

高等工业学校試用教科书

普通物理学

(四年制适用)

下册

上海市高等工业学校物理学编写组编

上海科学技术出版社

下册 目录

第四編 振动与波动

第一章 振动学基础	1
§ 4-1-1. 谐振动	1
§ 4-1-2. 谐振动中的振幅、周期、频率和周相	4
§ 4-1-3. 谐振动的能量	7
§ 4-1-4. 单摆和复摆	8
§ 4-1-5. 同方向振动的合成 拍	11
§ 4-1-6. 相互垂直振动的合成	15
§ 4-1-7. 阻尼振动	19
§ 4-1-8. 受迫振动 共振	21
第二章 波动通論	24
§ 4-2-1. 机械波的产生和傳播	24
§ 4-2-2. 波的傳播速度 波长 波的周期和频率	28
§ 4-2-3. 波动方程	30
§ 4-2-4. 波的能量 能流	33
§ 4-2-5. 惠更斯原理	38
§ 4-2-6. 波的反射和折射	40
§ 4-2-7. 迭加原理 波的干涉	43
§ 4-2-8. 駐波	46
§ 4-2-9. 波的繞射	48
第三章 声学与超声波	50
§ 4-3-1. 声振动及声波 声波的速度	50
§ 4-3-2. 声压 声阻抗率 声强 声强级	53

§ 4-3-3. 声波的反射、折射、干涉、繞射和散射.....	57
§ 4-3-4. 声波的衰减 超声波射线 声波在媒质中的吸收和吸收系数.....	61
§ 4-3-5. 吸音系数 交混回响.....	64
§ 4-3-6. 超声波发生器.....	65
§ 4-3-7. 超声波的接收.....	74
§ 4-3-8. 超声波的特性和作用 空化作用.....	76
§ 4-3-9. 超声波的应用.....	78
第四章 电磁振荡和电磁波.....	84
§ 4-4-1. 振荡电路 无阻尼自由振荡.....	84
§ 4-4-2. 阻尼自由振荡.....	87
§ 4-4-3. 受迫振荡 电共振.....	89
§ 4-4-4. 电磁波的辐射和传播.....	93
§ 4-4-5. 电磁波的能量 烏莫夫-坡印廷矢量.....	97
§ 4-4-6. 赫芝实验.....	99
§ 4-4-7. 无线电波的发射和接收.....	101
§ 4-4-8. 电磁波谱	105
第五章 波动光学基础	107
§ 4-5-1. 关于光的本性的发展史概述	107
I. 光的干涉	110
§ 4-5-2. 光的相干性 相干光的获得法	110
§ 4-5-3. 光程 薄膜的颜色	117
§ 4-5-4. 弱尖的干涉 牛顿环	122
§ 4-5-5. 干涉仪 干涉现象在技术上的应用	127
II. 光的繞射	129
§ 4-5-6. 光的繞射現象	129
§ 4-5-7. 惠更斯-菲涅耳原理	131
§ 4-5-8. 单缝的繞射	132
§ 4-5-9. 繞射光柵 繞射光譜	138
§ 4-5-10. 光学仪器的鉴别率	144

§ 4-5-11. 倫琴射線的繞射 烏利夫-布喇格方程	146
III. 光的偏振.....	152
§ 4-5-12. 天然光和偏振光.....	152
§ 4-5-13. 反射和折射时光的偏振.....	154
§ 4-5-14. 光的双折射現象.....	158
§ 4-5-15. 惠更斯原理在双折射現象中的应用.....	161
§ 4-5-16. 起偏振棱鏡和起偏振片.....	163
§ 4-5-17. 振动面的旋轉.....	168
§ 4-5-18. 偏振光的干涉.....	170

