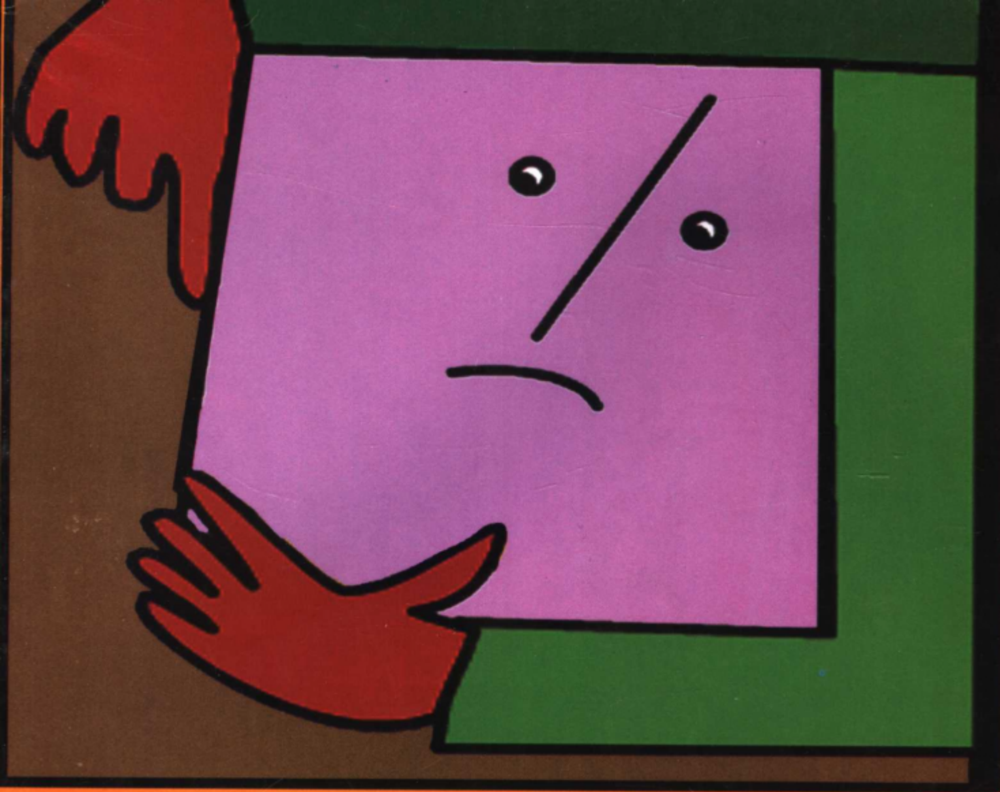


顶尖系列

DINGJIAN SHUXUE

高中课外训练步步高

顶尖数学

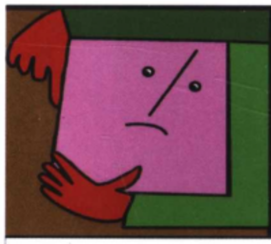
课程标准

人教A版

必修1

福建人民出版社

责任编辑　吴书杰



新课标新理念

名校名师主笔

扼要精彩点拨

自主探究学习

注重三维整合

培养创新能力

ISBN 7-211-05331-3

9 787211 053315 >

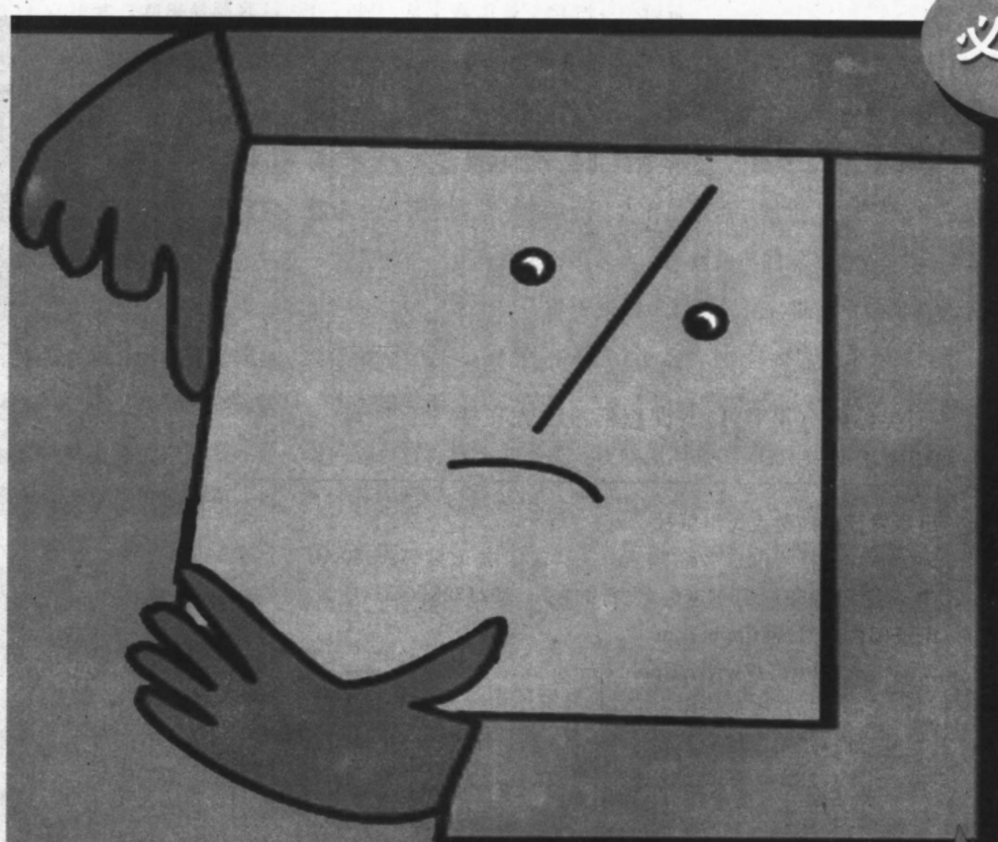
ISBN 7-211-05331-3
G · 3345　定价：7.90 元

顶尖系列

高中课外训练步步高

顶尖数学

必修1



课程标准

人教A版

福建人民出版社

主编 张鹏程
编写 叶文榕 林 风 卓道章

顶尖数学（必修 1）（课程标准·人教 A 版）
DINGJIAN SHUXUE

出版发行：福建人民出版社
地 址：福州市东水路 76 号 **邮政编码：**350001
电 话：0591-87604366（发行部） 87521386（编辑室）
电子邮件：211@fjpph.com
网 址：http://www.fjpph.com
印 刷：福建省地质印刷厂
地 址：福州市塔头路 2 号 **邮政编码：**350011
开 本：787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张：7.25
字 数：164 千字
版 次：2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷
书 号：ISBN 7-211-05331-3/G·3345
定 价：7.90 元

本书如有印装质量问题，影响阅读，请直接向承印厂调换
版权所有，翻印必究

编写说明

“高中课外训练步步高”根据课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅关注学生夯实基础知识、基本技能，还关注学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅关注培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还关注培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“高中课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）一般设：“学习目标”、“要点透析”、“方法指津”、“自我评估”、“探究应用”、“拓展视野”、“归纳整合”、“单元评估”等栏目。

“学习目标”是根据各章（或单元）应达到的目标提出具体要求。“要点透析”是以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对精选的经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法。题目既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、合作性。“探究应用”特别注重吸收密切联系生产、生活实际的有趣题目，加强探究性习题的训练。“拓展视野”对本章（或单元）知识进行拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章（或单元）内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。“归纳整合”以树形图、方框图或表格等形式对本章（或单元）知识进行梳理、归纳、整合，使学生对整章（或单元）知识间的逻辑关系有个清楚的认识。经过系统的训练后，通过“单元评估”与“模块评估”对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。

“高中课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

本丛书在编写过程中引用了一些作者的作品，在此，对这些作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，书中难免存在不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

编　者

目录 CONTENTS

第一章 集合与函数概念

1.1 集 合

学习目标

1. 了解集合的含义及集合与元素的关系；知道常用数集的记法；能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题.

2. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集与真子集；了解空集与全集的含义.

3. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集；理解补集的含义，会求给定子集的补集；能使用 Venn 图表达集合的关系及运算.

