



MICROECONOMICS

微观经济学

张国平 著



清华大学出版社



F016

81

2007

MICROECONOMICS

微观经济学

张国平 著

清华大学出版社
北京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13901104297 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

微观经济学 / 张国平著. — 北京:清华大学出版社, 2007.2

ISBN 978-7-302-14325-3

I. 微… II. 张… III. 微观经济学 IV. F016

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 154715 号

责任编辑:梁云慈

责任校对:王凤芝

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175

投稿咨询:010-62772015

地址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮编:100084

邮购热线:010-62786544

客户服务:010-62776969

印刷者:北京市昌平环球印刷厂

装订者:三河市新茂装订有限公司

经销:全国新华书店

开本:185×230 印张:13 插页:1 字数:200千字

版次:2007年2月第1版

印次:2007年2月第1次印刷

印数:1~3000

定价:25.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:021088-01

序言

经济学与管理学所探讨的内容,就是分析人们如何做出生
决策(decision-making)。做决策的最高指导原则是成本(cost)与效益(benefit)分析:只要效益高于成本就会进行,否则就会放弃。一个消费者在考虑是否将食物预算中的一百元钱移到服饰上时,会考虑增加服饰消费所带来的快乐程度(边际收益),是否超过减少食物消费所减少的快乐程度(边际成本),只要增加的快乐(边际收益)超过减少的快乐(边际成本),他就会进行;一个卖菜小贩也同样考虑明天是否多挑一担菜出售,如果多这一担菜的收益(边际收益)大于多这一担菜的成本(边际成本),他就会多挑这一担菜。由此可以发现,决策一定与未来有关,是事前的(ex-ante)。做决策前会预估未来产生的效益与当下所需要花费的成本,因此成本必定是事前的,是可以选择花(如果效益大于成本)或不花(如果效益小于成本)的钱。成本与选择(做决策)有关,一笔钱若是没有选择而必须花出去,就不能称为成本。我们称做决策时所考虑花或不花的钱为机会成本(opportunity cost,亦即还有机会选择花或不花);已做完决策,预备要花但还没花出去的钱称为预算或概算(budgeting);已花出去而被记在会计账上的钱称为费用(expense)。

微观经济学与宏观经济学都是在讨论如何做决策,前者着重在个体及一群个体(厂商与消费者)如何做决策,后者则是着重于政府决策的影响。与新古典经济学分析方法(亦即视一个群体的消费者(或厂商)是客观、同质的,消费者与厂商是分开的)类似,本书也是以最优化数学方法来分析人们的决策行为。但不同于传统的微观经济学教科书,本书除了包含自马歇尔(Alfred Marshall)以来的新古典经济分析外,还讨论了奥地利经济学派个人主观因素及科斯(Ronald Coase)交易成本概念对人们决策行为的影响。书中对新古典方法、奥地利学派及新制度学派的交易成本的比较,可使读者对微观经济学有更全面的认识。本书的第二个特点是,有相当的篇幅分析机会成本与沉没成本的概念(第2章2.4节),企业的经营目标与控制权和科斯理论的关联性(第3章3.3节),以及展望理论(prospect theory)的问题(第4章4.5节),以澄清不少迄今仍似是而非的错误论述。本书的第三个特点是将数学模型(最优化方法)置于第1章,以非常直观、易于了解的方式说明这些方法,使读者在阅读后面各章的经济理论时,可以很容易地应用这些数学工具。以我个人在微观经济学及经济数学近20年的教学经验,目前微观经济学的数学附录对于新接触此门学问的读者几乎没有什么帮助(一般都是很简要的数学定理),读者必须另外再修习经济数学来补不足。本书则是以很直观的方式介绍这些定理及其应用。本书适合大学本科高年级学生与研究生阅读,读者只要稍具微积分与统计学基础,就可以了解书中的内容。

本书成形于过去20年在清华(台湾新竹)的教学与研究,清华经济系同仁们的讨论与辩难,与异于新古典经济学派的看法,对本书一些观点的形成有很大的帮助,在此表示感谢。对于过去在课堂中忍受一些在当时尚不成熟观点的学子们,个人也必须致歉,并且感谢她(他)们的提问与讨论。撰写期间,梁雅琪与陈法光同学协助进行录入,以及北京清华大学出版社编辑们的鼎力协助与鼓励,使得本书得以顺利出版,在此也要敬致十二万分的谢忱。

