铁路职工教材

高中代数教学参考材料

下册

杭州铁路局编

人民铁道出版社

铁路职工教材

高中代数教学参考材料

下　冊

杭州鉄路局编

人民鉄道出版社出版

(北京市霞公府17号)

北京市書刊出版业营业許可証出字第010号

新　华　書　店　发　行

人民鉄道出版社印刷厂印

書号1721　开本787×1092 $\frac{1}{32}$　印张1 $\frac{1}{2}$　字数41千

1960年7月第1版

1960年7月第1版第1次印刷

印数 0,001—5,300 冊

統一書号：K7043·90　定价 (7) 0.17 元

目 录

第七章 排列、組合

一、教学目的：

1. 使学員理解排列、組合的意义，从而能应用排列数和組合数的公式以解决生产实际問題。

2. 使学員理解組合数的性質，并为学习下一章"二項式定理"作好准备。

3. 通过本章的教学，培养学員分析問題的能力。

二、教材研究：

1. 排列、組合在高中代数課本中是一个比較独特的部份，在高中代数里来討論它，其意义在于：一方面利用排列、組合的知識可以解决一些生产建設上和日常生活中常会碰到的实际問題，而且排列、組合是一种需要較强思考力的題材，通过它的学习，可以进一步培养学員的思考能力；另一方面排列、組合是学习二項式定理的基础，并且在学习它时还可联系以前学过的有关恒等变换和解方程的知識达到进一步巩固和深化的目的。

实际上学习排列、組合这一章的意义还不止于此，排列的概念对于行列式的理論是必需的；排列和組合的知識对于在社会生活和軍事上有着巨大的应用，而且它还是数学科学中重要項目概率論的基础。

由于本章教材主要使学員初步了解排列和組合的知識以及为学习"二項式定理"打下基础。所以本章只討論排列、組合中最簡单而且又是最主要的情形。

2. 課本里的"在本書中，只研究从 m 个各不相同的元素里每次取出 n 个（$1\leqq n\leqq m$）各不相同的元素的排列（或者組合）。"以上是說明在本書內只研究不准重复的排列和組合的問題，很明显，研究不准重复的排列和組合問題必然是：$1\leqq n\leqq m$。如果研究准許重复的排列和組合問題，則 n 就不一定小于或等于 m，例如我們可以从

1、2、3三个数字組成四个数字的号碼，如1111，1112，1123，………。

3. 排列問題和組合問題的区别，只在于元素的順序是否有关和无关。要研究一个問題是排列問題还是組合問題，只要用一个排列或組合，把里面的元素調換位置，如果得到不同的結果，这个問題就是排列問題；如果得到相同的結果，这个問題就是組合問題。例如：“从三个人中选出两个人来当正副組长有多少种选法”是一个排列問題；因为甲当正組长、乙当副組长与乙当正組长、甲当副組长是不同的。又例如“从三个人中选出两个人来組成代表团，則代表团的組成有多少种”是一个組合問題；因为甲和乙組成代表团与乙和甲組成代表团是同一种的組成。

4. 排列与排列的种数（或簡称排列数）是不同的，排列的种数是問排列的种數有多少？也就是說求A_m^n（准許重复的排列的种数不用这个記号表示），課本§95通过：介紹表示排列种数的符号，得出每一种具体情形下的計算公式（如$A_m^1=$？，$A_m^2=$？等等），然后归納上述的一些式子得出排列数的計算公式。由于課本上的討論是使用不完全的归納法，所以在学完下一章§98的数学归納法后，还可以通过习題（习題二十三第5題之1）再来研究这个問題。

为了使学員不致于形式主义的死套公式和不能算一些比較复杂的实际問題，所以在講解該公式时，使学員掌握作为該公式的精神实質的概率論的基本原理“若第一件工作完成的方法有m种，第一件工作完成后完成第二件工作的方法有n种，則連續完成这两件工作的方法共有$m\cdot n$种”是必要的。