要点透析

1. 元素与集合的关系：元素与集合的关系是属于（$\in$）或不属于（$\notin$）的关系；集合的元素具有确定性、互异性、无序性的特点，特别要注意互异性（如，$x\in\{1,x^2\}$，由于 1 与 x^2 为互异的两个元素，故 x 不能为 ±1）.

2. 集合的两种常用表示法：列举法（用列举法表示时应注意不重不漏）与描述法（用描述法表示时应首先明确代表元素是什么）.

3. 集合与集合的关系：子集、真子集、相等.

4. 集合的运算：交集、并集、补集（求补集，必须先确定全集）.

5. 集合分类：(1) 有限集，(2) 无限集，(3) 空集（注意空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集）.

6. 常用集合符号：$\mathbf{N}$（自然数集）（注意 0 也是自然数），$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$（正整数集）（注意 $0\notin\mathbf{N}^*$），$\mathbf{Z}$（整数集），$\mathbf{Q}$（有理数集），$\mathbf{R}$（实数集）.

1.1.1 集合的含义与表示

方法指津

例 1 已知集合 $A=\{a^3+2,\ a+9,\ 4a+2\}$，且 $10\in A$，求 a 的值及对应的集合 A.

分析 给定的集合，它的元素必须是确定的；$10\in A$，则 A 中必有一个式子的值为 10，对此展开讨论；并注意到集合中的元素是互不相同的，从而可确定 a 的值和集合 A. 本题渗透了分类讨论的数学思想方法.

解 由 $10\in A$ 可知：$a^3+2=10$ 或 $a+9=10$ 或 $4a+2=10$；

1° 当 $a^3+2=10$，即 $a=2$ 时，$4a+2=10$，这违反了集合元素的互异性，$\therefore a\neq 2$.

2° 当 $a+9=10$，即 $a=1$ 时，$A=\{3，10，6\}$

3° 当 $4a+2=10$，即 $a=2$ 时，$a^3+2=10$，也违反了集合元素的互异性.

综合 1° 2° 3°可知：$a=1$，$A=\{3，10，6\}$.

例 2 给出下面的五个关系：$0\notin \mathbf{N}$，$\sqrt{2}\in \mathbf{Q}$，$1\in\{(1，2)\}$，$-3\in \mathbf{Z}$，$-2\notin\{y|y=x^2-1\}$，其中正确的个数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

分析 研究元素与集合的关系，应先明确集合是由什么样的元素组成的，然后再判断所给对象是否为集合中的元素.

解 $\because 0$ 也是自然数，$\therefore 0\notin \mathbf{N}$ 不正确.

$\because\sqrt{2}$是无理数，$\therefore\sqrt{2}\in \mathbf{Q}$ 不正确.

$\because\{(1,2)\}$只有一个元素，即一个点（1，2），而不是两个元素 1 和 2，

$\therefore 1\in\{(1，2)\}$不正确.

$\because -3$ 是负整数，$\therefore -3\in \mathbf{Z}$ 正确.

$\because y=x^2-1\geqslant -1$，$\therefore\{y|y=x^2-1\}=\{y|y\geqslant -1\}$表示所有不小于$-1$ 的数的集合，

$\therefore -2\notin\{y|y=x^2-1\}$正确.

$\therefore$本题选 B.

例 3 用适当的方法表示下列集合：

（1）方程 $x^2-2x-3=0$ 的所有实数解组成的集合；

（2）由所有不大于 17 的既是奇数又是质数的数组成的集合；

（3）平面直角坐标系内 y 轴上所有点组成的集合；

（4）不等式 $2x-3\geqslant 0$ 的所有解组成的集合.

分析 （1）、（2）两个集合的元素个数为有限个，这时宜用列举法表示.（3）、（4）两集合元素的个数有无限多个，这时宜用描述法表示.

解 （1）$\{x|x^2-2x-3=0\}=\{3，-1\}$.

（2）$\because$不大于 17 的质数有 2，3，5，7，11，13，17，其中只有 2 为偶数，$\therefore$该集合表示为 $\{3，5，7，11，13，17\}$.

（3）$\{(x，y)|x=0$ 且 $y\in \mathbf{R}\}$.

（4）$\left\{x\,\middle|\,x\geqslant\frac{3}{2}\right\}$.