本书也免不了会有一些错误或不尽如人意之处,这当然是本书作者的责任,除了向读者致歉外,我也诚心敬请读者不吝赐教、指正。最后,我要感谢父母的勤劳抚育、栽培,以及爱妻丽静及孩子们茹与珍的支持与体谅。

张国平 谨识于新竹清华

kpchang@mx.nthu.edu.tw

目 录

第 1 章 最优化数学方法 >>> 1

- 1.1 集合与函数 1
- 1.2 无限制条件下单一变量函数最优化问题 4
- 1.3 无限制条件下的多变量函数最优化问题 8
- 1.4 等式限制条件下最优化问题 20
- 1.5 不等式限制条件下最优化问题 28
- 习题 37

第 2 章 消费者理论 >>> 39

- 2.1 显示性偏好、理性偏好与效用函数 39
- 2.2 效用极大化的消费者行为 44
- 2.3 间接效用与希克斯需求函数 56
- 2.4 机会成本与沉没成本的误用 67
- 习题 71

第 3 章 生产理论 >>> 72

- 3.1 生产计划与生产函数 72
- 3.2 利润极大化与成本极小化 78
- 3.3 科斯定理与企业经营目标 90

习题	99
----------	----

第 4 章 不确定下的决策行为 >>> 101

4.1 不确定下的选择	102
4.2 期望效用函数方法	104
4.3 一阶与二阶随机优势	116
4.4 状态偏好	119
4.5 展望理论的错误	122
习题	126

第 5 章 博弈论 (一) >>> 127

5.1 单一策略与纳什均衡	127
5.2 混合策略	133
习题	139

第 6 章 博弈论 (二) >>> 140

6.1 广延式博弈	140
6.2 子博弈完全纳什均衡	143
习题	152

第 7 章 信息不对称 >>> 153

7.1 信息不对称与交易成本	154
7.2 委托与代理问题	157
习题	164

第 8 章 市场结构 >>> 166

8.1 完全竞争	166
8.2 垄断竞争	167
8.3 寡占	169
8.4 垄断	172

8.5 竞争与市场过程	174
习题	176

第9章 一般均衡 >>> 178

9.1 交换经济	178
9.2 瓦拉定律与瓦拉均衡	181
9.3 瓦拉均衡与联盟	190
9.4 公共品与外部性	192
习题	195

索引 >>> 196

最优化数学方法

本章主要讨论最优化问题(optimization problem),以为后面各章特别是消费者理论与生产理论之用。1.1 节由集合来探讨函数与极值存在的问题。1.2 节讨论单一变量函数的极大与极小问题。1.3 节为多变量函数在无限限制条件下的最优化分析。1.4 节说明等式限制条件下的最优化(拉格朗日)方法。1.5 节为不等式限制条件下的最优化方法(库恩-塔克条件, Kuhn-Tucker conditions)。

1.1 集合与函数

集合(set)就是一些元素(element)的集合,例如“某校经济系教师的集合”或“中国人的集合”等。有时我们要表现集合内的元素具有的一个以上属性时,我们可以用序偶(ordered pair)的方式表示。例如两个消费组合(consumption bundle)分别为,两个苹果与两根香蕉:(2, 2),及一个苹果与三根香蕉:(1, 3),则消费组合的集合为 $A = \{(2, 2), (1, 3)\}$ 。实数(real number)集合可以表示为 $R = \{x: x \in R\}$ (其中 $\in$ 代表“属于”),而一个二维实数空间所形成的集合可表示为 $R \times R = R^2 = \{(x, y): x \in R, y \in R\}$,其

中 $R \times R$ (或“ R cross R ”)称为笛卡儿积(cartesian product)。

集合可以用来说明充分条件(sufficient condition)与必要条件(necessary condition)。例如我们可以说,一个人若是中国人则他一定是亚洲人,但是是亚洲人却不一定是中国人(有可能是韩国人或越南人)。换言之,“是中国人”是“是亚洲人”的充分条件,而“是亚洲人”是“是中国人”的必要条件。如图 1-1 所示,令 A 为中国人的集合: $A = \{x: x \in \text{中国人}\}$, B 为亚洲人的集合: $B = \{y: y \in \text{亚洲人}\}$, 则 A 为 B 的子集合(subset): $A \subset B$ (其中 $\subset$ 代表“包含于”), 亦即由 A 集合中任意抓出一个元素(一个人)出来, 则他会是亚洲人 ($x \in A \Rightarrow x \in B$, 其中 $\Rightarrow$ 代表“则...”)。 $A \subset B$ 也可以用“非 B 则非 A ” ($\sim B \subset \sim A$) 的方式来表示: 任意一个人 y 若不是亚洲人 (任意 $y \in \sim B$), 则他一定不是中国人 (则这一个 $y \in \sim A$)。