第五編 近代物理学基础

§ 5-0-1. 近代物理学发展简史	174
第一章 狹义相对論基础	179
§ 5-1-1. 狹义相对論的实验基础和基本原理	179
§ 5-1-2. 伽利略坐标轉換式 經典力学的时空觀	184
§ 5-1-3. 洛倫茲坐标轉換式	186
§ 5-1-4. 狹义相对論的时空觀	188
§ 5-1-5. 狹义相对論关于質量和能量的两个結論	193
第二章 波和粒子	199
§ 5-2-1. 热辐射 发射本領 吸收系数和反射系数	199
§ 5-2-2. 基尔霍夫辐射定律	201
§ 5-2-3. 絶對黑体的辐射定律	203
§ 5-2-4. 光測高溫学	206
§ 5-2-5. 普朗克的量子假設	208
§ 5-2-6. 光电效应 斯托列托夫的研究工作	213
§ 5-2-7. 爱因斯坦方程 光子	216
§ 5-2-8. 光电效应的实际应用	219
§ 5-2-9. 倫琴射線的散射 康普頓效应	221
§ 5-2-10. 德布罗意波 物質的粒子性和波动性 电子繞射	225
§ 5-2-11. 电子显微鏡	231

第三章 原子物理学和量子力学基础	239
§ 5-3-1. 原子的核型結構及其实驗基础	239
§ 5-3-2. 原子光譜的規律性	244
§ 5-3-3. 鑑原子的理論	245
§ 5-3-4. 量子条件和量子数	250
§ 5-3-5. 量子力学发展史簡述	254
§ 5-3-6. 薛定諤方程	256
§ 5-3-7. 測不准关系——基本粒子的經典理論的应用範圍	259
§ 5-3-8. 薛定諤方程对氫原子理論的应用	263
§ 5-3-9. 門捷列夫元素周期系	267
第四章 半导体	272
§ 5-4-1. 半导体的一般物理性质	272
§ 5-4-2. 半导体的能带	275
§ 5-4-3. 半导体的导电原理	279
§ 5-4-4. 半导体的实际应用	282
第五章 原子核物理学基础	289
§ 5-5-1. 天然放射性 放射性的衰变規律	289
§ 5-5-2. 位移定則 放射性元素系	292
§ 5-5-3. 人为的原子核轉变 中子及其性质	296
§ 5-5-4. 正电子 人为放射性	299
§ 5-5-5. 产生高能粒子的現代方法	302
§ 5-5-6. 原子核的組成 原子核的結合能 核力与核模型	310
§ 5-5-7. 宇宙射線	320
§ 5-5-8. 基本粒子及其相互轉变 物質形式的多样性及其相互联系的表現	325
第六章 原子能的释放及其在动力方面的应用	330
§ 5-6-1. 重核的分裂 鏈式反应	330
§ 5-6-2. 原子能反应堆	335
§ 5-6-3. 原子能发电站 原子能在动力方面的其它的应用	339
§ 5-6-4. 輕元素的聚变 热核反应	340
§ 5-6-5. 爆炸式的热核反应 氢彈	342

§ 5-6-6. 热核反应的人工控制	344
第七章 放射性同位素的应用	351
§ 5-7-1. 放射性强度及剂量的单位	351
§ 5-7-2. 放射性探测原理	352
§ 5-7-3. 云雾室 厚层照相底片	353
§ 5-7-4. 电离室型探测仪器	355
§ 5-7-5. 脉冲探测仪器	357
§ 5-7-6. 闪烁计数器	362
§ 5-7-7. 中子的探测	363
§ 5-7-8. 放射性同位素应用原理	363
§ 5-7-9. 放射性同位素在工业上的应用	366
§ 5-7-10. 示踪原子在工业上的应用	373
§ 5-7-11. 射线对人体的影响及射线病	376
§ 5-7-12. 射线的防护与放射性同位素的安全使用	377
結束語	379

第四編 振动与波动

第一章 振动学基础

§ 4-1-1. 譜振动

物体在一定位置附近作来回往复的运动称为振动。例如，摆的运动，气缸中活塞的运动等，都是可以直接看到的振动。又如，一切发音体的运动，机器开动时各部分的微小运动，固体中分子的热运动等，则是不易或是不能直接看到的振动。

我們先用彈簧振子來說明譜振动。在左端固定的輕彈簧的右端系一物体，将物体略为移动后，物体就在彈簧力的作用下作左右来回的运动。这种振动系統称为彈簧振子。为了使討論較为简单，我們把彈簧振子穿在光滑的水平玻璃棒上（图4-1-1），以避免重力对运动的影响。