自我评估

1. 下列各组对象中不能形成集合的是（　　）.

A. 所有的等腰三角形　　B. 全国一流大学的全体

C. 所有的有理数　　D. 亚洲国家的全体

2. 下列每两个集合中，表示同一个集合的是（　　）.

A. $P=\{y\mid y=x^2+1\}$，$Q=\{x\mid y=x^2+1\}$

B. $P=\{(2，3)\}$，$Q=\{(3，2)\}$

C. $P=\{1，2\}$，$Q=\{2，1\}$

D. $P=\{(3,5)\}$，$Q=\{3,5\}$

3. 集合 $A=\left\{y \mid y=\dfrac{x^2-4x+4}{x-2}, x\in \mathbf{Z} \text{ 且 } x\neq 2\right\}$，若 $y\in A$，则①$y\in \mathbf{N}$，②$y\in \mathbf{Q}$，③$y\in \mathbf{R}$，④$y\in \mathbf{Z}$，其中正确的个数有（　　）.

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

4. 下列集合中恰有 2 个元素的集合是（　　）.

A. $\{x^2-x=0\}$　　B. $\{y \mid y^2-y=0\}$　　C. $\{x \mid y=x^2-x\}$　　D. $\{y \mid y=x^2-x\}$

5. 集合 $M=\{x \mid (x^2-1)(x-2)=0\}$用列举法表示为________. 直角坐标平面内，在抛物线 $y=x^2$ 上且不在 x 轴上的所有点的集合，用描述法表示为________.

6. 已知数集 $\{3a, a^2-4\}$，则实数 a 应满足的条件为________.

7. 分别用列举法和描述法表示下列集合：

（1）由所有小于 10 的非负奇数组成的集合；

（2）方程组$\begin{cases}2x+y=6,\\2x-y=2\end{cases}$的解集；

（3）左右对称的大写英文字母所组成的集合.

8. 若 $A=\left\{x^2-1, \dfrac{3}{2}x, x^2+4\right\}$，且 $3\in A$，求实数 x 的值.

9. 已知集合 $M=\{x \mid ax^2+3x+2=0,\ a\in \mathbf{R},\ x\in \mathbf{R}\}$，若 M 中元素至多只有一个，求 a 的取值范围.

探究应用

10. 设 P、Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b \mid a\in P,\ b\in Q\}$，若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,\ 2,\ 6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是（　　）.

A. 9　　　B. 8　　　C. 7　　　D. 6

11. 设 S 为满足下列两个条件的实数所构成的集合：①S 内不含 1；②若 $a\in S$，则 $\frac{1}{1-a}\in S$. 解答下列问题：

(1) 若 $2\in S$，则 S 中必有其他两个元素，求出这两个元素；

(2) 在集合 S 中，元素的个数能否只有一个？请说明理由.

12. 设集合 $A=\{m|m=x^2-y^2,x、y\in \mathbf{Z}\}$.

(1) 试证明一切奇数属于集合 A；

(2) 关于集合 A，你能得出另外的一些结论吗？

拓展视野

集合论及其创始人康托

《集合论》是一门研究集合的数学理论，它是数学的一个基本分支，在数学中占据一个极其独特的地位，其基本概念已渗透到数学的所有领域，可以说集合论已成为全部现代数学的基础.

集合论的创始人是德国的数学家康托，康托是19世纪末20世纪初德国伟大的数学家，是数学史上最富有想象力，最有争议的人物之一．1845年3月3日，乔治·康托生于俄国的一个丹麦—犹太血统的家庭．1856年康托和他的父母一起迁到德国的法兰克福．像许多优秀的数学家一样，他在中学阶段就表现出一种对数学的特殊敏感，并不时得出令人惊奇的结论．他的父亲力促他学工，因而康托在1863年带着这个目的进入了柏林大学．这时柏林大学正在形成一个数学教学与研究的中心．康托很早就向往这所由外尔斯特拉斯占据着的世界数学中心之一．所以在柏林大学，康托受了外尔斯特拉斯的影响而转到纯粹的数学．他在1869年取得在哈勒大学任教的资格，不久后就升为副教授，并在1879年被升为教授．1874年康托在克列勒的《数学杂志》上发表了关于无穷集合理论的第一篇革命性文章．数学史上一般认为这篇文章的发表标志着集合论的诞生．这篇文章的创造性引起人们的注意．在以后的研究中，集合论和超限数成为康托研究的主流，他一直在这方面发表论文直到1897年．

