無綫電学習叢書之七

無綫電數學（中）

楊士芳 編

（電工機械無綫電專科學校教材）

無綫電学習社

無綫電學習叢書之七

無綫電數學(中)

楊士芳編

內容介紹

1. 這是一本幫學習無綫電同志解決計算公式困難的數學書，讀了這本書，打下了學習的基礎。
2. 把無綫電原理，由淺入深的滲入在數學裏，學習時祇感到興趣，不會枯燥厭倦。
3. 每一階段除了詳細解釋舉例以外還有實用的習題，增加學習的印象。
4. 取材和編排，既適合學校採作教本，更適合業餘自修。
5. 本書是中册，包括分數方程式，並聯定律，發電機，指數和根數，二次方程式，克希荷夫定律，對數和小倍爾。
6. 本書是無綫電學習叢書第七册，根據無綫電顏色數字符號，書脊用紫色標誌。

無綫電數學（中）

作者 楊士芳

編輯 無綫電學習社
上海郵政信箱1949號

出版 發行 交流無綫電出版社
上海石門二路15弄5號

印刷 啓智印刷廠
上海自忠路239弄28號

1951年10月 初版
1953年 4 月 三版

編輯大意

爲什麼編輯這部小叢書 無綫電可以說是大衆化的科學，因爲它最容易引起人們的興趣，所以便成爲一般業餘研究的對象。學習和研究無綫電除了實驗以外，必需要先瞭解它的基本原理和常識，才能達到成功的大道；但是許多學習同志，因爲一般無綫電書本和參考書籍的內容是包羅萬象，未免目不暇接，更因爲被深奧的原理和複雜的公式所打擾，影嚮了學習的情緒，偏向着裝修實驗而忽略了對基本原理的認識，祇知其然而不知其所以然，這是不合理的。我們爲了配合學習同志的需要，搜集了實用而精簡的材料，以淺明詳盡的敍述和有次序的編排，刊行這一部學習叢書；使學習同志在閱讀後能充分瞭解基本原理，而且進一步把它運用到實驗上去。

怎樣編輯這部小叢書 爲適合學習的需要，這部叢書的編排，是從最淺的基本原理起，包括收音機的裝製實驗，修理，發射機的實驗，對綫路的認識，各種通訊方法，直到無綫電工程。更爲了數學和英文在無綫電應用上的重要，另外增編無綫電數學和無綫電英文，全部十餘本，每一本的內容都以精簡實用爲主，力求切合實際的需要，遇到極重要而極繁雜的地方，則儘量用詳細淺顯的舉例方式很透澈的加以解釋，務使學習者不單能够瞭解理會，並且能够達到自由運用的地步。

怎樣使用這部小叢書 學習同志可以利用這部小叢書作爲自修和研究時參攷輔助之用，學校•訓練班•電台等則可以用作課本教材或參考書，這樣對於教導和學習雙方，都會感到便利的。

無綫電數學(中)

前　言

自從『無綫電數學』上冊出版以來，由於讀者的熱愛，以及各電工技術專科學校，無綫電訓練班等採作教本的需要，紛紛促使中下冊早日出版，編者在這種熱情的鼓勵，和各同志的協助之下，無綫電數學中冊終於提前出版，下冊亦將於最近期內付梓。

在上冊裏，曾經特別提出學習無綫電數學的三點訣要：第一要徹底瞭解，第二要耐心溫習，第三要循序漸進！無綫電數學就是根據這原則編譯的，中冊緊緊的銜接上冊，對以上的三點訣要當然不能例外，而且更要提出的是：學習數學不但要有恆心有耐心，還要有信心，決不可畏難而退，中途而廢。

中冊除了繼續的從根本解決電和無綫電的數學原理外，對實際計算問題，漸漸的加多，下冊更將加多，所以讀了無綫電數學，能使你對電和無綫電的計算問題澈底貫通，既知其然，又知其所以然。

學校或訓練班用無綫電數學作敎本，每週三小時，三學期可以敎畢，對於電工及無綫電一般應用的計算問題，都能運算如意，如果每週能有五小時授課，那末可以減縮至二學期教授完畢。

學習電工和無綫電的同志，用來做參考或自修之用，也是非常適合，因爲無綫電數學，每章每節除了詳細敍述外，都有實際計算的例題，理論容易瞭解，算式容易明白，還有練習習題和答案，所以最適合於自修溫習之用。