充分条件与必要条件的分辨十分重要。经济学里有许多实证研究(empirical study)实际上都是在测验必要条件是否成立, 例如假设有一个理论声称“若 A 成立, 则会有 B 的结果”。我们若实际检验资料时发现了 B 不成立, 则我们可以宣称“ A 是不成立的”; 但是若发现 B 成立, 则我们只能宣称“不知道 A 是否成立”, 而绝不能称“ A 是一定成立的”, 这是因为能造成 B 的结果的原因可能有无数多个 (见图 1-2)。

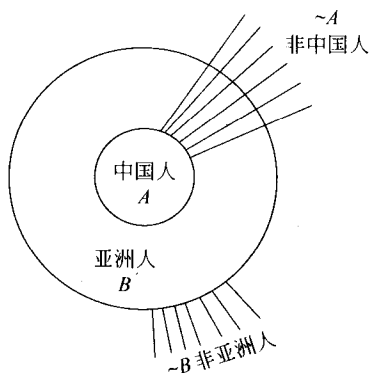


图 1-1 充分条件与必要条件

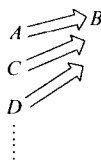


图 1-2 不同的充分条件(A 或 C 或 D)都可能使必要条件(B)成立

一个序偶 (x, y) 显示 x 与 y 之间存在着一个关系(relation)。例如 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 与 $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ 二集合之间的关系如图 1-3 所示。图 1-3(a)

表示了每一个 x_i 只会决定一个 y_i , 这种映射 (mapping) 或转换 (transformation) 关系, 我们称之为一个函数 (function), 亦即由集合 X 映射 (或转换) 至集合 Y 。函数是我们分析的基础, 具有经济的含义。在图 1-3(a) 中, 若设 X 为劳动投入的数量: $X = \{1, 2, 3, 4\}$, Y 为产出的数量: $Y = \{1.2, 3, 4\}$, 则我们可以说“产出 y ”是“投入 x ”的函数: $y = f(x)$, 亦即: 1 个工人生产 1.2 单位产品; 2 个工人生产 3 单位产品; 3 个工人生产 4 单位产品; 4 个工人也生产 4 单位产品。但是我们不能 [如图 1-3(b)] 说“1 个工人生产 1.2 单位产品; 2 个工人生产 3 单位产品及 4 单位产品 (到底是几单位产品?)”, 因此图 1-3(b) 中的关系就不能称之为函数。

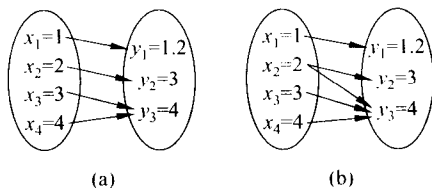


图 1-3 (a) 函数关系; (b) 非函数关系

我们在前面提到的劳动投入与产出之间的函数关系, 产出是以实数来表示, 因此这个函数又称为实数值函数 (real-valued function)。而当使用实数值函数时, 我们就必须接受实数系的性质: 任意两个实数 x, y 之间可以比较是大于 ($x > y$)、小于 ($x < y$) 还是等于 ($x = y$); 并且实数之间排列的次序不会颠倒 (若 $x > y$ 及 $y > z$, 则 $x > z$)。若某个消费者的选择可以用实值函数来代表:

$$u: X \rightarrow \mathbb{R}^1$$

其中, X 为各种消费组合的集合 [它是效用函数 $u(\cdot)$ 的定义域 (domain)], 则此人若选择 A 消费组合而不选 B 消费组合, 则代表了选择 A 的效用实数值要大于选择 B 的效用实数值: $u(A) > u(B)$ 。因此我们可以说, 若以实数值函数来代表一位消费者的选择 (亦即选择效用实数值较大的消费组合), 则是假设了此消费者一定可以: (1) 比较任意两个消费组合的优劣; (2) 排列消费组合的优先次序时不会颠倒 (若觉得 A 优于 B, B 优于 C, 则绝不会有 C 优于 A 的情形)。(1) 与 (2) 的性质都是实数系的性质, 我们在消费者理论中称此人具有理性的偏好 (rational preference):

