

“优选法”平话及其补充

执笔人 华罗庚

山东省推广优选法统筹法办公室翻印

一九七七年五月

毛主席语录

路线是个纲，纲举目张。

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

工业学大庆，农业学大寨，全国学人民解放军，解放军学全国人民。

坚持政治挂帅，加强党的领导，大搞群众运动，实行两参一改三结合，大搞技术革新和技术革命。

毛主席语录

实践、认识、再实践、再认识，这种形式，循环往复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度。

研究任何过程，如果是存在着两个以上矛盾的复杂过程的话，就要用全力找出它的主要矛盾。捉住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了。

人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

目 录

一、 “优选法”导语	(1)
1. 什么是优选方法?	(1)
2. 单因素.....	(3)
3. 抓主要矛盾.....	(5)
4. 双因素.....	(7)
5. 多因素.....	(11)
二、 特殊性问题	(13)
1. 前言.....	(13)
2. 一批可以作几个试验的情况.....	(14)
3. 平分法.....	(15)
4. 平行线法.....	(15)
5. 韩摩法.....	(16)
6. 爬山法.....	(17)
7. 非单峰的情况如何办?	(18)
三、 党的领导和群众路线	(20)
四、 补充	(22)
1. 这是一个求最大(或最小)值的问题.....	(22)

2. 0.618的由来.....	(23)
3. “来回调试法”	(24)
4. 分数法.....	(25)
5. 抛物线法.....	(27)
6. 双变数与等高线.....	(28)
7. 统计试验法.....	(30)
8. 效果估计.....	(31)
五、后记.....	(34)

毛 主 席 语 录

自然科学是人们争取自由的一种武装。……人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

一、“优选法”平话

1. 什么是优选方法？

优选的方法的问题处处有，常常见。但问题简单，易于解决，故不为人们所注意。自从工艺过程日益繁复，质量要求精益求精，优选的问题也就提到日程上来了。简单的例子，如：一枝粉笔多长最好？每枝粉笔都要丢掉一段一定长的粉笔头，单就这一点来说，愈长愈好。但太长了，使用起来既不方便，而且容易折断，每断一次，必须多浪费一个粉笔头，反而不合适。因而就出现了“粉笔多长最合适”的问题，这就是一个优选问题。

蒸馒头放多少碱好？放多了不好吃，放少了也不好吃，放多少最好吃呢？这也是一个优选问题。也许有人说：这是一个不确切的问题。何谓好吃？你有你的口味，我有我的口味，好吃不好吃根本没有标准。对！但也不完全对！可否针对我们食堂定出一个标准来！假定我们食堂有一百人，放碱

多少，这一百人有多少人说好吃，统计一下，不就有了指标吗？我们的问题就是找出合适的用碱量，使食堂里说好吃的人最多。

这只是引子，是比喻。实际上问题比此复杂，还有发酵问题等等没有考虑进去呢！同时，这样的问题老师傅早已从实践中摸清规律，解决了这一问题了，我们不过用来通俗说明什么是优选方法而已。

毛主席教导我们：“鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。”

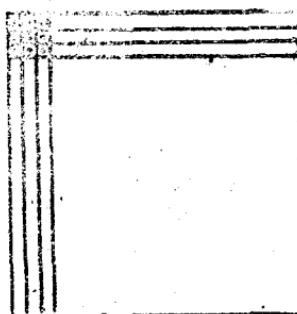
优选方法的适用范围是：

怎样选取合适的配方，合适的制作过程，使产品的质量最好？

在质量的标准要求下，使产量最高成本最低，生产过程最快？

已有的仪器怎样调试，使其性能最好？

也许有人说我们可以做大量试验嘛！把所有的可能性做穷尽了，还能找不到最好的方案和过程？大量的试验要花去大量的时间、精力和器材，而且有时还不一定是可能的。举个简单的例子，一个一平方公里的池塘，我们要找其最深点。比方说每隔一公尺测量一次，我们必须测量 1000×1000 ，总共一百万个点，这个问题不算复杂，只有横竖两个因素。多几个：三个、四个、五个、六个更不得了！假定一个因素要求准两位，也就是分100个等级，两个因素就需要 100×100 即一万次，三个就需要 $100 \times 100 \times 100$ 即一百万次，四个就