編者才疏學淺，掛誤之處，在所難免，倘祈各方賢達，隨時敎正爲幸。

編者　*1951/8*

目　　錄

（中　冊）

第十一章

分　數　Fractions

代數分數在數學裏佔據很重要的一部份，尤其在電學和無綫電算式裏，更爲重要。如果我們對算術分數稍覺生疏的話，那末最好在讀本章以前，將算術分數加以温習一下。因爲在算術分數裏所有的法則，在代數分數裏都可以應用。所以眞正明瞭算術分數的，在讀本章的時候，就不會覺得有什麼困難。

11–1　定義 (*Definitions*).　分數是整數的一部份，可以用分子和分母來表示。分母是表明份數，好像：二份 (*halves*)，三份 (*thirds*)，六份 (*sixths*) 等。分子是表明幾份裏的幾，例如：

三份之二 (*two-thirds*) 可以寫作 $\frac{2}{3}$；

五份之八 (*eight-fifths*) 可以寫作 $\frac{8}{5}$；

分母和分子是稱做分數項。

11–2　分數基本原則 (*Fundamental Principles of Fractions*).　我們可以將算術的原則，應用到數學裏來：

分數的分子和分母，可以同乘或同除任何數或任何式(零除外)，而分數的值不變。

例 1.　$\frac{2}{3}=\frac{2\times5}{3\times5}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

隸首　黃帝（公元前2697年）時人始作算數得下籌之法

同樣的，$\frac{10}{15}=\frac{10\div 5}{15\div 5}=\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$

例 2.　$\frac{x}{y}=\frac{x\cdot a}{y\cdot a}=\frac{ax}{ay}=\frac{x}{y}$

同樣的，$\frac{ax}{ay}=\frac{ax\div a}{ay\div a}=\frac{x}{y}$　　　（當 $a\neq 0$）

在上面可以看到，乘或除零不在此例。因爲任何一數乘零後，結果等於零，因此分數的分子和分母乘或除了零以後，它的結果將無意義。

11-3　等値分數 (*Equivalent Frastions*)·

例 1.　試將分數 $\frac{3}{5}$ 的分母改成 15 而不變它的數値。

解：　要將分母 5 改成 15 必須乘 3，因此分子也須乘上 3 才可不改變分數的數値，

$$\frac{3}{5}=\frac{3\times 3}{5\times 3}=\frac{9}{15}$$

例 2.　試將分數 $\frac{a}{b}$ 的分母改成 bc 的等値分數。

解：　要將分母 b 成爲 bc 須乘上 c，因此分子也須乘上 c。

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}=\frac{ac}{bc}$$

例 3.　試將分數 $\frac{5}{x-2}$ 的分母改成 x^2-4 的等値分數。

解：　要分母成爲 x^2-4 必須乘上 $x+2$，因此分子也要乘上 $x+2$。

$$\frac{5}{x-2}=\frac{5\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{5(x+2)}{x^2-4}$$

習　題　11-1

試將下列算式裏的未知項(?)求出來：

商高　周(公元前1134—256)時人著有周髀算經即以圓率$\pi=3$計算

1. $\frac{3}{4}=\frac{?}{12}$　　2. $\frac{5}{6}=\frac{?}{24}$　　3. $\frac{2}{5}=\frac{?}{35}$

4. $\frac{1}{b}=\frac{?}{bx}$　　5. $\frac{a}{v}=\frac{?}{vy}$　　6. $\frac{4e}{9e}=\frac{?}{9ei}$

7. $\frac{2}{a-b}=\frac{?}{a^2-b^2}$　　8. $\frac{8}{x+y}=\frac{?}{x^2-y^2}$

9. $\frac{6}{x+3}=\frac{?}{3c+9}$　　10. $\frac{x-3}{1}=\frac{?}{5}$

11. $\frac{r+4}{r+3}=\frac{?}{(r+3)(r-4)}$　　12. $\frac{E-8}{E-4}=\frac{?}{(E-4)(E-2)}$