(a) 完备性 (completeness): 任意两个 A 与 B 消费组合, 下列三种情形至少有一种可以成立: $A \geq B, B \geq A$ 或 $A \sim B$ (其中 $\geq$ 代表“至少如……那么好”, $\sim$ 代表“无差异”);

(b) 传递性(transitivity): 任意三个 A、B 与 C 消费组合, 若 $A \geq B$ 及 $B \geq C$, 则 $A \geq C$ 。

1.2 无限制条件下单一变量函数最优化问题

本书的序言中曾提到, 经济学与管理学是研究人们如何做出决策 (decision making), 而做决策的最高指导原则就是成本与效益分析: 如何在花最小的代价之下得到最大的报酬, 因此最优化 (optimization) 问题是主要的课题。假设 y 是单一变量 x 的函数: $y=f(x)$, 如图 1-4 所示, 当连续函数 $f(x)$ 的定义域为有界 (bounded) 并且是闭集合 (closed set), 则 $f(x)$ 在此定义域中存在着极大值与极小值。

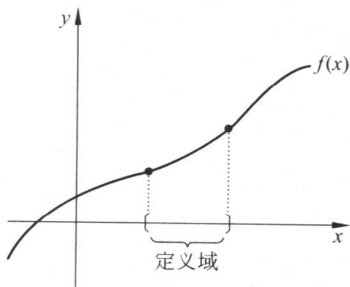


图 1-4 连续函数在有界及闭集合的定义域中有极值

为了方便用微分寻找极值, 我们除了假设函数在每一点上是连续外, 还需假设它在每一点上是可以微分的 (differentiable)。函数在某一点上的可微分就代表了在该点的斜率是唯一的 (亦即可定义的), 也代表函数在该点上是连续的。

释例 1.1

$$\max_{x/\min} y=f(x)=3x^2-6x$$

在此例中, x 称为决策变量 (decision variable) 或内生变量 (endogenous variable), 参数 3 与 2 及 6 称为外生参数 (exogenous parameter)。内生变量是由目标函数 (objective function) $f(x)=3x^2-6x$ 得到的解, 因此它会是外生参数的函数 (亦即当给定的参数 3 或 2 或 6 改变时, 问题的解会随之改变)。释例 1.1 的问题可以描述为: 在给定的参数及目标函数之下, 如何寻找 x , 使目标函数的值为最大 (或最小)。

若 x^* [x^* 又称为稳定点 (stationary point)] 可使 $f(x^*)$ 为极值, 则

$$f'(x)|_{x=x^*} \equiv 0 \quad \text{或} \quad f'(x)=6x-6 \equiv 0 \Rightarrow x^*=1 \quad (1-1)$$

上式称为存在极值的必要条件 (一阶条件): 若目标函数有极值 (最大或最小值) 存在, 则 $f(x^*=1)$ 必定是该函数的极值; 但是 $f(x^*=1)$ 不一定是极值,

这时需要检验二阶条件(充分条件):

$$f''(x)|_{x=x^*=1} = 6 > 0 \quad (1-2)$$

亦即当 $x^* = 1$ 时, $f(x)$ 有极小值: $f(1) = 3 \times (1)^2 - 6 \times (1) = -3$ 。

二阶微分的导数为什么可以判定由一阶条件[式(1-1)]得到的解是极大值或极小值,可通过下列的分析得知:

$$\text{因为} \quad f''(x)|_{x=x^*} \equiv \left. \frac{df'(x)}{dx} \right|_{x=x^*} \approx \left. \frac{\Delta\left(\frac{df(x)}{dx}\right)}{\Delta x} \right|_{x=x^*}$$