設物体在位置 O 时，
彈簧作用在物体上的
力是零，这个位置是
物体的平衡位置。現在
把物体向右移到位
置 B ，这时彈簧被拉

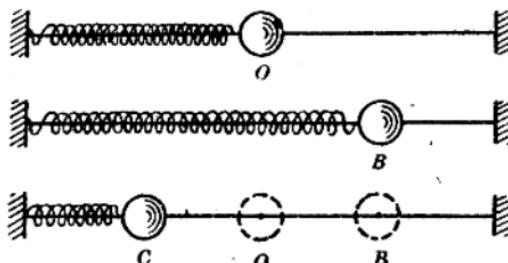


图 4-1-1. 弹簧振子的振动

长，相应地有指向左方即指向平衡位置的力作用在物体上，使物体返回平衡位置。当物体回到平衡位置时，彈簧的作用力等于零，但

因為物体在返回時獲得速度，由於慣性作用，物体並不停止運動而繼續向左移動。當物体在平衡位置左边時，彈簧被壓縮，所以物体所受的力指向右方即指向平衡位置。這時力的作用是阻撓物体運動，直至物体靜止在位置 C。在這以後，物体在彈性力的作用下向右移動，情形和上述向左移動相似。這樣，在彈簧的力的作用下，物体就在平衡位置左右方向作來回重複的振動。

取平衡位置 O 為 x 軸的原點，並設 x 軸的正向向右。按照虎克定律，物体所受彈簧的彈性力 f 和彈簧的伸長或物体以平衡位置為起點的位移 x 的關係是

$$f = -kx,$$

式中 k 是彈簧的倔強系數，負號表示力和位移的方向相反。設物体的質量為 m ，根據牛頓第二運動定律，它的加速度是

$$a = \frac{f}{m} = -\frac{k}{m}x.$$

因為 k 和 m 都是正數，所以它們的比值可用另一恒量 ω 的平方來表示，即令

$$\frac{k}{m} = \omega^2, \quad (4-1-1)$$

代入上式，得

$$a = -\omega^2 x \quad (4-1-2)$$

或

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \quad (4-1-2a)$$

上式指出，物体的加速度 a 恒與位移 x 反向。所以上述振動的特徵是加速度和位移恒正比而反向，我們把這種振動稱為諧振動。由上可知，物体在彈性力作用下發生的運動是諧振動。

根據微分方程理論，式(4-1-2a)的解是

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (4-1-3)$$

式中 A 和 φ 是两个恒量，它们的意义和数值将在后面讨论。又因为 $\cos(\omega t + \varphi) = \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ ，所以如令 $\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2}$ ，则式(4-1-8)可改写为

$$x = A \sin(\omega t + \varphi') \quad (4-1-3a)$$

式(4-1-8)或(4-1-3a)都是谐振动的运动方程(位移和时间的关系式)。因此，物体作谐振动时，位移是时间的正弦或余弦函数。所以我們也可以說，位移用时间的正弦或余弦函数来表示的振动称为谐振动。为确定起見，在本章中我們用余弦函数来表示谐振动。

下面我們再用几何的方法来研究谐振动中位移和时间的关系，并同时求出谐振动中速度、加速度和时间的关系。如图 4-1-2 所示，設有质点 M 以匀角速度 ω 在半径为 A 的圆周上运动，那

么它在直径 BC 上的投影 P 点就在 BC 上作来回的运动。設在 $t=0$ 时， M 点在 M_0 处，半径 OM_0 和 OB 间的角是 φ 。經過时间 t 后， M 点到达 M 处，半径 OM 和 OB 间的角变为 $\omega t + \varphi$ ，这时投影 P 离开圆心的位移是

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

因为 M 点的角速度是 ω ，半径是 A ，所以它的速度是 ωA ，在切线方向；而它的加速度是 $\omega^2 A$ ，指向圆心。 P 点既是 M 点在 BC 上的投影，可知 P 点的速度 v 和加速度 a 分别是 M 点的速度和加速度在 BC 上的分量，即

