

小学数学奥林匹克

# 习题与解答



北京数学奥林匹克学校编



1987

北京师范学院出版社

ZJD-2

2

Gb

# 小学数学奥林匹克习题与解答

北京数学奥林匹克学校编

北京师范学院出版社

1989年·北京

## 内 容 提 要

本书汇集了北京数学奥林匹克学校(小学部)的历届入学试题和该校编组的“华罗庚金杯”少年数学邀请赛模拟试题、首届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛的予、复、决赛试题、上海“从小爱数学”邀请赛试题、北京市小学生迎新春数学竞赛试题以及国内的一些小学数学竞赛试题,还汇集了美国长岛小学数学竞赛试题以及日本部分初中入学考试数学试题。全部试题给出了参考答案,部分试题给出解答与提示。本书可供广大小学师生、中学低年级师生和小学数学奥林匹克学校师生参考。

本书由张君达、王进明、吴小平、郇舒竹四位同志分工撰稿,张君达同志主持编写工作。

### 小学数学奥林匹克习题与解答

北京数学奥林匹克学校编

\*

北京师范学院出版社出版

(北京阜成门外花园村)

新华书店北京发行所发行 国防科工委印刷厂印刷

开本:  $787 \times 1092$  1/32 印张: 5 字数: 108千

1987年2月第1版 1989年5月第2次印刷:

印数50001—90000

统一书号: 7427·138 定价1.50

## 前 言

奥林匹克起源于古希腊人关于灵活、力量与美的竞赛。第一次奥林匹克竞赛开始于公元前 776 年。以后每隔四年举行一次。期间，曾因基督教的传播于公元前 394 年而中断，再度始奥林匹克运动是在 1896 年。

随着科学技术的发展，人们开始举行关于解数学题目的竞赛。这种竞赛同样被称为奥林匹克，这首先是由苏联人提出来的。举行竞赛的时间不是每四年一次，而是每隔一年举行一次。

最早举行数学解题竞赛的是法国人。罗斯（东南斯拉夫部族）人开始于 1886 年。1894 年以后，匈牙利、罗马尼亚、挪威等国相继举行了解题竞赛。随着中学生数学竞赛活动的开展，1959 年在罗马尼亚举行了首届国际中学生数学竞赛。以后每隔一年举行一次。

1956 年在我国北京、上海等地开始举办省、市一级的高中学生数学竞赛。1978 年开始举行全国性高中学生数学竞赛；1983 年开始举行全国性初中学生数学竞赛，以后每隔一年举行一次。同时，我国中学生还参加了其它国家举办的一些中学生数学竞赛的通讯比赛。

1986 年我国中学生数学奥林匹克代表队一行六人第一次正式参加了在波兰华沙举行的第二十七届国际中学生数学奥林匹克，并取得了团体总分第四名的好成绩。受到了与会各

国代表队的瞩目，显示出我国数学教育及数学科学工作的巨大潜力。

“取得好成绩难，保住好成绩难，更上一层楼尤难”。如何选拔与培养我们国家的数学优秀人才？怎样才能使优秀的数学人才在社会主义建设中发挥更多的聪明才智？这些问题，党中央和国家领导人在考虑，老一辈数学家在考虑，数学工作者和数学教育工作者也在考虑。多年的实践表明，注重在青少年中选拔与培养数学人才，是使我国多出数学人才，出好数学人才的关键。

中国少年报、中央电视台、中国科协青少年部于1986年举行了首届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛。全国150多万学生参加了预赛，2万多学生参加了复赛，69人参加了决赛。北京学生陆昱获决赛第一名，他便是北京数学奥林匹克学校（小学部）的学生。

在名誉校长江泽涵教授、校长梅向明教授的关心和领导下，北京数学奥林匹克学校（小学部）自1985年4月创办两年来，受到了教育部门与家长的大力支持，赢得了社会舆论的赞赏。1985年上海“从小爱数学”邀请赛一等奖获得者练志成，北京小学数学迎春赛第一名郑页都是该校的学生。北京数学奥林匹克学校的学生普遍受到高一级学校的欢迎。

为进一步探讨我国青少年业余数学学校的教材建设问题，为更多地征得数学教育工作者的帮助，在对两届学生施教实验的基础上，我们编写了《小学数学奥林匹克专题讲座》和《小学数学奥林匹克习题与解答》。希望这两本书能为老师开展数学课外活动提供辅导教材，能为家长启蒙孩子提供参考资料，能成为青少年从小爱数学的良师益友。