A_m^n的公式为

$$A_m^n=m(m-1)(m-2)\cdots\cdots(m-n+1),$$

最后的因子$m-n+1$是由A_m^1，A_m^2，A_m^3，A_m^4，A_m^5……的最后的因子推出来的。

A_m^1 的最后的因子$=m=m-1+1$,

A_m^2 的最后的因子$=m-1=m-2+1$,

A_m^3 的最后的因子$=m-2=m-3+1$,

A_m^4 的最后的因子$=m-3=m-4+1$,

A_m^5 的最后的因子$=m-4=m-5+1$,

……………………………………………,

所以A_m^n 的最后因子$=m-n+1$。

5. 全排列数的討論，課本是由排列数公式A_m^n 中，当 $n=m$ 时，而导出全排列数的公式 $P_m=m!$ 的。这里并引进了 m 的阶乘的意义和表示法。

对于 $P_m=1\cdot2\cdot3\cdots\cdots m$ 也可以进行如下的解释：在放置第一个元素时只有一种方法"a"；在放置第二个元素时可以有两种方法，放在第一个元素的左边或是右边"ba、ab"，在放置第三个元素时对于上面的每一种情形，把第三个元素放在它俩的左边、右边或是中間"cba、bac、bca、cab、abc、acb"以下可类推，所以 $P_m=1\cdot2\cdot3\cdots\cdots m$。

6. 习题二十一第13题（2）中的$A_m^n=\dfrac{m!}{(m-n)!}$是排列种数計算公式的另一种形式，这种形式的目的不是为了計算排列数而是为了以后导出組合种数計算公式的第二种形式和証明含有排列数的恒等式的需要。

7. 組合与組合的种数（簡称組合数），同样是有区別的。組合的种数是問組合的种数有多少，也就是說求C_m^n，課本§96也是通过：介紹表示組合种数的符号，得出每一种具体情形下的計算公式（如$C_m^2=?$，$C_m^3=?$ 等等），然后归納得出表示組合种数的一般公式。

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{m(m-1)(m-2)\cdots\cdots(m-n+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots n}。$$

这里也应着重使学員知道这个公式的最基本的依据，就是：为了做出m个元素中取n个元素的組合数，可以先作出m个元素中取n个元素的排列，然后再把若干个（Pn个）只有順序不同的排列归結为一种組合。

8．§97是介紹組合的性質，它主要有下面两种：

（1）第一性質$C_m^n = C_m^{m-n}$。討論这个性質的目的为了簡化計算（当$n > \frac{m}{2}$时）与替学习二項展开式系数的对称性作准备。課本上导出这个性質的方法是借助于恒等变换。

（2）第二性質$C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$。这一性質是有关“二項展开式系数性質”和“其他組合恒等式”的証明的。对于导出这个性質的方法，課本上也是借助于恒等变换。課本上沒有把这个性質作为主要内容，仅当作例題来討論（見§97例4），所以在总結时可以把它归納在性質內。

9．在公式$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$里，当$m=n$时，分母里的因子$(m-n)!=0!$，要使公式在$m=n$时也能适用，就必須給予$0!$的意义。我們知道$C_m^m = 1$，$C_m^m = \frac{m!}{m!(m-m)!} = \frac{1}{0!}$，因此$0!$唯一可能的值只有1（这样的討論不是証明$0!=1$，而是說如果公式$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$，当$m=n$时也能适用，那末$0!$应当怎样来定义），由此我們給出$0!$的定义，規定：$0!=1$。

为了使公式$C_m^n = C_m^{m-n}$在$m=n$时有意义，就必須規定C_m^0的意义，我們知道$C_m^m = 1$，因此我們就規定$C_m^0 = 1$（C_m^0可以表示从m个不同元素中不取出来的組合数，所以只有一种，这样規定并不脫离实际）。

10. 关于排列、組合的知識的应用，課本是通过例題和习題来貫徹的，大致分为两类：

（1）应用排列数組合数公式来解应用題：演算排列、組合的問題是沒有一定的方法可以遵循的，而且計数的結果往往得到很大的数，要驗証这个結果的正确性也是有很大困难的。因此，在演算一个問題时，我們必須很好的把这个問題詳細的分析，把各方面都考慮到，一般的問題，要注意下面两点：

1）首先判定这个問題是一个排列問題还是一个組合問題（判定方法可参看教材研究3）

2）在問題里，有沒有条件限制？例如习題二十一第5題(2)：由0、1、2、3、4、5六个数字作一个不同数字的五位数，这个問題就有条件限制，就是五位数的万位上数字不能为0，否则就不是五位数，这样的問題，一般的最好先演算受条件限制的那一部份，而后再演算其余的部份，在这个問題里，我們知道，万位上的数字有5种方法选择（即1、2、3、4、5五个数字里任选一个），而千位上数字、百位上数字、十位上数字和个位上数字就在其余的五个数字（即除去万位上已选定的数字外）里任选四个的排列。因此，我們有$5\times A_5^4=5\times120=600$，即得到不同数字的五位数共有600个。