需要一亿次，就算你有能耐，一天能做三十次，一年做一万次，要一万年才能做完这些实验。“多少事，从来急，天地转，光阴迫。一万年太久，只争朝夕。”

优选方法的目的在于减少实验次数，找到最優方案。例如在一个因素时，只要做14次就可以代替1600次实验。上面所说的池塘问题，有130次就可以代替一百万次了（当然我们假定了池塘底都不是忽高忽低的）。

2 单 因 素

我们知道，钢要用某种化学元素来加强其强度，太少不好，太多也不好。例如，碳太多了成为生铁，碳太少了成为熟铁，都不成钢材，每吨要加多少碳才能达到强度最高？假定已经估出（或从理论上算出）每吨在1000克到2000克之间。普通的方法是加1001克，1002克，……，做下去，做了一千次以后，才能发现最好的选择，这种方法称为均分法。做一千次实验既浪费时间、精力，又浪费原材料。为了迅速找出最優方案，我们建议以下的“折纸条法”。

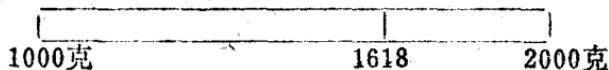
毛主席教导我们：“实践、认识、再实践、再认识，这种形式，循环往复以至无穷。而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度。”

“折纸法”是我们学用伟大领袖毛主席的光辉哲学思想的一个尝试，请牢记一个数0.618。

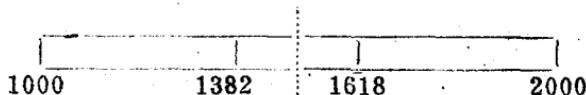


用一个有刻度的纸条表达1000~2000克，在这纸条长度的0.618的地方划一条线，在这条线所指示的刻度做一次实

验，也就是按1618克作一次实验。

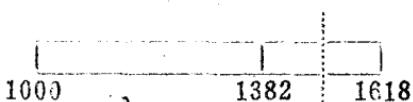


然后把纸条对中迭起，前一线落在另一层上的地方，再划一条线，这条线在1382克处，再按1382克做一次实验。



毛主席教导我们：“**差异就是矛盾。”“有比较才能鉴别。有鉴别，有斗争，才能发展。”**

两次实验进行比较，如果1382克的好一些，我们在1618克处把纸条的右边一段剪掉，得：



（如果1618克比较好，则在1382克处剪掉左边一段）。再依中对折起来，又可划出一条线在1236克处：



依1236克做实验，再和1382克的结果比较。如果，仍然是1382克好，则在1236克处剪掉左边：

再依中对折，找出一个试点是1472，按1472克做实验，做出后再剪掉一段，等等。注意每次留下的纸条的长度是上次长度的0.618（留下的纸条长 = 0.618 × 上次长）。

就这样，实验、分析、再实验、再分析，矛盾的解决和

又出现的过程中，一次比一次地更加接近所需要的加入量，直到所能达到的精度。

从炼钢发展的历史也可以充分地看出“优选法”的意义，最初出现的生铁，含碳量达4%，后来熟铁出世了，几乎没有含碳量。在欧洲十八世纪七十年代前，熟铁还是很盛行的，各种钢的出现，就是按客观要求找到最合适含碳量的过程。例如：可以冷压制成汽车外壳的钢是含碳量0.15%的低碳钢。做钢梁的大型工字钢所要求的是含碳量0.25%的软钢。通过热处理可以硬化制成车轴、机轴的是含碳0.5%的中碳钢。做弹簧、锤、锉、斧又需要含碳1.4%的高碳钢。各种合金钢就更需要选择配方了。

以上不过拿钢来做例子，象配方复杂的化学工业、生产条件复杂的电子工业等，那就更需要优选方法了。

3 抓主要矛盾

事物是复杂的，是由各方面的因素决定的，因而必须考虑多因素的问题。但在介绍多因素的“优选法”之前，我们必须深刻领会、再三强调我们伟大导师毛主席关于抓主要矛盾的教导：“任何过程如果有多数矛盾存在的话，其中必定有一种是主要的，起着领导的、决定作用，其他则处于次要和服从的地位”。