# 目 录

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| 前言 .....                   | 张君达     |
| 一、北京数学奥林匹克学校 (小学部) 学员入     |         |
| 学考试试题 .....                | ( 1 )   |
| 1985年入学试题 .....            | ( 1 )   |
| 1986年入学试题 .....            | ( 8 )   |
| 二、首届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛模拟       |         |
| 试题 .....                   | ( 16 )  |
| 三、首届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题 ..... | ( 20 )  |
| 初赛试题 .....                 | ( 20 )  |
| 复赛试题 .....                 | ( 25 )  |
| 决赛一试题 .....                | ( 31 )  |
| 决赛二试题 .....                | ( 37 )  |
| 四、北京市小学生迎新春数学竞赛试题 .....    | ( 46 )  |
| 第一届试题 .....                | ( 46 )  |
| 第二届试题 .....                | ( 56 )  |
| 第二届决赛试题 .....              | ( 66 )  |
| 五、“从小爱数学”邀请赛试题 .....       | ( 72 )  |
| 第一届试题 .....                | ( 72 )  |
| 第二届试题 .....                | ( 76 )  |
| 第三届试题 .....                | ( 80 )  |
| 六、“从小爱数学”邀请赛应征赛题选编 .....   | ( 85 )  |
| 七、北京市部分小学数学竞赛试题 .....      | ( 112 ) |
| 海淀区 (1979年) 二试试题 .....     | ( 112 ) |
| 朝阳区决赛试题摘编 .....            | ( 114 ) |
| 八、日本初中入学考试数学试题选编 .....     | ( 119 ) |
| 九、美国长岛小学数学竞赛试题 .....       | ( 146 ) |

北京数学奥林匹克学校(小学  
部)学员入学考试试题

1985年入学试题

第一试 速度竞赛题 (25分钟)

下面共有 14 个选择题, 每个小题都有 4 个答案, 其中只有一个正确的。请把正确答案的英文字母代号填在下表内。答对一个题得 5 分, 不答得 1 分, 答错得 0 分。

| 题号   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 总分 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 你的答案 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |

1. 如果甲数的三倍是 48, 那么甲数的  $\frac{1}{4}$  是:  
(A) 16; (B) 4; (C) 12; (D) 30.
2.  $\left(5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right) + \left(5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}\right) =$   
(A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 7.
3. 最小的质数与最小的两位质数的乘积是:  
(A) 18; (B) 22; (C) 26; (D) 33.

4.  $(95 \times 68) - (94 \times 68) =$

(A) 1; (B) 68; (C) 78; (D) 88.

5. 两个三位数的乘积可以是:

(A) 三位数; (B) 五位数; (C) 七位数; (D)

九位数。

6. 现有 0.99 元零钱, 其中至少有几个币值为一分、二分、五分?

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

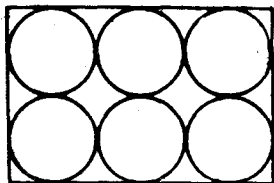


图 1

7. 图 1 中六个圆的半径都是 4cm, 那么图 1 中长方形的面积为:

(A)  $96\text{cm}^2$ ; (B)  $196\text{cm}^2$ ; (C)  $192\text{cm}^2$ ; (D)  $384\text{cm}^2$ .

8. 甲每 4 天来校一次, 乙每 6 天来校一次, 丙每 8 天来校一次。如果 6 月 1 日甲、乙、丙三人同时来校, 那么下一次三人同时来校应在:

(A) 6 月 9 日; (B) 6 月 19 日; (C) 6 月 24 日; (D) 6 月 25 日。

9. 下面比较大小的关系式哪个是正确的?

(A)  $\frac{1}{7} > \frac{1}{3}$ ; (B)  $\frac{2}{9} < \frac{1}{5}$ ; (C)  $\frac{2}{3} > \frac{7}{10}$ ; (D)

$\frac{5}{7} < \frac{8}{9}$ 。

10.  $26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 =$

(A) 308915772; (B) 308915774;

(C)308915776; (D)308915778.

11. 下面四个积中, 哪个积与其它积不相等?

(A)  $15 \times 28 \times 33$ ; (B)  $9 \times 35 \times 88$ ;

(C)  $12 \times 77 \times 15$ ; (D)  $22 \times 30 \times 21$ .

