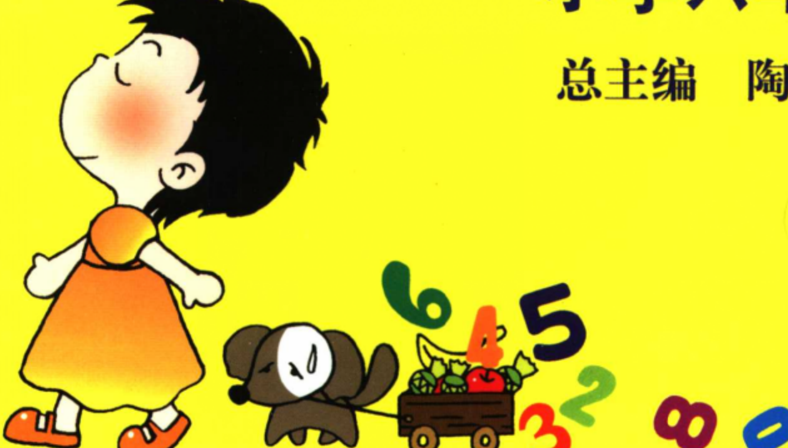
遇到难题不要怕
我们帮你来解答
Aosaijinpai

奥赛金牌
AOSAI JINPAI

奥数华数难题解题手册

小学六年级

总主编　陶晓永



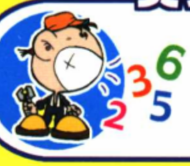
北京出版社出版集团
北京教育出版社

Aosaijinpai

本书针对奥数和华数竞赛的重点、难点选编例题，覆盖了所有常见的竞赛题型，为广大学习奥数和华数的同学提供了一本解决难题的工具书。当你遇到不会解的难题而老师又不在身边时，你可以方便地从书中找到答案，你还会发现：书中的魔法棒告诉你许多解答难题的秘笈。

本书由著名奥数集训队的高级教练员陶晓永老师担任主编，陶老师曾带领中国学生参加过5次世界数学奥林匹克竞赛并4次夺金。

奥数华数难题解题手册



- 小学三年级
- 小学四年级
- 小学五年级
- 小学六年级

奥赛金牌

选题策划：研发部　　执行策划：侯丽梅

责任编辑：王欢欢　付磊　　责任印制：柴晓勇

封面设计：原创在线

ISBN 7-5303-5059-5

9 787530 350591 >

定价：12.00 元

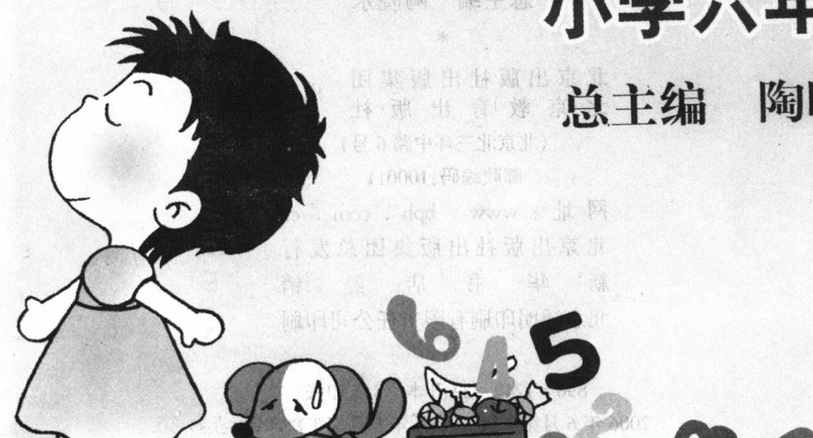
遇到难题不要怕
我们帮你来解答
Aosaijinpai

奥赛金牌
AOSAI JINPAI

奥数华数
难题解题手册

小学六年级

总主编　陶晓永



北京出版社出版集团
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数华数难题解题手册·小学六年级/陶晓永编.
北京:北京教育出版社,2006
ISBN 7-5303-5059-5

Ⅰ.奥…　Ⅱ.陶…　Ⅲ.数学课—小学—解题
Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第033635号