康托所从事的关于连续性和无穷的研究从根本上背离了数学中关于无穷的使用和解释的传统，从而在19世纪末引起了激烈的争论乃至严厉的谴责．然而数学的发展最终证明康托是正确的．他所创立的集合论被誉为20世纪最伟大的数学创造，集合概念大大扩充了数学的研究领域，拓宽了人们对“无穷”和“无穷集合”的深层认识，改变了数学的各个分支的基本叙述方式，成了它们共同的基础．同时集合论不仅影响了现代数学，而且也深深影响了现代哲学和逻辑．康托的名字也作为“集合论的创始人”写进了史册，永远为后世所敬仰．

使用集合语言可以简洁而准确地表达数学的内容，所以集合语言已成为现代数学的基本语言．你已初步掌握了运用集合语言的能力，你能联系实际生活中和已学过的数学知识中的例子，试用集合语言来辨析和表达吗？

相关链接：

http：//www.mathfan.net

1.1.2　集合间的基本关系

方法指津

例1　求集合 $A=\{0,1\}$ 的子集与真子集．

分析　确定子集与真子集主要是利用定义，在求解过程中要注意，空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集．

解　集合 A 的所有子集为：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{0,1\}$；其中真子集有$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$．

评注　（1）在本题中出现了$\varnothing$与$\{0\}$，要注意二者的区别，$\varnothing\subsetneqq\{0\}$．

（2）拓展：本题集合元素有2个，得到4个子集，3个真子集．那么集合元素有3个，可得几个子集，几个真子集？集合元素有 n 个呢？（答案：2^n 个子集，2^n-1 个真子集）．

（3）变式：若题目改为“已知 $A=\{0,1\}$，$B=\{x\mid x\subseteq A\}$，求 B”呢？

（解：$B=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$．集合的元素由于研究对象的不同，可以是数、式、图形与人、物等，也可以是集合，本例中集合 B 的元素就是 A 的子集．）

例2　设集合 $A=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=k+3,k\in\mathbf{Z}\}$，则（　　）．

A. $A=B$　　B. $A\supseteq B$　　C. $A\subsetneqq B$　　D. $A\supsetneqq B$

分析　本题应从集合的概念及整数的性质人手求解．

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

解法一 ∵$A=\{\cdots,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$，

$B=\{\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,\cdots\}$，

∴$A\subsetneqq B$，∴选 C.

解法二 ∵$A=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}=\{x\mid x$ 是奇数$\}$，

$B=\{x\mid x=k+3,k\in\mathbf{Z}\}=\{x\mid x$ 是整数$\}$.

∴$A\subsetneqq B$，∴选 C.

评注 本题解法二运用整数奇偶性直接判断是解此类问题的通法，但由于是选择题，故解法一的列举法也不失为一种好方法.

若题目改为"集合 $A=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$判断这两集合的关系"你会解吗？（答案：$A\subsetneqq B$）

例 3 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid m<x<2m-1\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

分析 本题是集合关系与不等式的联系，在思想方法上渗透了分类讨论的数学思想方法.

解 （1）当 $B=\varnothing$ 时，$B\subseteq A$，这时 $m\geqslant 2m-1$，即 $m\leqslant 1$.

（2）当 $B\neq\varnothing$ 时，∵$B\subseteq A$，∴如图 1-1 数轴所示，

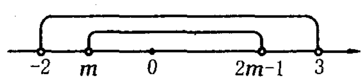


图 1-1

有 $\begin{cases}m\geqslant -2,\\2m-1\leqslant 3,\\2m-1>m,\end{cases}$

∴$1<m\leqslant 2$.

综合（1）（2）可知：m 的取值范围为 $m\leqslant 2$.

评注 （1）在处理与不等式有关的集合关系问题时，把相应的不等式表示在数轴上，借助其直观性来判定是解此类问题的通法.