12. 一个直径 48cm 的齿轮带动一个直径 36cm 的齿轮 (互相咬合)。若大齿轮转 12 圈, 则小齿轮转的圈数是:

(A)24; (B)16; (C)12; (D)9.

13. 图 2 中每个小方格的面积均为 1 个面积单位, 则阴影部分的面积是:

(A) 2 个面积单位; (B) 3 个面积单位;  
(C) 5 个面积单位; (D) 6 个面积单位.

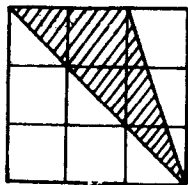


图 2

14. 飞行员前 4 分钟用半速飞行, 后 4 分钟用全速飞行, 在 8 分钟内一共飞行 80 公里。飞机的全速是:

(A) 400 公里/小时; (B) 600 公里/小时;  
(C) 800 公里/小时; (D) 1000 公里/小时.

## 第二试 填空题 (45 分钟)

下面共有 7 个填空题, 请把你的答案填在下表内。

| 题 号  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 总分 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 你的答案 |   |   |   |   |   |   |   |    |

1. 有 1985 名男、女乒乓球运动员分别参加男、女单

打比赛（采用淘汰制），最后分别产生男、女单打冠军。问共需要安排多少场比赛？

2. 有若干个面包分给三个人吃，甲先吃了全部的一半零半个，乙吃了甲剩余面包的一半零半个，丙最后吃了乙剩余面包的一半零半个，这样面包刚好全部吃光。问原来有几个面包？

3. 被3除余2，被5除余3，被7除余4的最小的自然数是什么？

4. 有五顶不同的帽子，两件不同的上衣，三条不同的裤子。从中取出一顶帽子、一件上衣、一条裤子配成一套装束。问最多有多少种不同的装束？

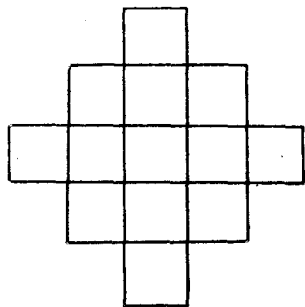


图3

5. 平面上有八个点（其中没有任何三个点在一条直线上），问过这些点最多可以画多少条直线？

6. 图3中有多少个正方形？

7. 下面竖式除法中的每一个 $\times$ ，都代表一个数字。当算式成立时，除数是多少？（最小一个）

$$\begin{array}{r}
 \times 8 \times \\
 \times \times ) \times 6 \times 2 \times \\
 \underline{\times \times \times} \\
 \times \times \times \\
 \underline{\times \times \times} \\
 \times 0 \times \\
 \underline{\times \times \times} \\
 0
 \end{array}$$

## 参 考 答 案

### 第一试

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 答案 | B | B | B | B | B | C | D | D | D | C  | B  | B  | B  | C  |

### 第二试

|    |      |   |    |    |    |    |    |
|----|------|---|----|----|----|----|----|
| 题号 | 1    | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 答案 | 1983 | 7 | 53 | 30 | 28 | 18 | 34 |

## 部分解答及提示

### 第一试

5.  $100 \times 100 = 10000$ ,

$999 \times 999 = 998001$ ,

所以选 B。

7. 长方形的长与宽分别为 24 和 16,  $24 \times 16 = 384$ , 所以选 D。

8. 因为  $[4, 6, 8] = 24$ ,  $24 + 1 = 25$ ,

所以选 D。

10. 因为六个 26 积的个位只能是 6, 所以选 C.

11. 分解质因数,

$$15 \times 28 \times 33 = 3^1 \times 2^1 \times 5 \times 7 \times 11,$$

$$9 \times 35 \times 88 = 2^3 \times 3^1 \times 5 \times 7 \times 11,$$

$$12 \times 77 \times 15 = 2^2 \times 3^1 \times 5 \times 7 \times 11,$$

$$22 \times 30 \times 21 = 2^1 \times 3^1 \times 5 \times 7 \times 11,$$

所以选 B.

13. 阴影部分可看成一个底为 2 个长度单位, 高为 3 个长度单位的三角形。它的面积为  $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ , 所以选 B.