所以,如图 1-5(a)所示, $\frac{\Delta\left(\frac{df(x)}{dx}\right)}{\Delta x} > 0$:

$$\text{由 } x^* \text{ 往右至 } x_1: \Delta f'(x) = f'(x_1) - f'(x^*) > 0$$

$$\Delta x = x_1 - x^* > 0$$

$$\text{由 } x^* \text{ 往左至 } x_2: \Delta f'(x) = f'(x_2) - f'(x^*) < 0$$

$$\Delta x = x_2 - x^* < 0$$

如图 1-5(b)所示, $\frac{\Delta\left(\frac{df(x)}{dx}\right)}{\Delta x} < 0$:

$$\text{由 } x^* \text{ 往右至 } x_1: \Delta f'(x) = f'(x_1) - f'(x^*) < 0$$

$$\Delta x = x_1 - x^* > 0$$

$$\text{由 } x^* \text{ 往左至 } x_2: \Delta f'(x) = f'(x_2) - f'(x^*) > 0$$

$$\Delta x = x_2 - x^* < 0$$

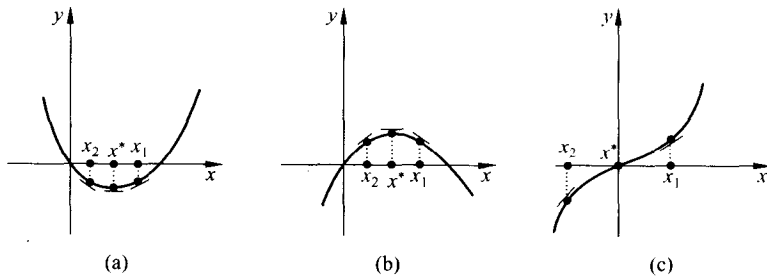


图 1-5 (a) $f(x) = 3x^2 - 6x$ 有极小值; (b) $g(x) = -3x^2 + 6x$ 有极大值;
(c) $h(x) = x^3$ 无极值

如图 1-5(c) 所示, $\frac{\Delta\left(\frac{df(x)}{dx}\right)}{\Delta x} (?)$:

由 x^* 往右至 x_1 : $\Delta f'(x) = f'(x_1) - f'(x^*) > 0$

$$\Delta x = x_1 - x^* > 0$$

由 x^* 往左至 x_2 : $\Delta f'(x) = f'(x_2) - f'(x^*) > 0$

$$\Delta x = x_2 - x^* < 0$$

解例 1.2 (a) $\max_x / \min_x y = f(x) = x^2$

(b) $\max_x / \min_x y = F(x) = x^4$

在(a)中, $f(\cdot)$ 在 $x^* = 0$ 有极小值, $f''(x)|_{x=0} = 2 > 0$; 在(b)中, $F(\cdot)$ (如图 1-6 所示) 同样在 $x^* = 0$ 有极小值, 但是 $F''(x)|_{x=0} = 12 \times 0^2 = 0$ 。

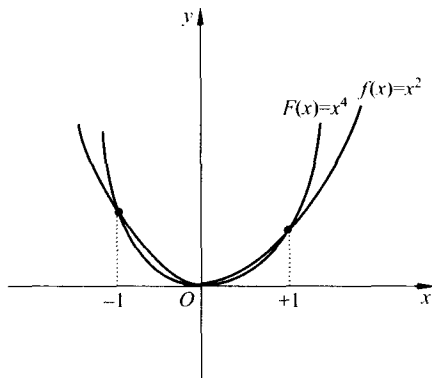


图 1-6 在求极值时函数正变换后的决策变量值仍不变

我们可以由上面的讨论整理得到下列规则:

(A): $\begin{cases} \text{若 } f(x) \text{ 为一次与两次可微分, 并且 } f'(x)|_{x=x^*} = 0, \\ \text{则 } f''(x)|_{x=x^*} > 0 \text{ 代表 } f(x^*) \text{ 为极小值;} \\ \quad f''(x)|_{x=x^*} < 0 \text{ 代表 } f(x^*) \text{ 为极大值。} \end{cases}$

(B): $\begin{cases} \text{若 } f(x) \text{ 为一次与两次可微分, 并且 } f'(x)|_{x=x^*} = 0 \text{ 及} \\ f(x^*) \text{ 为极大值, 则 } f''(x)|_{x=x^*} \leq 0; \\ f(x^*) \text{ 为极小值, 则 } f''(x)|_{x=x^*} \geq 0. \end{cases}$

规则(A)可以用来判定 $f(x) = x^2$ 在 $x^* = 0$ 时为最小值, 但却无法判定

$F(x)=x^4$ 在 $x^*=0$ 时为最小值。为了克服上述的问题,我们可以引用泰勒展开式(Taylor's expansions),将 $f(x)$ 在 $x=x^*$ 处展开:

$$f(x) - f(x^*) = \frac{f'(x^*)}{1!}(x-x^*) + \frac{f''(x^*)}{2!}(x-x^*)^2 + \dots \\ + \frac{f^{(n)}(x^*)}{n!}(x-x^*)^n + \frac{f^{(n+1)}(p)}{(n+1)!}(x-x^*)^{n+1} \quad (1-3)$$