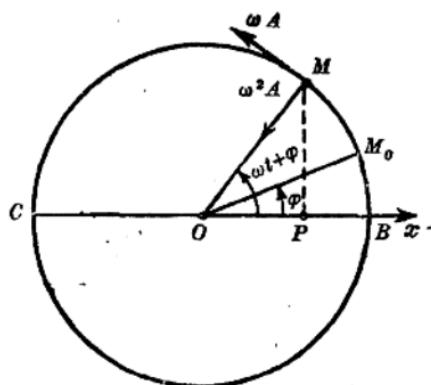


图 4-1-2. 质点谐振动的参考圆

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi); \quad (4-1-4)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \quad (4-1-5)$$

把位移方程式代入加速度方程式，得

$$a = -\omega^2 x.$$

这就是諧振動的定義。由此可知，當質點作匀速圆周运动時，它在直徑上的投影的運動是諧振動。上述方法同時告訴我們，當質點作諧振動時，它的位移、速度和加速度都是時間 t 的余弦或正弦函數。

應該注意，諧振動是 M 点的投影 P 点在直徑 BC 上的運動，不是 M 点本身在圓周上的運動。 M 点的運動在這裡只有輔助的

意義，所以我們稱 M 点為輔助点，稱它所走的圓為參考圓。

如以 t 为横坐標，位移、速度和加速度為縱坐標，就可畫出三條曲線，如圖 4-1-3 所示（圖中假定 $\varphi=0$ ）。從三條曲線，可以清楚地看出諧振

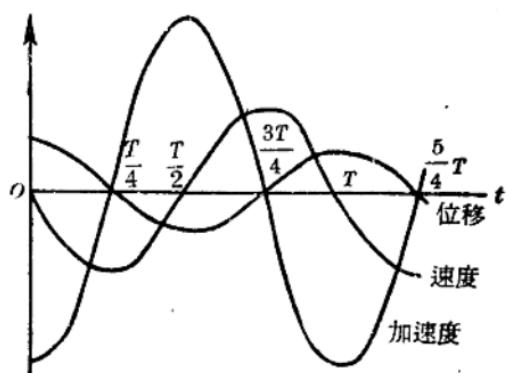


圖 4-1-3. 諧振動的位移、速度和加速度與時間的關係

動中的位移、速度和加速度的周期性，就是說，它們都在每隔一定的时间后，重複一次原來的數值。所以諧振動是一種周期運動。

§ 4-1-2. 諧振動中的振幅、周期、頻率和周相

現在來說明諧振動方程 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ 中各量的意義。式中 A 為振幅。因余弦的絕對值不能大於 1，故 x 的絕對值不能大於 A ，可知振幅 A 是振動點離開平衡位置的最大位移。

式中 $(\omega t + \varphi)$ 称为振动的周相，这是个极其重要的物理量，由式(4-1-3)可知，当 A 为已知时，根据周相的大小，可以决定振动点在某一时刻 t 的位置。不仅如此，由于振动是质点所作的往复周期性运动，所以在一个完全振动的过程中（即来回一次），任何一个位置，质点都将两次经过它。但每次通过的方向不同。例如，在图 4-1-2 中，当 $(\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2}$ 时， P 点的位置是 O 点，运动方向向左；当 $\omega t + \varphi = \frac{3\pi}{2}$ 时， P 点的位置也是 O 点，而运动方向向右。由此可见，振动的周相不仅决定振动点在任一时刻 t 的位置，而且也决定这时质点运动的方向。恒量 φ 是 $t=0$ 时的周相，称为振动的初周相，简称初相，从图 4-1-2 上可知， φ 的数值决定于我们开始计算时间的时刻。

对于辅助点 M 而言， ω 是角速度，对于谐振动而言， ω 称为圆频率。辅助点 M 旋转一周所需的时间是

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (4-1-6)$$

这就是振动点 P 完成一个完全振动（来回一次）所需的时间，称为振动的周期。周期的倒数称为频率，它代表单位时间内振动点所作完全振动的次数。频率的单位是每秒振动一次，称为 [赫芝]。例如，频率为 200 [赫芝] 就是在一秒钟内振动 200 次。用 v 代表频率，则