13. 試將分數 $\frac{8E^2}{R}$ 改成分母是 $3I^2R$ 的等值分數。

14. 試將分數 $\frac{1}{2\pi fC}$ 改成分母是 $4\pi f^2C$ 的等值分數。

11−4 簡化分數到最簡項． 如果分數的分子和分母除了1以外，不再有公因數 (*common factor*)，那末我們叫這分數已經是它的最簡項 (*lowest terms*)。所以分數 $\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{x}{y}$，和 $\frac{x+y}{x-y}$ 等是分數的最簡項，因爲除了1以外不再有公因數。

$\frac{4}{6}$ 和 $\frac{3x}{9x^2}$ 並非是分數的最簡項，$\frac{4}{6}$ 可以約成 $\frac{2}{3}$ 只要分子和分母同除2；同樣的，$\frac{3x}{9x^2}$ 在分子和分母上同除 $3x$，可以得到它的最簡項 $\frac{1}{3x}$。

定則： 將分數約至最簡項：

先將分子和分母因數分解 (*factoring*) 成質因數 (*prime factors*)，然後約去分子和分母相同的因數。

在實際上，分數約至最簡項時，只須將分數中的最高公因數去同除分子和分母而得到等值分數。

周公　文王之子名旦著有九章算術

例 1. 將 $\frac{16}{20}$ 約至最簡項。

解： 將分子和分母同除 4

$$\therefore \quad \frac{16}{20}=\frac{4}{5}$$

例 2: 將 $\frac{abx^2}{acx}$ 約至最簡項

解; 因爲分子和分母都能被 ax 除

$$\therefore \quad \frac{\overset{bx}{\cancel{abx^2}}}{\underset{c}{\cancel{acx}}}=\frac{bx}{c}$$

例 3. 將 $\frac{x^2-y^2}{3x+3y}$ 約至最簡項

解： 先將分子和分母因數分解，看看有沒有相同因數可以約去。

$$\frac{(x+y)(x-y)}{3(x+y)}$$

在分子和分母裏都有一個 $(x+y)$，因此

$$\frac{x^2-y^2}{3x+3y}=\frac{\overset{(x-y)}{\cancel{(x+y)(x-y)}}}{\underset{3}{\cancel{3(x+y)}}}=\frac{x-y}{3}$$

習 題 11-2

將下列各題化成最簡項：

1. $\frac{18}{27}$　　2. $\frac{36}{64}$　　3. $\frac{35}{49}$

4. $\frac{3c}{5c}$　　5. $\frac{12m}{15m}$　　6. $\frac{ax^2}{bx}$

7. $\frac{6y}{8y^2}$　　8. $\frac{ax-ay}{bx-by}$　　9. $\frac{6x+6y}{2x^2+2xy}$

10. $\frac{a^2-b^2}{5a+5b}$　　11. $\frac{x^2}{x(x+y)}$　　12. $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$

13. $\frac{5c^2-5d^2}{10c+10d}$　　14. $\frac{2a+2b}{(a+b)^2}$　　15. $\frac{e^2-36}{2e+12}$

杜忠 漢（公元前206－公元208）初人著有算術一書

16. $\dfrac{E^2-14E-51}{E^2-2E-15}$　17. $\dfrac{x^2-y^2}{x^2+3xy+2y^2}$　18. $\dfrac{4i^2-25}{4i^2-20i+25}$

19. $\dfrac{a^2-5a}{a^2-4a-5}$　20. $\dfrac{r^2-10r+21}{r^2+r-12}$　21. $\dfrac{r^2+rs-2s^2}{r^2-s^2}$

11-5　分數乘法和除法・　數學裏的分數乘法和除法，與算術裏的完全相同。二個或二個以上的分數積，等於各分母的積除各分子的積，例如：

$$(a)\ \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}\qquad (b)\ \frac{a}{b}\cdot\frac{x}{y}=\frac{ax}{by}$$

分數的除法，只須將除數分數倒置，除法改作乘法計算就可以，例如：

$$(c)\ \frac{5}{2}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{15}{4}\qquad (d)\ \frac{2c}{d}\div\frac{3}{c}=\frac{2c}{d}\cdot\frac{c}{3}=\frac{2c^2}{3d}$$