在演算排列和組合的問題时，往往要把排列数或組合数相加或相乘。学員常不易判別在什么时候应当用乘法，在什么时候应当用加法。我們知道，如果在每次所取的既要有甲，又要有乙，这时就要把甲的排列数或組合数与乙的排列数或組合数相乘。例如，习題二十二第8題（1），要在9个泥工中选出2人、7个木工中选出2人来成立一个小組，这样的問題說明这个組里既要有2个泥工，又要有2个木工，所以选的方法共有$C_9^2\times C_7^2$种。事实上，每一种2个泥工的选法，总可以和木工的C_7^2种选法里的每一种选法成立一組。泥工选法共有C_9^2种，所以总共选法有$C_9^2\times C_7^2$种。这个問題如果改为，“选出的4人小組，必須都是泥工或者都是木工”。那末每次所取的是泥

工也可以，是木工也可以，二者只取其一，这样就用加法，即共有$C_9^1+C_7^4$种选法。

总之，要演算排列或組合的应用問題，是沒有一定的法則的，应当首先把問題的各方面考慮到。

（2）应用排列、組合的知識于恒等变換和解方程：課本上§95的例3，§97的例3，例4；习題二十一的第1、2、1、1'題以及习題二十二的第1、11、12題都是屬于这一类的。粗略的分一下，它又可以分为下面三种：

1）屬于恒等变換的，計算含有排列数与組合数的式子的值；

2）証明含有排列数或組合数的恒等式；

3）求含有排列数或組合数的方程的解。这些問題的教学，可以达到巩固和深化的目的。

三、教学建議（按节分別說明）

§95 排列

1. 教学要求：

（1）使学員理解排列的意义和排列数的公式；

（2）使学員学会排列問題的解法。

2. 教学注意事項：

（1）在講解排列的概念时，应从具体問題出发，說明研究它的必要，可以用課本上的例子来講解排列的意义。此外也可以补充些例子来說明，例如：“設一条支綫有五个車站，那末这条支綫要准备几种車票？”

（2）在講解排列定义时，要着重指出下面几点：

1）順序有关，为下面講解組合作好准备；

2）課文中的$1\leqq n\leqq m$是說明本書只研究不重复的排列；

3）用課本的例題說明每一种选法就是一个排列。

（3）在学員已理解排列的意义后，說明：我們所討論的不是問如何排列，而是求排列的种数（学員在初学习这一章时，往往不知道

要求什么，所以要說明这一点），指出記号A_m^n是只表示从m个不同的元素里每次取出n个不同元素的排列数。

（4）由分析排列的規律导出$A_m^1=m$，$A_m^2=m(m-1)$，……，再把这个規律归納为一般化，即导出：$A_m^n=m(m-1)(m-2)\cdots\cdots(m-n+1)$。

再由A_m^n导出$P_m=m!$。講解阶乘时,应指出$m!$里的$m\geq1$；并且指出較大数的阶乘是較小数的阶乘的倍数。例如：$5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5$，而$3!=1\cdot2\cdot3$，所以$5!=5\times4\times3!$。由此，就可很容易求得$4!=4\times3!=24$，$5!=5\times4!=120$，$6!=6\times5!=720$等等。