（2）在解集合之间关系题时，要注意$\varnothing$的特殊性. 如 $A=\{1,2\}$，$B=\{x|mx=1\}$，且 $B\subsetneqq A$，求实数 m 的值. 某人只求出 $m=1$ 和 $m=\dfrac{1}{2}$，还有一个值他没求出来，你知道是多少吗？（答：0）

自我评估

1. 集合 $A=\{a,b,c\}$的子集的个数为（　　）.

   A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

2. 给出下列命题：①$\varnothing\subsetneqq\{0\}$；②若集合 $B\subseteq A$，且 $B\neq A$，则 $B\subsetneqq A$；③若集合 $A=\{x\mid x>-1\}$，则 $\{0\}\subseteq A$；④若集合 $B\subseteq A$，且 $x\notin A$，则 $x\notin B$；⑤若集合 $A=\{x\mid x\subseteq B\}$，则 $B\in A$，且$\varnothing\in A$；⑥若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则 $A=B$. 其中正确的个数为（　　）.

   A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

3. 已知集合 $P=\{(x, y)|xy>0\}$ 和 $Q=\{(x, y)|x>0$ 且 $y>0\}$，那么（　　）.

A. $P=Q$　　B. $P\subsetneqq Q$　　C. $P\supsetneqq Q$　　D. $P\subseteq Q$

4. 集合 $A=\{x \mid x=2k-1, k\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{y \mid y=4k\pm 1, k\in \mathbf{Z}\}$，则集合 A、B 的关系是（　　）.

A. $A\supseteq B$　　B. $A=B$　　C. $A\subseteq B$　　D. $A\in B$

5. 若集合 $\{a, b, c\}\subsetneqq A\subseteq\{a, b, c, d\}$，则 $A=$____________.

6. 若集合 $A=\{x \mid x^2-4x-5=0\}$，$B=\{x \mid ax-1=0\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 $a=$____________.

7. 设集合 $A=\{x-y, x+y, xy\}$，$B=\{x^2+y^2, x^2-y^2, 0\}$，且 $A=B$，求实数 x 和 y 的值及集合 A、B.

8. 已知集合 $A=\{x \mid x<-1$ 或 $x>5\}$，$B=\{x \mid a\leqslant x<a+4\}$，若 $A\supsetneqq B$，求实数 a 的取值范围.

9. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x \mid x^2-mx+2=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 组成的集合.

探究应用

10. card(A)表示有限集合 A 中元素的个数.

(1) 当 card(A)$=1$，card(A)$=2$，card(A)$=3$ 时，请分别写出集合 A 子集的个数，你从中能发现什么规律？

(2) 你能由自己获取的规律得出 card(A)$=n$ 时集合 A 的子集的个数吗？

(3) 请根据你得出的结论，解下列问题：集合 $A=\{x \mid x$ 是一条边长为 2，一个角为 $30°$ 的等腰三角形$\}$，则集合 A 的子集个数为________.

1.1.3 集合的基本运算

课时1 集合的并集与交集

方法指津

例1 已知集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$. 若 $A\cap B=\{-3\}$，求 $A\cup B$.

分析 求 $A\cup B$ 必须先确定集合 A、B，从而必须确定 a 的值，即要找出关于 a 的等量关系.

解 $\because A\cap B=\{-3\}$，$\therefore -3\in B$.

$\because a^2+1>0$，$\therefore a-3=-3$ 或 $2a-1=-3$.

(1) 当 $a-3=-3$，即 $a=0$ 时，$A=\{0,1,-3\}$，$B=\{-3,-1,1\}$，得 $A\cap B=\{-3,1\}$，这与已知"$A\cap B=\{-3\}$"矛盾，$\therefore a\neq 0$.

(2) 当 $2a-1=-3$，即 $a=-1$ 时，$A=\{1,0,-3\}$，$B=\{-4,-3,2\}$. 经检验 $a=-1$时符合题设条件，$\therefore A\cup B=\{1,0,-3,-4,2\}$.

综合 (1) (2) 可知 $A\cup B=\{1,0,-3,-4,2\}$.

评注 在确定集合元素的问题中，(1) 要注意集合元素，必须是互不相同的；(2) 在求出集合元素之后，一定要进行检验，以保证所求结果的准确性.