14. 设飞机的全速为  $x$  公里/小时, 则有:

$$80 = \frac{4}{60} \times \frac{x}{2} + \frac{4}{60} \times x$$

$\therefore x = 800$ , 故选 C.

### 第二试

1. 打一场, 淘汰一名运动员, 最后男、女单打冠军各一名, 共要淘汰 1983 名运动员。所以要安排 1983 场比赛。

2. 如图 4。

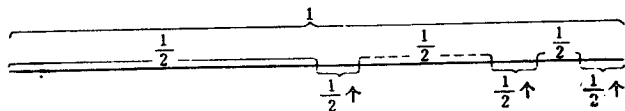


图 4

逆推还原, 丙吃了一个,

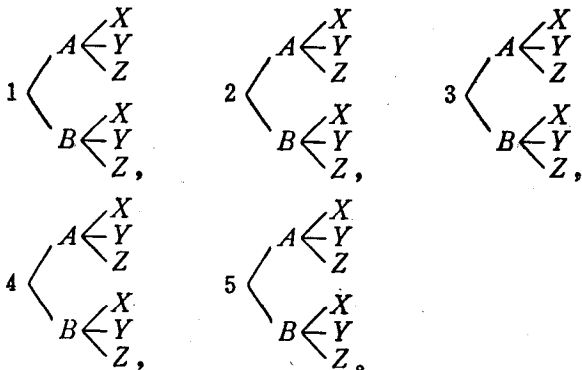
$$\text{乙吃了} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{2} - 1 = 2 (\text{个}),$$

$$\text{甲吃了}\left(1+2+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}-1-2=4(\text{个}),$$

所以原来共有 7 个面包。

3. 先考虑第一个条件, 满足被 3 除余 2 这一条件的数从小到大依次排列为 5, 8, 11, ...。8 这个数又满足被 5 除余 3 这一个条件, 而且是最小的。因为  $[3, 5]=15$ ,  $8+15=23$ ,  $23+15=38$ ,  $38+15=53$ , 53 又满足被 7 除余 4 这一个条件, 而且是最小的, 所以答案是53。

4. 为说明问题, 我们用 1、2、3、4、5 代表五顶不同的帽子, A、B 代表两件不同的上衣, X、Y、Z 代表三条不同的裤子。搭配如下:



所以共有  $5 \times 2 \times 3 = 30$  种不同的装束。

5. 因为共有八个点, 其中任何一点与其它七个点都可以连一条直线, 这样可连出七条直线。共有八点, 每个都可连出七条直线,  $7 \times 8 = 56$ , 共 56 条直线。但每条直线都算了两次, 所以最多可以画出  $\frac{1}{2} \times 7 \times 8 = 28$  条直线。

6. 分类计算, 边长为 1 的正方形有 13 个, 边长为 2 的正方形有 4 个, 边长为 3 的正方形只有 1 个, 所以总共 18 个。

7. 为说明方便起见, 我们用字母代替原算式中的  $\times$ 。

$$\begin{array}{r}
 A_6 \ 8 \ A_7 \\
 A_1 A_2 \overline{) A_3 \ 6 \ A_4 \ 2 \ A_5} \\
 \underline{A_6 \ A_9 \ A_{10}} \\
 A_{11} \ A_{12} \ A_{13} \\
 \underline{A_{14} \ A_{15} \ A_{16}} \\
 A_{17} \ 0 \ A_{18} \\
 \underline{A_{19} \ A_{20} \ A_{21}} \\
 0
 \end{array}$$

由题目知  $A_{13}=2$ 。因为  $A_{13}-A_{16}=0$ , 所以  $A_{16}=2$ 。又因为  $8 \times A_4$  的个位数字是 2, 所以  $A_4=4$ 。另外  $A_{13}=A_{21}$ ,  $A_{10}=0$ , 还有  $A_{17}=A_{19}$ 。又因为  $A_1 4 \times 8$  是个三位数, 所以  $A_1 \geq 2$ , 只有  $A_1=3$  (或 4、5、8) 时, 才会出现  $34 \times 9=306$ ,  $44 \times 7=308$ ,  $54 \times 2=108$ ,  $84 \times 6=504$ 。因为要最小的, 所以答案是 34。

## 1986年入学试题

考生须知: 将你的答案填在下面表内

| 题号   | 一 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 二 | 1 | 2 | 3 | 4 | 三 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 你的答案 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

