x+y=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=-4; \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=4. \end{cases}$

$\therefore x-y = 2 - (-4) = 6$ 或 $x-y = -2 - 4 = -6$.

总 结

解这类题的关键:一是利用二次根式是非负数的性质;二是利用几个非负数之和等于0,则每个非负数都必须是0.

例 4 计算:

(1) $(\sqrt{\frac{3}{5}})^2$; (2) $(4\sqrt{3})^2$; (3) $\sqrt{(-6)^2}$; (4) $-\sqrt{(-\frac{1}{8})^2}$;

分析:第(1)题直接利用性质 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$) 即可;第(2)题需先利用积的乘方

性质 $(ab)^2=a^2b^2$ 变形.再利用上述公式计算,第(3)、(4)题利用性质 $\sqrt{a^2}=a(a\geq 0)$ 即可.

解:(1) $(\sqrt{\frac{3}{5}})^2 = \frac{3}{5}$;

(2) $(4\sqrt{3})^2 = 4^2 \times (\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$;

(3) $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$;

(4) $-\sqrt{\left(-\frac{1}{8}\right)^2} = -\frac{1}{8}$.

点拨

要选择适当的性质进行计算.



典型例题精析

一、学科综合

例 1 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 是三角形的三边,化简 $\sqrt{(a-b+c)^2} - 2|c-a-b|$.

分析:根据三角形三边之间的关系,确定出 $a-b+c$ 与 $c-a-b$ 的符号即可解决.

解: $\because a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 的三边, $\therefore a-b+c > 0, c-a-b = c-(a+b) < 0$.

$$\therefore \sqrt{(a-b+c)^2} - 2|c-a-b| = |a-b+c| + 2(c-a-b) = a-b+c+2c-2a-2b = 3c-a-3b.$$

点拨

注意知识的综合,要解决此题既要熟悉三角形的三边关系,又要会用 $\sqrt{a^2}$ 的化简,是一个综合性题目.

例 2 若使 $\frac{\sqrt{m-2}}{m^2-m-12}$ 有意义,求 m 的取值范围.

分析:要使式子有意义,必须保证 $m-2 \geq 0$,且 $m^2-m-12 \neq 0$.

解:由题意得, $\begin{cases} m-2 \geq 0, \\ m^2-m-12 \neq 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} m \geq 2, \\ (m-4)(m+3) \neq 0. \end{cases} \therefore m \geq 2$ 且 $m \neq 4$.

点拨

使二次根式有意义的条件是被开方数为非负数,使分式有意义的条件是分母不为零.

例 3 下列各式成立的是()

A. $(\sqrt{-3})^2 = 3$

B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

C. $\sqrt{(-7)^2} = 7$

D. $\sqrt{x^2} = x$