如果在算式裏，分子和分母有公因數的時候，乘法可以大大的簡化，因爲相同的可以約消 (*cancellation*) 去掉，也就是用公因數同除分子和分母。

例 1.　$\dfrac{6x^2y}{7b}$ 乘 $\dfrac{21b^2c}{24xy^2}$

解：　第一個分子和第二個分母，可以用 $6xy$ 除；同時第一個分母和第二個分子可以用 $7b$ 除，因此：

$$\frac{\overset{x}{\cancel{6x^2y}}}{\underset{1}{\cancel{7b}}}\cdot\frac{\overset{3bc}{\cancel{21b^2c}}}{\underset{4y}{\cancel{24xy^2}}}=\frac{3bcx}{4y}$$

例 2.　$\dfrac{2x+2y}{x-3}$ 被 $\dfrac{x^2-y^2}{2x-6}$ 除

解：　$$\frac{2x+2y}{x-3}\div\frac{x^2-y^2}{2x-6}=\frac{\overset{2}{\cancel{2(x+y)}}}{\cancel{x-3}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{2(x-3)}}}{\underset{x-y}{\cancel{(x+y)(x-y)}}}$$

$$=\frac{4}{x-y}$$

耿壽昌及張蒼　漢初人均曾删補周公之九章算術

也許我們要問：爲什麼做分數除法的時候，要將分數除數倒置乘被除數？例如，$\frac{a}{b}\div\frac{x}{y}$一式裏的$\frac{a}{b}$是被除數，$\frac{x}{y}$是除數。我們知道：

$$\text{商數}\times\text{除數}=\text{被除數}$$

所以商數必須要是一個數，當它乘上$\frac{x}{y}$時候的積是$\frac{a}{b}$。因此，

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}\right)\cdot\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$$

而商數$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}\right)$恰是被除數乘倒置的除數。

習　題　11－3

簡化下列各題：

1. $\frac{5}{9}\times\frac{4}{5}\times\frac{15}{16}$

2. $\frac{2}{3}\div\frac{5}{8}$

3. $\frac{5}{18}\times 42\div\frac{35}{12}$

4. $\frac{5r^2s}{2rt^2}\cdot\frac{s^2t}{3r^2s}\div\frac{5r^2t}{6rt^2}$

5. $\frac{e^2}{r^2}\cdot\frac{8r}{10e}\cdot 10r^2$

6. $\frac{\pi r^2h}{8}\div\frac{1}{6}$

7. $(x^2-2xy)\div\frac{x}{y}$

8. $\frac{\pi r^2}{3}\div 2\pi r$

9. $\frac{4w^2-1}{w^3-16w}\cdot\frac{w^2+4w}{2w+1}$

10. $\frac{14E^2-7E}{12E^3+24E^2}\div\frac{2E-1}{E^2+2E}$

11. $\frac{z^2-121}{z^2-4}\times\frac{z+2}{z+11}$

12. $\frac{E^2-4e^2}{Ee+2e^2}\cdot\frac{2e}{E-2e}$

13. $\frac{a^2+3a+2}{a^2+9a+20}\cdot\frac{a^2+7a+12}{a^2+5a+6}$

14. $\frac{2I^2+13I+15}{4I^2-9}\div\frac{2I^2+11I+5}{4I^2-1}$

15. $\frac{b^2-1}{2b-4}\cdot\frac{b^2-4}{b^2-b-2}\div\frac{b^2+b-2}{3b-6}$

16. $\frac{\theta^2-\theta-20}{\theta^2-25}\cdot\frac{\theta^2-\theta-2}{\theta^2+2\theta-8}\div\frac{\theta+1}{\theta^2+5\theta}$

許商　漢初人著有算術

11－6　最低公分母 (*The Lowest Common Denominator*).

最低公分母是二個或二個以上分數裏的最小而能包括各分母，並且能被各分母除盡的數。

例 1.　求 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{3}{5}$ 的最低公分母。

解：　從觀察可以知道 15 是 3 與 5 的最小而且能被它們除盡的數。因此 $\frac{1}{3}$ 改成 $\frac{5}{15}$；及 $\frac{3}{5}$ 改成 $\frac{9}{15}$ 。

例 2.　求 $\frac{4ab}{3x^2}$ 與 $\frac{6c}{4xy}$ 的最低公分母。

解：　從觀察可以知道 $12x^2y$ 是 $3x^2$ 與 $4xy$ 的最小而且能被它們除盡的數。因此 $\frac{4ab}{8x^2}$ 可以寫成 $\frac{16aby}{12x^2y}$；及 $\frac{6c}{4xy}$ 寫成 $\frac{18cx}{12x^2y}$ 。