$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (4-1-7)$$

或

$$\omega = 2\pi v. \quad (4-1-7a)$$

因此，圆频率表示振动点在 2π 秒时间内所作的振动次数。谐振动方程也常用频率或周期表述：

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right),$$

或

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \varphi)。$$

由上所述，可知諧振動的周期（或頻率）、初相和振幅三個量完全確定一個諧振動。現在說明在具體問題中何種因素決定這三個量。

彈簧振子的圓頻率是 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ，所以周期和頻率分別是

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

因為質量 m 和倔強系數 k 代表彈簧振子本身的性質，所以上述兩式說明，當振動系統作自由振動時，它的周期或頻率完全由系統本身性質所決定。我們常稱之為固有周期或固有頻率。在其它自由振動例子中也可得到同樣結論。但因振動系統的性質各不相同，所以周期與頻率的具體公式也有所不同。

對於一定的振動系統 (ω 為已知)，還可以有振幅不同和初相不同的振動。但是不論一個振動的振幅和初相的數值為何，它的位移和時間及速度和時間的關係總是

$$x = A \cos(\omega t + \varphi), \quad v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi).$$

所以，如果已知某一時刻的 x 值和 v 值，那麼振幅 A 和初相 φ 就可從上述兩方程式求出。設在 $t=0$ 時，初位移是 x_0 ，初速度是 v_0 ，則 $x_0 = A \cos \varphi, \frac{-v_0}{\omega} = A \sin \varphi$ 。把這兩式平方相加，再在等式兩邊開方，得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}},$$

再把兩式相除，得

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0}.$$

初位移和初速度稱為起始條件或位速條件。上述結果說明，對於一定的振動系統，諧振動的振幅和初相由起始條件或位速條件所

决定。

最后，还应该指出，在讨论几个频率相同的振动时，它们的初相所具有的物理意义。设有三个质点 A_0 、 A_1 及 A_2 在同一方向，以相同的频率、不同的初相在振动着，其具体形式为：

$$A \cos \omega t, A \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ 及 } A \cos(\omega t + \varphi_2)。$$

因它们的频率相同，所以不管计时原点如何选择，它们的周相差总等于初相之差，因而保持不变。图 4-1-4 是 A_0 、 A_1 及 A_2 的振动图解，如果不选择 A_0 到达最大位移的 t_0 点作为计时原点，而取 A_1 到达最大位移的 t_1 点作为计时原点，则我们

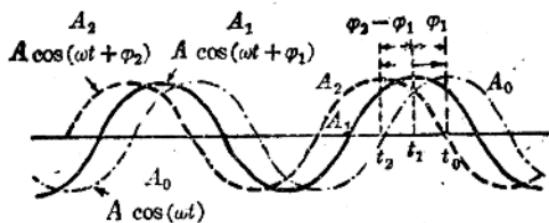


图 4-1-4. 三个谐振动的周相差

就说，形式为 $A \cos \omega t$ 的振动，在周相上较它落后一角度 φ_1 ，而形式为 $A \cos(\omega t + \varphi_2)$ 的振动，在周相上较它超前一角度 $\varphi_2 - \varphi_1$ 。在周相落后的 A_0 ，它的振动余弦曲线将在横轴上向右移动一个距离 φ_1 ，而周相超前的 A_2 ，它的振动余弦曲线将位于 A_1 左边一个距离 $\varphi_2 - \varphi_1$ 。由此可见，两个同频率振动的周相差，决定了在任何时刻 t 两个相同的振动状态在横轴上的距离。

§ 4-1-3. 谐振动的能量

现在用图 4-1-1 的弹簧振子来说明谐振动的能量。设物体的质量为 m ，在某一时刻的速度为 v ，则物体的动能是 $\frac{mv^2}{2}$ 。再设在这时刻，物体的位移即弹簧的伸长为 x ，弹簧的倔强系数是 k ，则弹簧还具有位能。如果把弹簧在原长时（即伸长 x 为零时）的位能算作零，那么，在弹簧伸长为 x 时弹性位能的数值等于从伸长为 x 变到伸长为零时弹性力所作的功。因为弹性力是变力，正比于