# 一、选择题

下面共有六道选择题，每题都给出了几个供选择的答案，其中只有一个答案是正确的。请将正确答案的序号①、②、③、④、⑤等填入上面的表内，答对的得6分，不管得2分，答错得0分。

1. 一个数的 $\frac{5}{16}$ 是3，那么这个数的 $\frac{5}{6}$ 是：

①5； ②6； ③7； ④8。

2. 最小的合数除最小的质数，商是：

①整数； ②循环小数； ③有限小数； ④无限不循环小数。

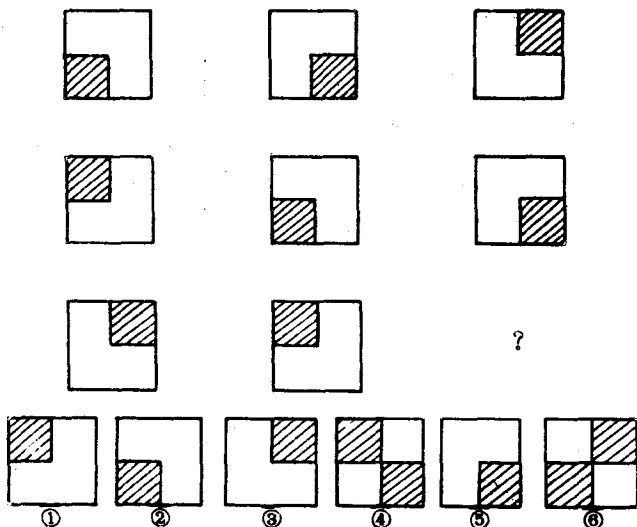


图 5

3.  $3^{1986}$  (表示1986个3相乘)除以4的余数是:

- ①0; ②1; ③2; ④3.

4. 如图5, 该图形排列有一定的规律, 按照这个规律, 图中“?”处应填①至⑥中的哪一个?

5. 一个正方体锯掉一个角后, 剩下角的个数只能是:

- ①8个; ②9个; ③7个; ④10个; ⑤以上答案都不对。

6. 把同样大小的正方形厚纸的四角, 各剪去一个大小一样的小正方形, 便可以做成一个没有盖的纸盒, 按下面图6中①、②、③、④四种方法做出来的纸盒中, 问容积最大的是: ①; ②; ③; ④。

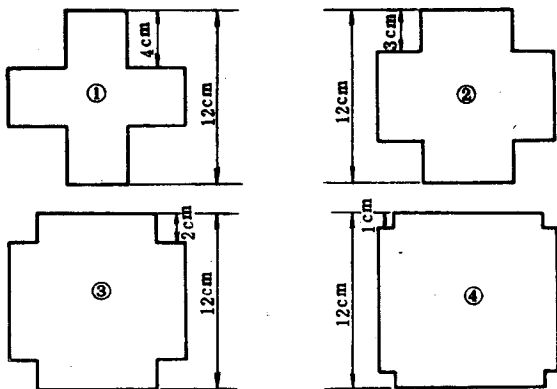


图6

## 二、填空题 (每小题6分)

1. 今年2月9日是星期日, 问再经过  $1985 \times 1985 \times \dots \times 1985$

1986个1985

天是星期\_\_\_\_\_?

$$2. \quad 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+99+100} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 甲乙两地相距很远, 每天从甲、乙两地同时相对开出一辆客车, 两车速度和路线相同, 都要经过整整五天才能到达终点站。然后休整两天, 又按原路线返回。在这条线路上的每辆客车都这样往返运行。为保证这条线路上客运任务能正常进行, 问这条线路上至少应配备\_\_\_\_\_辆客车?

4. A、B、C、D、E、F、G、H八人, 按下列方法报数:

A、B、C、D、E、F、G、H

1    2    3    4    5    6    7    8

15   14   13   12   11   10   9

16   17   18   19   20   21   22

29   28   27   26   25   24   23

.....

.....

问报1986这个数的人是\_\_\_\_\_?

三、(每小题8分)

1. 图7中有多少个不同的正方形?

2. 甲、乙、丙三种货物, 如果购买甲3件, 乙7件, 丙1件共花3.15元; 如果购买甲4件, 乙

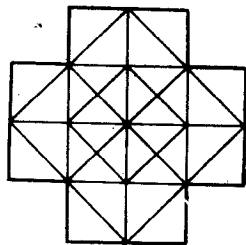


图7