本册主编:韦红梅

本册编者:崔翠喆　韦红梅　蔡　晔　谷继东
成　云　王　秀　王家银　黄凤圣
李晋渊　李道军　樊　云　陈自文
靳　强

奥数华数难题解题手册　小学六年级

AOSHU HUASHU NANTI JIETI SHOUCE　XIAOXUE LIUNIANJI

总主编　陶晓永

*

北京出版社出版集团
北京教育出版社　出版
(北京北三环中路6号)
邮政编码:100011

网址:www.bph.com.cn
北京出版社出版集团总发行
新华书店经销
北京泽明印刷有限责任公司印刷

*

890×1240　32开本　8.5印张
2006年6月第1版　2006年6月第1次印刷
印数1—12 000
ISBN 7-5303-5059-5
G·4975　定价:12.00元
质量投诉电话:010-58572245　58572393

目 录

第一章 估 算

赛点向导

估算就是对某些量的粗略运算，不仅现在，即使今后科学技术相当发达了，估算仍然是十分必要的。估算也有一定的原则，估算常用的方法有：

1. 省略尾数取近似值法。用位数较少的近似值代替位数较多的数时，要有一定的取舍法则。要保留的数位右边的所有数叫做尾数，取舍尾数的主要方法有：

(1) 四舍五入法：四舍，就是当尾数最高位上的数字是不大于4的数时，就把尾数舍去；五入，就是当尾数最高位上的数字是不小于5的数时，把尾数舍去后，在它的前一位加1。

(2) 去尾法：把尾数全部舍去。

(3) 进一法：把尾数全部舍去后，在它的前一位加上1。

2. 前后夹攻法。要求某个算式的结果的整数部分，可将原算式各数适当放大或缩小，使它介于某两个连续整数之间，从而取那个整数。

赛点解密

一、省略尾数取近似值

精典例题

求出算式$\frac{0.123456\cdots5051}{0.515049\cdots4321}$精确到小数点后3位数的近似值。

【思路导航】 真正计算出这个算式，再取近似值，几乎是不可能的。因为题目要求精确到小数点后3位数，所以只要能大概知道小数点后4位数的情况就可以了。

分子、分母各取4位小数，$\frac{0.1234}{0.5151}=0.2395\cdots<$ 原式 $<\frac{0.1235}{0.5150}=0.2398\cdots$

由上式知，原式小数点后3位肯

魔法棒

由本例进一步看出估算适度的重要性。取的位数少了，范围缩小，容易确定；取的位数多了，例如取10位小数，计算量太大，烦琐，且没有必要。

定是239，第4位在5和8之间。按四舍五入法则，精确到小数点后3位数的近似值是0.240。

举一反三

★ 迁移题1 在下列方框里填上两个相邻的自然数使不等式成立：$\square < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \square$。

【分析与解】 本题要求填入两个连续的自然数，不难发现左边的"□"内至少是2，这是由于$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$。

据此可猜想右边"□"内是3或4等。我们可以通过放大或缩小分母的值来达到估计出这个数的范围的目的。

$$\because \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)$$

$$= 2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) < 2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}\right) = 3,$$

$$\therefore \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < 3。$$

$$又\because \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$$

$$= 2 + \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) > 2,$$

$$\therefore 有 2 < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < 3。$$

★ 迁移题2 下面9个分数算式中，哪一个和最小？它的和是多少？

$\frac{3}{5} + \frac{5}{20}$、$\frac{3}{6} + \frac{6}{20}$、$\frac{3}{7} + \frac{7}{20}$、$\frac{3}{8} + \frac{8}{20}$、$\frac{3}{9} + \frac{9}{20}$、$\frac{3}{10} + \frac{10}{20}$、$\frac{3}{11} + \frac{11}{20}$、$\frac{3}{12} + \frac{12}{20}$、$\frac{3}{13} + \frac{13}{20}$。

【分析与解】 所给9个算式都是两个分数的和。第一个分数在逐渐变小，第二个分数在逐渐变大，后一个比前一个大$\frac{1}{20}$。减小与增加相互抵消后可以看出前一部分算式得数在变小，后一部分算式得数在变大，因此，最小的得