伸长，所以伸长为零时，彈性力为零，伸长为 x 时，彈性力为 kx ，因而伸长从 x 变到零时，彈性力的平均数值是 $\frac{1}{2}kx$ ，于是所作的功为 $\frac{1}{2}kx \cdot x = \frac{1}{2}kx^2$ 。这就是伸长为 x 时弹簧所具有的彈性位能。因此弹簧振子振动时的总能量是

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2。$$

在振动过程中， v 和 x 都随时间而变，所以动能和位能也都随时间而变。把 v 和 x 的方程代入上式，得

$$W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)。 \quad (4-1-8)$$

因 $\omega^2 = \frac{k}{m}$ 或 $k = m\omega^2$ ，所以代入上式，得

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}m\omega^2A^2(\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2。 \end{aligned} \quad (4-1-9)$$

当一定的弹簧振子作一定的谐振动时， m 、 k 和 A 都是恒量，因此上式说明尽管动能和位能都随时间变化，但谐振动的总能量在振动过程中是一个恒量。这结论和机械能守恒定律符合。

上式又说明，对于一定的振动系统，振动的总能量同振幅的平方成正比。这一结论在其它形式的振动中也是正确的。

应该指出：不仅在机械运动中有谐振动，在其它形式的物质运动中，也有谐振动。例如在无线电学、波动光学中，电流、电位差、电动势或电场强度等等的变化，也常常是时间的正弦或余弦函数，这些运动的规律和机械的谐振动相同，所以在力学中虽然只能讨论了机械的谐振动，但是它的理论可以广泛地应用。

§ 4-1-4. 单摆和复摆

单摆和复摆的运动也是谐振动的例子。

单摆 在不会伸长的轻线下端，悬挂不大的重物，略为移动后，物体就在铅直面内来回摆动，这种装置称为单摆或数学摆（图 4-1-5）。线的铅直位置是摆的平衡位置。

现在来分析摆锤的圆弧运动在切线方向的性质。在切线方向，摆锤所受的作用力是重力在这方向的分力。当摆线和铅直方向作 θ 角时，重力的切向分力 f 为

$$f = P \sin \theta = mg \sin \theta.$$

当 θ 角很小时（5 度以下），圆弧可以近似地看成直线，分力 f 也可近似地看作沿这直线作用。现取这直线为 x 轴，并设 l 为摆长，则因 $\sin \theta \approx \frac{x}{l}$ ，所以

$$f = -\frac{mg}{l}x,$$

式中负号表示力和位移的方向相反。这种力和弹性力类似，所以称为准弹性力。按照牛顿第二运动定律，物体的加速度是

$$a = \frac{f}{m} = -\frac{g}{l}x.$$

因摆长 l 和重力加速度 g 都是恒量，所以上式说明，加速度和位移正比而反向。换句话说，当摆角很小时，单摆的振动是谐振动。

和諧振动的定义 $a = -\omega^2 x$ 比较，可知单摆振动时的圆频率是

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

周期是

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

因此，当摆角很小时，单摆有一定的周期，这周期是由摆长 l 和单摆所在地点的重力加速度 g 所决定。因此单摆的周期也是由振动系统本身的性质所决定的。

单摆是测定重力加速度的最简单而准确的仪器。在一定地点测定单摆的周期 T ，利用上式就可算出 g 来。在地球上不同地点测出单摆的周期，就可以发现各地的重力加速度是不相同的。