（5）当学員已理解关于排列数的公式后，就可通过例題来講解如何将公式运用到实际問題中去。

講解例1后，可以提出：如果沪杭綫有x个站，那么在本綫内，各站相互間不同的硬席車票有多少种？

（6）講解例2、例3后，可以再在习題二十一中把第5題（2）和第13題（2）来当作补充例題講。

（7）习題二十一中可挑选一些題目作为課堂作业。

§96 組合　§97 組合的性質

1. 教学要求：

（1）使学員理解組合的意义、組合数公式及其性質；

（2）使学員学会組合問題的解法。

2. 教学注意事項：

（1）先复习排列的意义及排列数的公式，然后通过課本中的例子来講解組合的意义。并着重指出排列与組合的区別（排列与順序有关，組合是不管順序的）。

（2）指出：課文中的$1\leqq n\leqq m$，是說明本章只研究不准重复的組合，于是闡明，我們討論的不是如何組合，而是求組合的种数。

并且介紹記号C_m^n。

（3）組合数的公式可按照課本的規律，然后归納成一般公式，

$$C_m^n=\frac{m(m-1)(m-2)\cdots\cdots(m-n+1)}{1\cdot2\cdot3\cdots\cdots n}。$$

在导出公式后，应使学員知道該公式的分子和分母都是n个連續自然数的乘积，分子中最大的是m，分母中最大的是n。

（4）对于§97的教学，可通过$C_m^n=\frac{m!}{n!(m-n)!}$和$C_m^{m-n}=\frac{m!}{(m-n)!n!}$来导出$C_m^n=C_m^{m-n}$。指出：这个公式非常重要，今后常要用到。在目前来說，可由这个公式将$n>\frac{m}{2}$的組合数C_m^n化成C_m^{m-n}，这时$m-n$就小于$\frac{m}{2}$，因此在計算时就比較方便。如C_{100}^{97}可化成C_{100}^{3}来計算。

（5）对于公式$C_m^n=\frac{m!}{n!(m-n)!}$和$C_m^n=C_m^{m-n}$，要說明：如果要使$m=n$时公式有意义，就必須給于$0!$、$C_m^0$定出意义。从而講解$0!$和$C_m^0$的意义（見教材研究9）。

（6）講解例2的解1时，要講清下列两点：

1）选出3个人里至少要有1个是司机的情况有三种（即3人中1个是司机、2个是司机或者3个都是司机）；

2）对于$C_5^1C_9^2$种、$C_5^2C_9^1$种应講清为何用乘法（可參考教材研究10）。

講解例4后，应指出这是組合的另一性質。

（7）习題二十二第4題可以作为例題講解，解法如下：

在18个人中选6个人为甲組，有C_{18}^6种分組法；这时在其余12人中选6个人为乙組有C_{12}^6种分組法；同时最后剩下的6个人成为丙

組，有C_6^6种分組法。因此共有$C_{18}^6 \times C_{12}^6 \times C_6^6$种分組法。

第八章　二項式定理

一、教学目的：

1. 使学員能掌握数学归納法的原則，从而学会数学归納法的应用。

2. 使学員理解二項式定理并能应用它来解决有关問題。

3. 通过数学归納法与二項式定理的教学，发展学員的邏輯思維，培养他們的辯証唯物主义观点。

二、教材研究：

1. 本章教材首先扼要地介紹数学归納法，然后从二項式的連乘积导出二項式定理，从而再講解它的性質。本章教材可分为下列两个部分：

（1）数学归納法（§98）；

（2）关于二項式定理（§99——§101）。

2. 归納法是人們認識自然与社会現象的一种方法，通过对某些部分事物的研究，得出它們的共同的性質，来断定与它們同类事物也都具有这种性質，也就是由“特殊”过渡到“一般”，此种推理的方法，叫做归納法。

归納法有完全归納法与不完全归納法：

（1）如果只对某类事物中的某一部分进行研究，得出其共同性質，来断定此类事物的每一个都有这种性質的推理方法叫做不完全归納法。不完全归納法在科学研究工作中，在生产和生活实际中，虽然也有广泛的应用。但由于不完全归納法沒有全面地考察了每一个事物，因此它的結論是不一定可靠的。例如：因为氮、氧、氫这些气体是无色的，假使就肯定，一切气体都是无色的，那就錯誤了。又例

如，对于n^2+n+17这个式子（見課本第15頁），当取n的値是1，2，3，4，5，6等数时，对应的n^2+n+17的値都是質数。如果因此归納出："在n^2+n+17中，n取任何自然数时，此代数式的値为質数"的論断，那末这个論断就是不正确的。因为当$n=16$时，n^2+n+17就不是質数了。

（2）如果对某类事物中的每一个都一一不遺的进行研究，而得出它們的共同性質的推理方法叫做完全归納法。§98数学归納法是完全归納法，用它可以肯定或否定一个由归納所作出的結論。在数学中，数学归納法的应用是很广泛的，它是一种很重要的証明方法。

3．数学归納法的严格定义是："把可数的一羣事物按着与自然数列对应的顺序排为序列a_1，a_2……a_n……，若a_1有性質P，且P在这个序列中有传递性，即某項a_k具有性質P，其次項a_{k+1}亦必有性質P；則自a_1以下都有性質P。这样一种推理方法叫做数学归納法"。当然象上述的定义不必介紹給学員，而只能象課本上那样来介紹。