其中, p 点非常接近 x^* 点。由式(1-3)可得到下列的规则:

$$(C): \begin{cases} \text{若 } f'(x^*)=f''(x^*)=\dots=f^{(n-1)}(x^*)=0 \text{ 而 } f^{(n)}(x^*)\neq 0, \text{ 则} \\ (1) \text{ 若 } n \text{ 是偶数而 } f^{(n)}(x^*)<0, \text{ 则 } f(x^*) \text{ 是极大值;} \\ (2) \text{ 若 } n \text{ 是偶数而 } f^{(n)}(x^*)>0, \text{ 则 } f(x^*) \text{ 是极小值;} \\ (3) \text{ 若 } n \text{ 是奇数, 则 } f(x^*) \text{ 是拐点(inflection point)。} \end{cases}$$

释例 1.2 中的 $\max/\min F(x)=x^4$, 可以用规则(C)来求解:

一阶(必要)条件: $F'(x)=4x^3\equiv 0 \Rightarrow x^*=0$

及

$$F'(0)=F''(0)=F'''(0)=0, \quad F^{(4)}(0)=24>0$$

因为 $n=4$ 为偶数及 $F^{(4)}(0)>0$, 因此当 $x^*=0$ 时, $F(0)=0$ 为极小值。

我们可以发现释例 1.2 中的 $f(x)=x^2$ 与 $F(x)=x^4$ 之间互相为单调正变换(monotonically positive transformation), 亦即: $F(z)=F(f(x))$, 其中 $z=x^2$, $F'(z)=2z=2x^2>0$ 。因此我们得到一个重要的结论: 在最优化问题中, 若将目标函数做单调正变换, 则决策变量的值(所得到的解)不会改变。我们由一阶条件得到

$$\left. \frac{dF(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = \left[\frac{dF(f(x))}{dz} \cdot \frac{df(x)}{dx} \right]_{x=x^*} \equiv 0$$

$$\left(\text{与由 } \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^*} \equiv 0 \text{ 得到的 } x^* \text{ 相同} \right),$$

$$F''(x) \big|_{x=x^*} = \left[\frac{d^2 F(z)}{dz^2} \cdot \left(\frac{df(x)}{dx} \right)^2 + \frac{dF(z)}{dz} \cdot \frac{d^2(f(x))}{dx^2} \right]_{x=x^*} \\ = \left[\frac{dF(z)}{dz} \cdot \frac{d^2(f(x))}{dx^2} \right]_{x=x^*}$$

因为 $\frac{dF(z)}{dz}>0$, 所以 $F''(x) \big|_{x=x^*}$ 与 $\frac{d^2(f(x))}{dx^2} \big|_{x=x^*}$ 的符号相同。

由图 1-5(a)与(b)我们也可以发现: 若将最优化问题中的目标函数做单调负变换[事实上, $g(x)=g(f(x))=0+(-1)(f(x))=0+(-1)(3x^2-6x)$

指的是 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的线性负变换: $g'(z) = -1 < 0$, 其中 $z = f(x)$], 则会将最小化问题变换为最大化问题。

1.3 无限制条件下的多变量函数最优化问题

当目标函数为多变量函数时, 求极值的问题成为

$$\max/\min_{x_1, x_2} y = f(x_1, x_2) \quad (1-4)$$

一阶条件可以表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial x_1} \equiv 0 \Rightarrow x_1 = x_1(x_2) \end{array} \right. \quad (1-4a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial x_2} \equiv 0 \Rightarrow x_2 = x_2(x_1) \end{array} \right. \quad (1-4b)$$

其中, $x_1 = x_1(x_2)$ 代表 x_1 为 x_2 的函数; $x_2 = x_2(x_1)$ 代表 x_2 为 x_1 的函数(注意并不是代表 x_1 与 x_2 相乘)。

式(1-4a)的意义为: 在固定不同的 x_2 之下, 求出 f 函数与这些固定的 $x_2 = c + 0 \cdot y + 0 \cdot x_1$ 平面的截面的极值(其中 c 为一常数),

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \equiv \frac{df}{dx_1} \Big|_{x_2 = \text{constant}} \equiv 0$$