数在9个算式的中部。在中部取算式进行检验,即可找出最小得数。

$$\left(\frac{3}{7}+\frac{7}{20}\right)-\left(\frac{3}{8}+\frac{8}{20}\right)=\frac{3}{7}-\frac{3}{8}-\frac{1}{20}$$
$$=\frac{3}{56}-\frac{1}{20}$$
$$=\frac{1}{280}>0。$$

$$\left(\frac{3}{9}+\frac{9}{20}\right)-\left(\frac{3}{8}+\frac{8}{20}\right)=\frac{1}{20}+\frac{3}{9}-\frac{3}{8}$$
$$=\frac{1}{20}-\frac{1}{24}$$
$$=\frac{1}{120}>0。$$

魔法棒

像这样的问题,如果先计算每个算式,最后再比较大小就很烦琐,运用估算的方法,使问题简单化。

所以,得数最小的算式是$\frac{3}{8}+\frac{8}{20}$,最小得数是$\frac{31}{40}$。

答:9个算式中,算式$\frac{3}{8}+\frac{8}{20}$的和最小,它的和是$\frac{31}{40}$。

★★ 迁移题3 $8.01\times1.24+8.02\times1.23+8.03\times1.22$的整数部分是多少?

【分析与解】 当两个数的和不变时,两数越接近(即差越小),它们的积越大。

由$8.03\times1.22<8.02\times1.23<8.01\times1.24$得

$8.01\times1.24+8.02\times1.23+8.03\times1.22<8.01\times1.24\times3<8\times1.25\times3=30$,

$8.01\times1.24+8.02\times1.23+8.03\times1.22>8\times(1.24+1.23+1.22)=8\times3.69=29.52$,

所以所求的整数部分是29。

答:所求的整数部分是29。

★★★ 迁移题4 求出算式$\frac{0.12345\cdots051}{0.515049\cdots321}$在化成小数时,小数点后的第一、第二、第三位上的数字。

【分析与解】 如果我们能知道这个算式的值在两个小数之间,而这两个小数的小数点后前三位都相同,那么这三位数字就是当这个算式的值表示

为小数时,小数点后的前三位数字,因此我们考虑将这个算式的分子分母进行"放缩"。

用 a 表示这个算式的值,尝试分子取4位小数,分母取1位小数进行"放缩"。

$$\frac{0.1234}{0.6} < a < \frac{0.1235}{0.5},$$

即 $0.2056\cdots < a < 0.247$。

无法确定 a 的前三位小数,是因为"放缩"尺度太大的缘故。

尝试分子取4位小数,分母取2位小数,进行"放缩"。

$$\frac{0.1234}{0.52} < a < \frac{0.1235}{0.51},$$

即 $0.2373\cdots < a < 0.2421\cdots$。

仍不能确定 a 的前三位小数,继续缩小"放缩"的尺度。

再尝试分子取5位小数,分母取3位小数,进行"放缩"。

$$\frac{0.12345}{0.516} < a < \frac{0.12346}{0.515},$$

即 $0.2392\cdots < a < 0.2397\cdots$。

这次可以确定 a 的前三位小数,a 的前三位小数是0.239。

答:小数点后的第一、第二、第三位数字分别为2、3、9。

> **魔法棒**
>
> 要估计一个不易计算准确得数的式子结果的大小时,往往找一个比较接近准确结果的较大数和一个较小数作为参考数进行估算,这个方法叫做放缩法。

★★★ 迁移题5 (2006年竞赛题)计算机中最小的存储单位称为位,每个位有两种状态:0和1。一个字节由8个位组成,记为B。常用KB,MB等记存储空间的大小,其中1 KB = 1024 B,1 MB = 1024 KB。现将240 MB的教育软件从网上下载,已经下载了70%。如果当前的下载速度为每秒72 KB,则下载完毕需要几分钟(精确到分)?