§98 教材由"求証：从1起n个連續奇数的和等于n^2"这样一个問題引起，于是提出了証明方法（即数学归納法）；介紹这个方法所应用的两个步驟：

1）驗証$n=1$时，論断是正确的；

2）先假定$n=k$时論断是正确的，再証明$n=k+1$时，論断也是正确的。

同时課本对这两个步驟联系起来再作如下解释，来說明通过它的証明所得論断的正确性。就是："从第一步里知道，$n=1$时論断是正确的，从第二步里，使$k=1$，就得到$n=k+1=1+1=2$时，論断也是正确的；再使$k=2$，就得到$n=k+1=2+1=3$时，論断也是正确的；这样不断使$k=3$，4，5……就可得到n是任何自然数时，論断都是正确的"。

因此，数学归納法的第一个步驟是基础，第二个步驟就是把第一个步驟所得到的論断加以推演；又因論断的推演是由第一个推到第二个，由第二个推到第三个，……，以至推到第任何个，所以数学归納法适用的范圍仅及自然数。

4．数学归納法的証明的两个步驟，在各种不同情形下，它的运用也有所不同。例如§98的例1，它是由假設$n=k$时成立的这个式子出发，由此导出一个等式說明$n=k+1$时該式也是成立的。而§98的例2，則不是直接由假設来推出$n=k+1$时命題是成立的，因为这样做很不容易，而是反过来先将$n=k+1$时所得的結果进行变形，然后再用假定的条件代入。

§98的例2的后面的課文，是說明这两个步驟是缺一不可的，缺了第一步就沒有归納法的基础，第二步中的假設也就成了架空的东西；缺了第二步則推理就不能繼續不断的进行，这样也就变成了不完全归納法。

5．§99講解第一項相同而第二項不同的若干个二項式的連乘积；这里研究它的意义不仅仅是为导入二項式定理做准备，也有着簡化乘法运算这方面的意义。

教材首先根据多項式的乘积法則做出二个、三个、四个这样二項式的乘积，然后归納出其中有关x的指数和x的系数的規律，并且通过例子說明，应用这些規律来求积，这里可以使学員看到学习这項規律的好处，它象别的簡乘公式一样，也能簡化乘法运算。

由于上面所得出的規律是从二个、三个、四个这样的三項式的积中归納出来的，它不能說明五个、六个甚至更多个这样的二項式的积中也一定有这些規律。所以課本通过数学归納法来証明这些規律。

6．§100二項式定理，課本上是由§99为基础而导出的；我們也可用数学归納法来証明它。参考如下：

（1）設$n=1$，則

$(x+a)^1=x+a=x+C_1a$，等式是成立的；

（2）先設$n=k$时，这个式子成立，就是：

$$(x+a)^k=x^k+C_k^1a\,x^{k-1}+C_k^2a^2x^{k-2}+\cdots\cdots$$

$$+C_k^ra^rx^{k-r}+\cdots\cdots+C_k^ka^k;$$

在$n=k+1$时，得到

$$(x+a)^{k+1}=(x+a)^k(x+a)$$

$$=(x^k+C_k^1 a x^{k-1}+C_k^2 a^2 x^{k-2}+\cdots\cdots$$

$$+C_k^r a^r x^{k-r}+\cdots\cdots+C_k^k a^k)\cdot(x+a)$$

$$=x^{k+1}+(1+C_k^1)a x^k+(C_k^1+C_k^2)a^2 x^{k-1}$$

$$+\cdots\cdots+(C_k^r+C_k^{r+1})a^{r+1}x^{k-r}+\cdots\cdots+$$

$$C_k^k a^{k+1}。$$

由組合性質之二：$C_m^n+C_m^{n-1}=C_{m+1}^n$，所以我們有：

$$1+C_k^1=C_k^0+C_k^1=C_{k+1}^1,$$

$$C_k^1+C_k^2=C_{k+1}^2,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_k^r+C_k^{r+1}=C_{k+1}^{r+1},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_k^k=C_{k+1}^{k+1}=1。$$