复摆 弹簧振子和单摆的振动都是平动，但振动也可以是转动。如果物

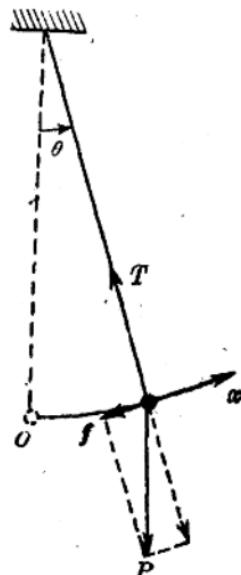


图 4-1-5. 单摆

物体轉動時，角加速度 β 和角位移 θ 成正比而轉向相反，即

$$\beta = -\omega^2 \theta.$$

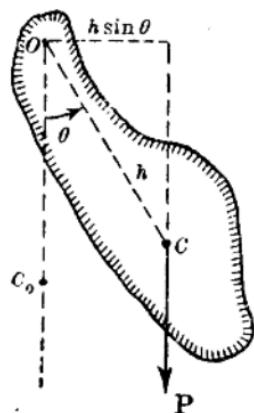


图 4-1-6. 复摆

那么这种运动就称为轉动的諧振动或角諧运动。

我們現在用复摆來說明这种諧振动。任何一个能够在重力作用下繞水平轉軸摆动的刚体都称为复摆或物理摆（图 4-1-6）。設 O 点代表复摆的轉軸， C 点为复摆的重心，重心离轉軸的垂直距离为 h ，摆的质量为 m 。在平衡位置时，重心在通过轉軸的鉛垂线上 (C_0 点)。經扰动后，复摆将繞轉軸左右摆动。在某一时刻，当摆离开平衡位置的角位移是 θ 时，重力 P 的作用綫离开轉軸的垂直距离是 $h \sin \theta$ ，所以重力对轉軸 O 的力矩是

$$M = -Ph \sin \theta = -mgh \sin \theta,$$

式中負号表示力矩和角位移的轉向相反。設 J 为复摆对轉軸的轉动慣量，则根据轉动定律 $M = J\beta$ ，得复摆的角加速度为

$$\beta = -\frac{mgh}{J} \sin \theta.$$

当 θ 很小时， $\sin \theta$ 可代以近似值 θ ，故

$$\beta = -\frac{mgh}{J} \theta.$$

因 $-\frac{mgh}{J}$ 是恒量，所以上式說明，角加速度和角位移正比而轉向相反。即在摆角很小时，复摆的运动是轉动的諧振动。

和式 $\beta = -\omega^2 \theta$ 比較，得复摆的圆频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{J}},$$

周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgh}}.$$

由上可知，复摆的周期也是由振动系統本身的性质所决定的。和单摆一样，复摆也可用作测定 g 的仪器。

很容易証明，单摆作諧振动时，它的位移、速度和加速度都是时间的余弦或正弦函数。同样，复摆作諧振动时，它的角位移、角速度和角加速度也都是

时间的余弦或正弦函数。也很容易证明，单摆和复摆的振幅和初位相也是由起始条件所决定的。

[例题 1] 一轻弹簧受 3 [千克力] 的作用时，伸长为 9 [厘米]。今在此弹簧下端悬一重量 $P=2.5$ [千克力] 的重物。求此重物振动时的周期。

[解] 弹簧受 3 [千克力] 时，伸长为 9 [厘米]，所以弹簧的倔强系数是

$$k = \frac{3 \text{ [千克力]}}{9 \text{ [厘米]}} = \frac{1 \text{ [千克力]}}{3 \text{ [厘米]}},$$

注意上式所用单位为混合制。由弹簧振子的周期公式，可求出周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gk}},$$

式中长度的单位要用 [厘米]，力的单位要用 [千克力]，代入已知数字，得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2.5 \times 3}{981}} = 0.55 \text{ [秒]}.$$

[例题 2] 续上题，若在开始时将重物从平衡位置拉下 6 [厘米]，然后放开任其自由振动，求振动方程及振动能量。

[解] 取向下的方向作为位移的正向，并取重物的平衡位置作为原点，则从题意，初位移为 $x_0=6$ [厘米]，而初速度为 $v_0=0$ 。所以振动的振幅和初周相为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = x_0 = 6 \text{ [厘米]},$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{v_0}{\omega x_0} \right) = 0.$$

所以振动的方程是

$$x = A \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi \right) = 6 \cos \frac{2\pi}{0.55} t = 6 \cos (3.6\pi t).$$

振动的能量是

$$W = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 6^2 = 6 \text{ [千克力][厘米]} \\ = 0.06 \text{ [千克力][米].}$$

§ 4-1-5. 同方向振动的合成 拍

有时我们会遇到一种运动，在这运动中，质点同时参与两个振动，例如，当有两个声波同时传播到空间某一点时，该点空气质点