【分析与解】 $240 \times 1024 \times (1 - 70 \div 100) \div (72 \times 60)$

$$= \frac{240 \times 1024}{72 \times 60} \times 0.3 = \frac{51.2}{3}$$

$$= 17\frac{2}{30}(分) = 17(分)4(秒)$$

$$\approx 17(分)。$$

答:下载完毕大约需要17分钟。

> **魔法棒**
>
> 这道题要求近似值。取近似值,只要近似值与精确值的差的绝对值在所要求的误差范围内即可。

二、整数部分的估算

精典例题

有30个数：1.64、$1.64+\frac{1}{30}$、$1.64+\frac{2}{30}$、…、$1.64+\frac{28}{30}$、$1.64+\frac{29}{30}$。如果取每个数的整数部分(例如：1.64的整数部分是1，$1.64+\frac{29}{30}$的整数部分是2)，并将这些整数相加，那么其和是多少？

【思路导航】 很明显30个数的整数部分的和与它们的和的整数部分一般是不同的，但一个一个地求又未免太麻烦。注意到每个正数a都介于两个相邻整数n与$n+1$之间，或者写成$n\leqslant a\leqslant n+1$，此时$n$即是$a$的整数部分，因此确定某个正数的整数部分实际上就是去估计它介于哪两个相邻的整数之间。

由于这30个数是按从小到大的顺序排列的，而$1<1.64<2$，$2<1.64+\frac{29}{30}<3$。因此，这30个数都介于1与3之间，它们的整数部分只能取1或2，先需确定分界点。

魔法棒

这里两处用到了估算思维，先是30个数的取值范围，后是“分界项”的确定，从而达到了巧解妙算的目的。

$$因为2-1.64=0.36=\frac{9}{25}=\frac{9\times\left(1+\frac{1}{5}\right)}{25\times\left(1+\frac{1}{5}\right)}=\frac{10.8}{30},$$

所以$1.64+\frac{10}{30}$其整数部分是1，$1.64+\frac{11}{30}$其整数部分是2。这样，前11个数的整数部分是1，后19个数的整数部分是2。因此，这些整数相加其和是：$1\times11+2\times19=49$。

答：这些整数相加，其和是49。

举一反三

★ **迁移题1** 求数$a=11\frac{10}{100}+12\frac{10}{101}+13\frac{10}{102}+\cdots+21\frac{10}{110}$的整数部分。

【分析与解】 从条件可知，这11个带分数的和，可以先把每个分数拆成一个整数和一个真分数，然后把11个整数和11个分数分别相加后，再相加，因

$11+12+13+\cdots+21=176$,要求 a 的整数部分是多少,只要求出$\frac{10}{100}+\frac{10}{101}+\cdots+\frac{10}{110}$的整数部分就容易了。

先放大

$\because\quad \frac{10}{101}<\frac{10}{100},\frac{10}{102}<\frac{10}{100},\cdots,\frac{10}{110}<\frac{10}{100},$

$\therefore\quad \frac{10}{100}+\frac{10}{101}+\frac{10}{102}+\cdots+\frac{10}{110}$

$<\underbrace{\frac{10}{100}+\frac{10}{100}+\cdots+\frac{10}{100}}_{11个\frac{10}{100}}$

$=\frac{10}{100}\times 11=1.1<2$。

再缩小

$\because\quad \frac{10}{100}>\frac{10}{110},\frac{10}{101}>\frac{10}{110},\frac{10}{102}>\frac{10}{110},\cdots$

$\therefore\quad \frac{10}{100}+\frac{10}{101}+\frac{10}{102}+\cdots+\frac{10}{110}>\underbrace{\frac{10}{110}+\frac{10}{110}+\cdots+\frac{10}{110}}_{11个\frac{10}{110}}=\frac{10}{110}\times 11=1$。

由此可知　$1<\frac{10}{100}+\frac{10}{101}+\cdots+\frac{10}{110}<2$。

从而$\frac{10}{100}+\frac{10}{101}+\frac{10}{102}+\cdots+\frac{10}{110}$的整数部分是1,所以 a 的整数部分是177。

答: a 的整数部分是177。

魔法棒

求这几个带分数的和,可以先把每个分数拆成一个整数和一个分数,然后分别把整数部分和分数部分各自相加,最后再求数 a 的整数部分。

★★ 迁移题 2　求$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$的整数部分。

【分析与解】　可设$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}=x$,

则 $x<\frac{1}{3}\times 5=1\frac{2}{3}$,$x>\frac{1}{7}\times 5=\frac{5}{7}$。

得出 x 的整数部分为0、1两个答案,无法确定,因此可将放缩幅度调小。

$x=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$

$\quad=\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)$

$= \frac{1}{5} + \frac{10}{21} + \frac{10}{24}$。

$\because \quad \frac{1}{5} + \frac{10}{21} + \frac{10}{24} > \frac{1}{5} + \frac{10}{25} + \frac{10}{25} = 1$,