故得到：

$$(x+a)^{k+1}=x^{k+1}+C_{k+1}^1 a x^k+C_{k+1}^2 a^2 x^{k-1}$$

$$+\cdots\cdots+C_{k+1}^{r+1}a^{r+1}x^{k-r}+\cdots\cdots+C_{k+1}^{k+1}a^{k+1}。$$

由此得知：当 $n=k+1$ 时，等式也是成立的。
根据（1）和（2）可知：

$$(x+a)^n=x^n+C_n^1 a x^{n-1}+C_n^2 a^2 x^{n-2}+\cdots\cdots$$

$$+C_n^r a^r x^{n-r}+\cdots\cdots+a^n。$$

7. 巴斯加三角形，我們叫做楊輝法則或賈宪三角形（我国发現要比西洋早）。它的理論根据是应用公式 $C_m^n+C_m^{n-1}=C_{m+1}^n$。

$$
\begin{array}{ll}
(x+a)^1 \cdots\cdots\cdots\cdots & C_1^0 \; C_1^1 \\
(x+a)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots & C_2^0 \; C_2^1 \; C_2^2 \\
(x+a)^3 \cdots\cdots\cdots\cdots & C_3^0 \; C_3^1 \; C_3^2 \; C_3^3 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
(x+a)^n \cdots\cdots\cdots\cdots & C_n^0 \; C_n^1 \; C_n^2 \cdots\cdots C_n^k \; C_n^{k+1} \cdots\cdots C_n^n, \\
(x+a)^{n+1} \cdots\cdots & C_{n+1}^0 \; C_{n+1}^1 \; C_{n+1}^2 \cdots\cdots C_{n+1}^{k+1} \cdots\cdots C_{n+1}^{n+1}。
\end{array}
$$

所以"1"以外的每一个数都等于它肩上两个数的和。

8. §10：二項式的性質的（1）、（2）、（3）是用文字来敍述二項展开式。性質（4）由展开式的各項推得展开式的通項公式。課本上用 $k+1$ 項作为通項公式，而不用第 k 項作为通項公式，因为 $T_k = C_n^{k-1} a^{k-1} x^{n-k+1}$，得到的式子比較复杂，难以記忆。

性質（5）、（6）指出展开式中項与項間系数关系。这里包括：1）系数的变化規律（起初逐漸增大，后来逐漸減小，中間項系数最大）；2）系数的对称性（和两端等距离的两項系数相等）；3）两相邻項系数間的关系，就是：

$$T_{k+1} = \frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots k} a^k x^{n-k};$$

$$T_{k+2} = \frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)(n-k)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots k(k+1)} a^{k+1} x^{n-k-1}。$$

根据两相邻項系数間的关系，就可以很容易把展开式写出来（見課本第22頁）。

性質（7）是討論二項式为差的形式时，展开式各項系数的符号及通項公式中系数的符号。

研究这些性質〔性質（1）～（7）〕的目的，是为了使我們能够根据性質很快地写出展开式来。例如我們可以利用系数的对称性和两相邻項系数間的关系来很快地写出展开式（見課本第22頁）。

9. 二項式定理的应用非常广泛，如中学数学中，求多項式方冪的展开式，近似計算等都要应用到二項式定理，在本章內它的应用大致可以分为下面四个方面：

(1) 利用二項式定理求二項式的乘方，如§101的例1，习题二十四的第2～4題；

(2) 利用通項公式来解一些問題，如§101的例2、例3，习题二十四的第5～7題；

(3) 利用二項式定理和系数的性質証明組合恒等式，如§101的例4，习題二十四的第8題；

(4) 利用二項式定理做近似計算，如§101的例5，习题二十四的第9—11題。

三、教学建議（按节分別說明）：

§98 数学归納法

1. 教学要求：使学員掌握数学归納法的原則，从而学会数学归納法的应用。

2. 教学注意事項：

(1) 通过課本上的例子"求証：$1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)=n^2$"，提出：为了証明这个等式是否正确，我們取$n=1,2\cdots\cdots$来驗算；但这样是否就能断定它是正确的呢？如果繼續不断驗算下去，是否可能？让学員体会靠驗算来証明不是一个好办法后，从而引出数学归納法，并說明数学归納法分完全与不完全两种，后者所得的論断不一定完全可靠（参考教材研究2）。

(2) 講授用数学归納法証明的第二个步驟时，学員往往发生这样的疑問：“为什么可以假設$n=k$时命題是正确的？假使$n=k$时命題是不正确的，那末下面的証明岂非徒劳无功嗎？”只要将两个步驟联系起来講解，那么这个疑問就可解决。

例如，对于某个命題我們証明了第一步当$n=1$（或者$n=2$等等）时正确的；第二步假設$n=k$时是正确的。又当$n=k+1$时也是正确的。有了这两步的証明，$n=k$时命題一定正确，因为根据第