定則：　要求分數的最低公分母：

1. 用觀察尋出最小一個數字，這個數字是能被每個分母所除盡的。

2. 用每個分數的分母除最低公分母，將除得的商乘該分子和分母。

習　題　11－4

將下列各分數化成等值的最低公分母的分數。

1. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$　　2. $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}$　　3. $\frac{3}{4}, \frac{6}{7}, \frac{5}{8}$

4. $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$　　5. $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}$　　6. $\frac{1}{R}, \frac{1}{r}$

7. $\frac{1}{E}, \frac{1}{E^2}, \frac{1}{e}$　　8. $\frac{b}{2a}, \frac{c}{8a}$　　9. $\frac{2}{x}, \frac{3}{x+1}$

10. $\frac{1}{x+1}, \frac{b}{x-1}$　　11. $\frac{a}{2}, \frac{a}{x-1}$　　12. $\frac{x}{a^2-b^2}, \frac{y}{a-b}$

劉歆　漢宗室名秀字子駿以圓率 $\pi = \frac{3927}{1250}$，號稱歆率

13. $\frac{x}{a^2-b^2}$，$\frac{y}{a+b}$　14. $\frac{x}{2}$，$\frac{x}{2x+6}$　15. $\frac{c}{x-5}$，$\frac{c}{2x-10}$

11-7　分數的加法和減法．　分數加法，如果分母相同的時候，可以將分子相加，把它們的和寫在分母上面就可以了。例如：

(a) $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$　　(b) $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

(c) $\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+\frac{5}{x}=\frac{2+3+5}{x}=\frac{10}{x}$

分數減法，如果分母相同的時候，可以將分子的減數從被減數裏減去，它們的差寫在分母上面就可以了。例如：

(d) $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{4-3}{5}=\frac{1}{5}$　　(e) $\frac{a}{x}-\frac{b}{x}=\frac{a-b}{x}$

(f) $\frac{a}{2x}-\frac{b-c}{2x}=\frac{a-(b-c)}{2x}=\frac{a-b+c}{2x}$

從上面看到，凡是分數的加減，必須要有相同的分母，因此我們得到下面的定則：

定則：　不同分母的分子加或減：

1.將分數化成有最低公分母的分數。

2.將這些化成有最低公分母分數的分子組合起來，並加以原來的符號，這是分子的結果。

3.分母的結果就是最低公分母。

4.如有必要時，可將分子中的括弧以及同類項簡化。

5.如果可能的話，將分數化為最簡項。

例：　簡化 $\frac{a-5}{6}-\frac{2a-5}{16}$

解 $\dfrac{a-5}{6}-\dfrac{2a-5}{16}=\dfrac{8(a-5)}{48}-\dfrac{3(2a-5)}{48}$

$$=\frac{8(a-5)-3(2a-5)}{48}$$

$$=\frac{8a-40-6a+15}{48}$$

$$=\frac{2a-25}{48}$$

習　題　11－5

將下列各題簡化：

1. $\dfrac{2}{3}-\dfrac{5}{8}+\dfrac{1}{4}$　2. $\dfrac{1}{6}+\dfrac{7}{24}-\dfrac{3}{8}$　3. $\dfrac{2}{21}-\dfrac{3}{42}+\dfrac{5}{14}$

4. $\dfrac{5x}{7}-\dfrac{x}{5}+\dfrac{12x}{35}$　5. $\dfrac{7r}{8}+\dfrac{2r}{3}-\dfrac{3r}{16}$　6. $\dfrac{3a}{2}-\dfrac{7a}{4}+\dfrac{15a}{8}$

7. $\dfrac{3}{e}-\dfrac{5}{4e}$　8. $\dfrac{xy}{2}+\dfrac{yz}{4}-\dfrac{az}{6}$　9. $\dfrac{1}{ei}-\dfrac{5}{i}$

10. $\dfrac{9}{\theta}-\dfrac{8}{\theta^2}+\dfrac{4}{\theta^3}$　11. $\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}$　12. $\dfrac{16}{25c^2r}+\dfrac{4}{5r}$

13. $\dfrac{2x-8}{7}+\dfrac{3x+5}{14}$　14. $\dfrac{4r-2}{9}-\dfrac{3r-8}{12}$　15. $1+\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{r^2}$