“优选法”固然比普通的穷举法（或排列组合法）更适合于处理多因素的问题，但必须指出，随着因素的增多实验次数也随之迅速地增加（尽管比普通方法的增加率慢得多），因此，为了加快速度节约人力、物力，减少实验次数，抓主要矛盾便成为关键的关键；至少应当尽可能把那些影响不大的因素，暂且撇开，而集中精力于少数几个必不可少的、起

决定作用的因素来进行研究。

举例来说：某金属合金元件经淬火后，产生了一层氧化皮，我们希望把氧化皮去掉，而不损害金属表面的光洁度。有一种方法叫做酸洗法，就是用几种酸配成一种混合液，然后把金属元件浸在里面，目的在短时间内去掉氧化皮，不损失光洁度。

选择哪几种酸的问题，这儿不说了。只说，已知要用硝酸和氢氟酸，怎样的配方最好？具体地说要配500毫升酸洗液，怎样配？

看看因素有多少：硝酸加多少？氢氟酸加多少？水加多少？什么温度？多长时间？要不要搅拌，搅拌的速度和时间？一摆下来有七个因素，每个因素就算它分为10个等级，用穷举法就要做 10^7 次试验，即一千万次，就算优选法有本领，只要万分之一的工作量，那也要做一千次，太多啦！

请看搞这项实验的同志是怎样按照毛主席抓主要矛盾的指示来分析问题的。

总共是500毫升，两种酸的用量定了，水的量也就定了，所以水不是独立因素。

其次，配好了就用，温度的变化不大，温度不考虑。

再其次，时间如果指的是配好后到进行酸洗的时间，我们也不考虑这时间，因为配好就洗；如果指酸洗所需的时间，那不是因素而是指标，这次搞出的酸洗液只要三分钟，所以也不成问题。

最后，搅拌不搅拌就暂不考虑。

结果就只有两个因素：硝酸多少？氢氟酸多少？因此，只用一天时间做14次试验就把问题解决了。否则就要成月成年的时间了。

再补充说明一下这节分析的用意：三种配比有时会误解为三个因素，实际上只有两个因素（变数）是独立的。

酸洗的时间长短，不是因素而是指标，就是说，该时间不是自变数，而是因变数。

采用“优选法”的同志必须注意：在分析问题的时候，要弄清楚到底有哪些是独立变数，经验告诉我们这都是易于发生的错误。还必须再强调一下，在分析出哪些因素是独立变数之后，还要看其中哪些因素是主要的。

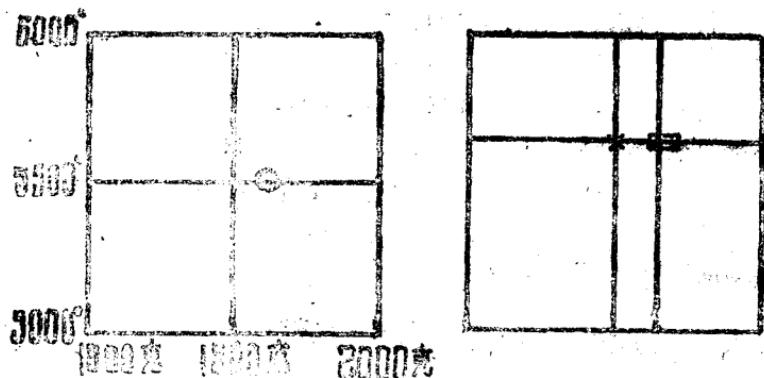
4 双 因 素

假如有两个因素要考虑，一个~~是含量1000克到2000克，另一个是温度0~600℃。~~

~~我们处理的方法：把纸对折一下，例如是在1500克处对折，在固定了1500克的情况下，找最合适的温度。用单因素方法（即2的n方法）找到了在“ \times ”处。再试对折，在5500度时用单因素的方法（即2的n方法）；找到最合适的内容量在“ \square ”处。比较“ \circ ”与“ \star ”两处的实验，哪个结果好。如果在“ \times ”处好，~~则裁掉下半张纸（如果在“ \square ”处好，则裁掉左半张）~~。在余下的纸上再用上法进行。~~