如图 1-7(a) 所示, 当固定 x_2 为 $x_2 = \bar{x}_2$ 时, $y = f(x_1, x_2)$ 与 $x_2 = \bar{x}_2 + 0 \cdot y + 0 \cdot x_1$ 的截面为

$$\left. \begin{array}{l} y = f(x_1, x_2) \\ x_2 = \bar{x}_2 + 0 \cdot y + 0 \cdot x_1 \end{array} \right\} \Rightarrow y = f(x_1, \bar{x}_2)$$

对 $y = f(x_1, \bar{x}_2)$ 中的 x_1 微分, 并令其导数为零:

$$\frac{df(x_1, \bar{x}_2)}{dx_1} \equiv \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \Big|_{x_1 = \bar{x}_2} \equiv 0 \Rightarrow x_1 = x_1(\bar{x}_2)$$

当固定 x_2 为 $x_2 = \bar{x}_2$ 时, $y = f(x_1, x_2)$ 与 $x_2 = \bar{x}_2 + 0 \cdot y + 0 \cdot x_1$ 的截面为

$$\left. \begin{array}{l} y = f(x_1, x_2) \\ x_2 = \bar{x}_2 + 0 \cdot y + 0 \cdot x_1 \end{array} \right\} \Rightarrow y = f(x_1, \bar{x}_2)$$

对 $y = f(x_1, \bar{x}_2)$ 中的 x_1 微分, 并令其导数为零:

$$\frac{df(x_1, \bar{x}_2)}{dx_1} \equiv \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \Big|_{x_2 = \bar{x}_2} \equiv 0 \Rightarrow x_1 = x_1(\bar{x}_2)$$

由式(1-4a)可得到 $x_1 = x_1(x_2)$ 。由式(1-4b)类推也可得到 $x_2 = x_2(x_1)$ 。两个方程式就能解出两个未知数： x_1^* 及 x_2^* [如图 1-7(d)所示]。

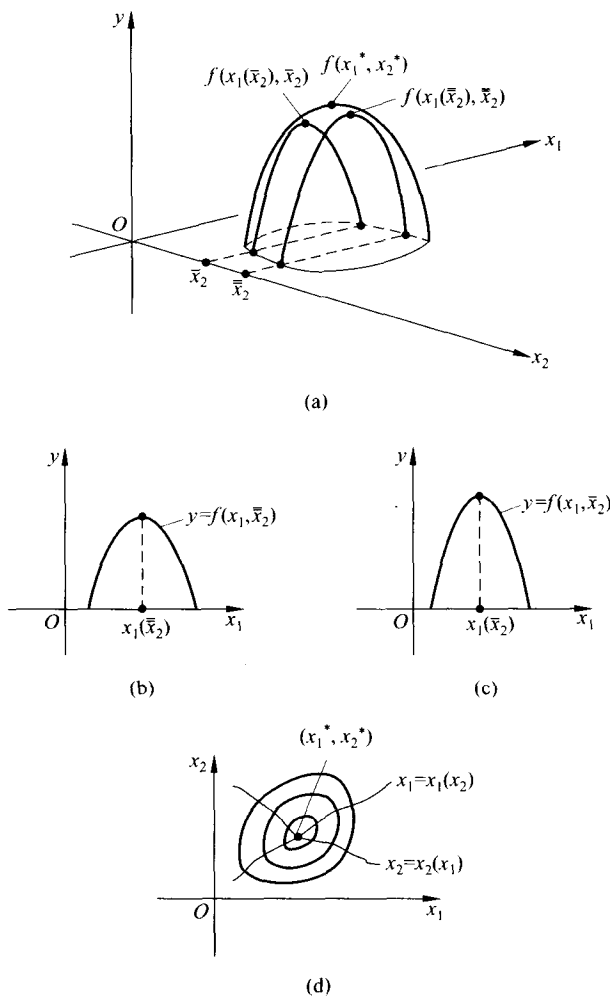


图 1-7 一阶条件的几何意义

我们也可以将式(1-4a)代入 $y = f(x_1, x_2)$ 中,这就相当于求出 $x_1 = x_1(x_2)$ 与 $y = f(x_1, x_2)$ 的截面,这时 f 函数将只是 x_2 的函数,然后再求解下列最优化的问题:

$$\max/\min_{x_2} y = f(x_1(x_2), x_2) \quad (1-5)$$