16. $\dfrac{y+2}{3}-\dfrac{y-4}{6}$　17. $\dfrac{x-1}{2x}-\dfrac{x^2-1}{3x^2}$　18. $\dfrac{x+3y}{x^2y}-\dfrac{2x-y}{xy^2}$

19. $\dfrac{3x}{x^2-9}-\dfrac{5}{x-3}$　20. $\dfrac{1}{e-4}+\dfrac{1}{e+4}$

21. $\dfrac{5}{r-2}-\dfrac{2}{r-6}$　22. $\dfrac{3a+b}{a-b}+\dfrac{a}{b}$

23. $\dfrac{12}{b^2-9}-\dfrac{2}{b^2-5b+6}$　24. $\dfrac{2}{r^2+7r}-\dfrac{3}{r}+\dfrac{3}{r-7}$

11－8　分數的符號 (*Signs of Fractions*)．　在計算代數的分數時，有三個符號應加注意：(1)分子的符號，(2)分母的符號，和(3)分數的符號。

張衡　後漢西鄂人字平子以圓率 $\pi=\sqrt{10}$ 又以 $\pi=\dfrac{92}{29}$

從除法中的符號法則裏，我們得到下列算法：

$$+\frac{+12}{+6}=+\frac{-12}{-6}=-\frac{+12}{-6}=-\frac{-12}{+6}=+2$$

或者寫成通用式：

$$+\frac{+a}{+b}=+\frac{-a}{-b}=-\frac{+a}{-b}=-\frac{-a}{+b}$$

如果將上面的例子，細細研究，可以證明下面的重要原則：

1.分數的一項符號可以加以改變，只要分數前的符號加以改變。

2.如果分數的二項符號都加以改變，那末分數前的符號不能再加以改變。

所以分數的三個符號，我們可以改變其中的二個而不將分數值變更。

我們要記得分子或分母是多項式的時候，多項式每一項的符號，亦須加以改變。

當分子和分母的符號都加以改變的時候，好像上面第二點原則所說，可以看作分子和分母各乘或除(-1)一般，而不改變它的數值。

一數連乘或連除 (-1) 二次，對它的數值並不改變，因此乘積的二個因數各乘-1，並不改變積的數值。

因此，　$(a-4)(a-8)=(-a+4)(-a+8)=(4-a)(8-a)$

相同的，　$(a-b)(c-d)(e-f)=(b-a)(d-c)(e-f)$

上面的舉例是否可靠，可以用乘法來覆驗。

徐岳　漢末人著數學記遺一卷

例 1.　試將 $-\frac{a}{b}$ 改成三種不同符號的等值分數。

解：$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{-a}{-b}$

例 2.　試將 $\frac{a-b}{c-d}$ 改成三種不同符號的等值分數。

解：$\frac{a-b}{c-d}=\frac{-a+b}{-c+d}=-\frac{-a+b}{c-d}=-\frac{a-b}{-c+d}$

例 3.　將 $\frac{a-b}{c-d}$ 改成等值分數，它的分母是 $d-c$。

解：$\frac{a-b}{c-d}=\frac{-a+b}{-c+d}=\frac{b-a}{d-c}$

習　題　11-6

將下列各題變成等值的正分數(分子是正的)

1. $\frac{-6}{a^2-b^2}$　　2. $-\frac{-8E^2}{R-r}$　　3. $\frac{-E}{R_1-R_2}$

4. $\frac{-a-b}{x^2-y^2}$　　5. $\frac{-(c+d)}{e-f}$

將下列各題變成等值的正分數(分母是正的)

6. $\frac{a-b}{-23}$　　7. $\frac{E-e}{-r}$　　8. $-\frac{E^2+e^2}{-8r}$

將下列各題分數化成最簡項：

9. $\frac{x-y}{y-x}$　　10. $\frac{x-y}{y^2-x^2}$

11. $-\frac{rs-2rt}{4t^2-s^2}$　　12. $\frac{m^2-2m+1}{1-m^2}$

11-9　分數改變成混合式(*Change a Fraction to a Mixed Expression*)．　整數和分數的代數和叫做混合式，例如 $3\frac{1}{5}$，也就是 $3+\frac{1}{5}$；以及 $x-\frac{y}{z}$ 等都是一種混合式。所以一個分

王蕃　三國(190 - 268)時人對於圓率規定有所貢獻