~~当的因素越多，问题越复杂，但在这种情况下会有灵活一思考的余地。例如：当我们找到“ \times ”处后，人们放弃对折法，而用通过“ \times ”的横线，在这条横线上作试验，用 2^2 的方法找到“ \square ”处最好，再通过在“ \square ”处的竖线上做实验，等等。~~

例川，上海热工仪表厂曾处理的问题就是本节提出来的、酸洗采用酸洗去金属元件的氧化皮的问题。经过分析后，将问题变为：附500毫升酸洗液；剂：水、硝酸和氯氟

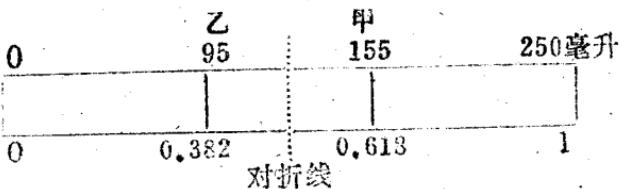


酸各放多少毫升最好?

根据经验和有关资料，他们原先拟定：硝酸加入量在0~250毫升范围内变化，氢氟酸在0~25毫升范围内变化，其余加水。这是一个双因素的问题。

这样的试验，如果采用排列组合的方式进行，若硝酸0~250毫升按2等分一等分，共分成50个等分。氢氟酸由0~25毫升按2毫升分一等分，共分成13等分。如此需要进行 $50 \times 13 = 650$ 次试验。这是既花时间又花物力的试验。我们用“优选法”得出的结果，氢氟酸的取值是33毫升，竟超出所试验的范围之外。因此，就是做遍650次也找不到这样好的酸洗液。

用“优选法”指导试验，第一步固定氢氟酸配比在变化范围0~25毫升的正中，假定加入量为13毫升，先对硝酸含量进行优选。具体方法是，把0~250毫升标在一张格子纸条上，用纸条长度表示试验范围。从0开始，按0.618的比例先找到第一个试验点甲为155毫升，作一次试验。然后将纸条对折起来，从中线左侧找到甲的对称点乙为95毫升，作



第二次试验(见图)。对比甲、乙二试验结果，知道甲比乙好，立即剪掉乙点左侧的纸条(即淘汰小于95毫升的试验点)，得出新的试验范围(即95至250毫升)，再将剩下纸条对折起来，折到甲的对称点丙为190毫升，作第三次试验(见图)。对比丙与甲的结果，知道甲比丙好，即将丙点右侧的纸条剪掉(即淘汰大于190毫升的试验点)，又得出新的试验范围(95~190毫升)，再同样对折找甲的新对称点作新的试验(见图)。如此循环，到第五次试验即找到硝酸配比最优为165毫升。第二步将硝酸含量固定为165毫升，用同样方

乙	甲	丙	乙	丁	甲	丙
95	155	190	95	130	155	190
0.382	0.613					

法对氢氟酸加入量进行优选，发现氢氟酸含量在边界点25毫升时，酸洗质量较好，说明原来给出的范围不一定恰当，决定在25~50毫升范围再进行优选，到第九次试验，找到氢氟酸最优点为33毫升。至此，共试验十四次，所找到的配方已经能很好地满足生产的需要了，因此试验结束。否则，还须再次将氢氟酸含量固定为33毫升，再用同样方法对硝酸含量进行优选，如此做下去。直到找到最优配方为止。这个例子说明，用“优选法”不仅能够多快好省地找到最优方案，而且可以纠正根据经验初步确定的范围不当的错误。

附记1. 上述合金酸洗液的选配问题，在过去两年里，曾进行过两次试验。一九六八年的试验失败了，一九六九年经过无数次试验，总算找到一种酸洗液配方，勉强可用；但酸洗时间达半小时，还要用刷子刷洗。