$\therefore \quad 1 < x < 1\frac{2}{3}$。

答:$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$ 的整数部分为 1。

★★★ 迁移题 3 已知 $S = \cfrac{1}{\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \frac{1}{1983} + \cdots + \frac{1}{1991}}$,求 S 的整数部分。

【分析与解】 因为分子相同的分数,分母大的分数值反而小,分母小的分数值反而大,所以 $\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \frac{1}{1983} + \cdots + \frac{1}{1991} < \frac{1}{1980} \times 12 = \frac{1}{165}$,

$\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \frac{1}{1983} + \cdots + \frac{1}{1991} > \frac{1}{1991} \times 12 = \frac{12}{1991}$,

即 $\cfrac{1}{\frac{1}{165}} < S < \cfrac{1}{\frac{12}{1991}}$,

$165 < S < 165\frac{11}{12}$。

答:S 的整数部分是 165。

魔法棒

因为在 S 的分母里不好直接计算,也不必要算出准确结果,只要估出一个得数的范围就行了。因此我们也可以把 S 的分母中的 12 个分数全换成 $\frac{1}{1980}$,得一个比原式大的和 $\frac{12}{1980}$;把这 12 个分数全部换成 $\frac{1}{1991}$,得一个比原式小的和 $\frac{12}{1991}$,从而大致估出 S 的范围。

三、利用前后夹攻的方法进行估算

精典例题

一批货,每次运 95 箱,则 4 次运不完,5 次又不够运;每次运 75 箱,则 6 次运不完,7 次又不够运;每次运 65 箱,运若干次就正好运完。这批货有多少箱?

【思路导航】 解答此例的关键是估计箱数的范围。

由“每次运95箱，则4次运不完，5次又不够运”可知，这批货的箱数比$(95 \times 4 =)380$箱多，比$(95 \times 5 =)475$箱少；由“每次运75箱，则6次运不完，7次又不够运”可知，这批货的箱数比$(75 \times 6 =)450$箱多。

故这批货物的箱数就应该大于450，小于475。

又由“每次运65箱，运若干次就正好运完”可知，这批货物的箱数一定是65与一个整数相乘，并且积在$450 \sim 475$之间，通过估算可知，65×7的积在$450 \sim 475$之间，所以这批货物的箱数应为$(65 \times 7 =)455$箱。

答：这批货有455箱。

魔法棒

本例是一道竞赛题，也是一道较难的盈亏问题，上述解法不费吹灰之力，充分显示出估算思维的妙用。

举一反三

★ 迁移题1 一小、二小两校春游的人数都是10的整数倍。如果两校都租用14个座位的旅游车，则两校都共需租这种车72辆；如果两校都租用19个座位的旅游车，则二小要比一小多租用这种车7辆。现在知道两校人员不合乘一辆车，且每辆车尽量坐满。问：两校参加这次春游的人数各是多少？

【分析与解】 准确理解条件“两校人员不合乘一辆车，且每辆车尽量坐满”的涵义，是正确估计两校春游人数差的关键。

设二小春游人数为m，一小春游人数为n。

由已知乘19座旅游车二小比一小多7辆，

有$19 \times 6 + 1 \leqslant m - n \leqslant 19 \times 8 - 1$，

即$115 \leqslant m - n \leqslant 151$。

又已知两校共需租用14座旅游车72辆，那么

$71 \times 14 + 1 \leqslant m + n \leqslant 72 \times 14$，

即$995 \leqslant m + n \leqslant 1008$。

同时已知m与n都是10的整数倍，于是

$$\begin{cases} m - n = 120, \text{或} 130, \text{或} 140, \text{或} 150, \\ m + n = 1000。\end{cases}$$

经检验，只有$m = 570$，$n = 430$符合题意。

答：一小、二小春游的人数分别为430人和570人。