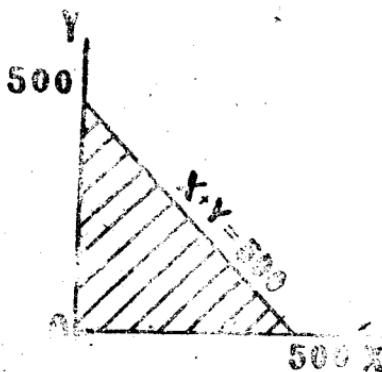
这次采用优选方法，不到一天时间，做了十四次试验，就找到了一种新的酸洗液配方。将合金材料放入这种新的酸洗液中，马上反应，三分钟后，氧化皮自然剥落，材料表面光滑毫无腐蚀痕迹。

附记2. 令X代表硝酸量，Y代表氢氟酸量；根据经验和有关资料，假定：

$$0 \leq X \leq 250 \text{ (毫升)}; 0 \leq Y \leq 25 \text{ (毫升)}.$$

如果没有经验和有关资料，只有如下条件：

$$X + Y \leq 500, 0 \leq X, 0 \leq Y.$$



我们如何处理？也就是如何进行选配？在这种情况下，上述的双因素方法仍可应用，但应注意在三角形之外的点不在考虑之列。更好的方法是改换变数：

$$Z = X + Y, X = TZ,$$

也就是我们令 Z ($0 \leq Z \leq 500$) 代表加入酸的总数量，而令 T ($0 \leq T \leq 1$) 代表硝酸占总酸量的成分并作为自变量。于是问题仍然归结为在长方形：

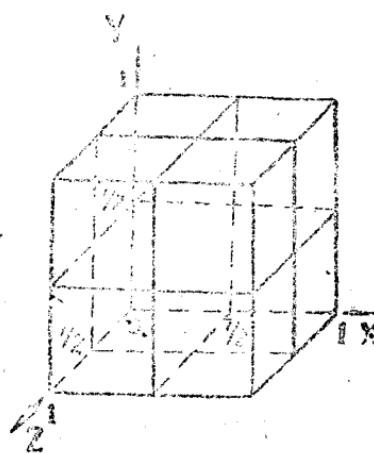
$$0 \leq Z \leq 500, 0 \leq T \leq 1$$

中求最优方案的问题。

5 多 因 素

(初看时，此节可略去。在有些实践经验，充分掌握了一两个因素的方法之后，再试看试用这一节。)

也许有人说，“折纸法”由于纸只有长和宽，只能处理两个因素的问题，两个因素以上怎么办？学过数学的可以用



“降维法”三个字来处理。只要理解了怎样降维，就可以迎刃而解了。以上两个因素问题的处理方法就是把“二维”降为“一维”的方法。

我们以上的根据是对折长方形，现在抽象成为“对折”长方体，也就是把长方体对中切为两半，大家知道共有三种

切法，在这三个平分平面上，找最优点，都是两个因素（固定了一个因素）的优选问题。这样在三个平分面上各找到了一个最优点。在这三点处，比较哪个点最好，把包有这一点的 $1/4$ 长方体留下，再继续施行此法。

举例说：如果在立方体

$$0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1, 0 \leq Z \leq 1$$

中找最优点。在三个平面：

$$X = \frac{1}{2}, 0 \leq Y \leq 1, 0 \leq Z \leq 1$$

$$0 \leq X \leq 1, Y = \frac{1}{2}, 0 \leq Z \leq 1$$

$$0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1, Z = \frac{1}{2}$$

上，各用双因素法找到最优点：

$$\left(-\frac{1}{2}, Y_1, Z_1\right), \left(X_2, -\frac{1}{2}, Z_2\right), \left(X_3, Y_3, -\frac{1}{2}\right).$$

看这三个点中哪个最好，如果 $\left(-\frac{1}{2}, Z_1, Y_1\right)$ 最好，而且

$$0 \leq Y_1 \leq \frac{1}{2}, 0 \leq Z_1 \leq \frac{1}{2} \text{, 则在长方体}$$

$$0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq \frac{1}{2}, 0 \leq Z \leq \frac{1}{2}$$

中继续找下去。如果 $0 \leq Y_1 \leq \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \leq Z_1 \leq 1$, 则在长方体

$$0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \leq Z \leq 1$$

中找下去等等。总之，留下来的体积是原来体积的 $-\frac{1}{4}$ 。

在实际操作过程中，在定出两平面上的最优点后，可以经比较，先去掉一半，然后再处理另一平面。