例2 已知集合 $M=\{(x,y)\mid x+y=2\}$，$N=\{(x,y)\mid x-y=4\}$，那么集合 $M\cap N$ 为(　　).

A. $x=3$，$y=-1$　　B. $(3,-1)$　　C. $\{3,-1\}$　　D. $\{(3,-1)\}$

分析 因为 $M\cap N=\{(x,y)\mid x+y=2$ 且 $x-y=4\}$，所以本题可转化为求方程组 $\begin{cases}x+y=2,\\x-y=4\end{cases}$ 的解的问题.

解 解方程组 $\begin{cases}x+y=2,\\x-y=4,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3,\\y=-1.\end{cases}$

$\therefore M\cap N=\{(x,\ y)|x+y=2$ 且 $x-y=4\}=\{(3,-1)\}$，∴选 D.

评注 本题中集合 M、N，既可以分别看作是两个方程的全体解集，从而转化为求方程组的公共解问题，也可以分别看作是两条直线上所有点的集合，从而转化为求两直线交点坐标（也就是方程组解）的问题.

例 3 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x>a\}$.

(1) 若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2) 若 $A\cup B=\{x|x\geqslant -2\}$，求 a 的取值范围.

分析 涉及集合与不等式的联系问题，常借助数轴直观地把集合所代表的数的范围表示出来.

解 (1) ∵集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x>a\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，

∴集合在数轴上表示如图 1-2：

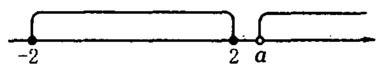


图 1-2

$\therefore a\geqslant 2$.

（注意：由于 $a=2$ 时，$x>2$ 与 $-2\leqslant x\leqslant 2$ 仍无公共部分，所以 a 可取 2.）

(2) ∵集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x>a\}$，且 $A\cup B=\{x|x\geqslant -2\}$，

∴集合 A、B 在数轴上表示如图 1-3：

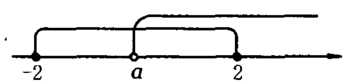


图 1-3

$\therefore -2\leqslant a\leqslant 2$.

评注 两个不等式解集的交集，体现在数轴上即两条线下面所覆盖的公共部分；两个不等式解集的并集，体现在数轴上即一条线下面所覆盖到的部分.

例 4 已知集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$，问 a 取何实数时，$A\cap B\supsetneqq\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立？

分析 求解集合问题时，经常要先进行两个步骤：(1) 把能化简的集合先行化简，如本题的集合 B、C；(2) 将条件转化，如本题的"$A\cap B\supsetneqq\varnothing$"转化为"$A\cap B\neq\varnothing$".

解 $B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,\ 3\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}=\{2,\ -4\}$，

∵$A\cap B\supsetneqq\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立，

∴$A\cap B\neq\varnothing$ 且 $A\cap C=\varnothing$.

∴$3\in A$，即 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的根，

∴$a^2-3a-10=0$，∴$a=5$ 或 $a=-2$.

(1) 当 $a=5$ 时，$A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,\ 3\}$，

但这时 $A\cap C=\{2\}$ 与已知"$A\cap C=\varnothing$"矛盾，∴$a\neq 5$.

(2) 当 $a=-2$ 时，$A=\{x\mid x^2+2x-15=0\}=\{3,\ 5\}$，

经检验符合题意. ∴$a=-2$.

综合 (1) (2) 可知：$a=-2$.

评注 化繁为简，化未知为已知的转化思想是常用的数学思想方法. 如："$A\cap B=A$"转

化为“$A\subseteq B$”，“$A\cup B=A$”转化为“$B\subseteq A$”等，都是集合中常见的转化.

自我评估

1. 设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 6\}$，那么下列结论正确的是（　　）.
   A. $P\cap Q=P$　　B. $P\cap Q\supsetneqq Q$　　C. $P\cup Q=Q$　　D. $P\cap Q\subsetneqq P$
2. 满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是（　　）.
   A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1
3. 集合 $A=\{(x,y)\mid x+y=0\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=2\}$，则 $A\cap B$ 是（　　）.
   A. $(1,-1)$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=-1\end{cases}$
   C. $\{(1,-1)\}$　　D. $\{x,y\mid x=1,y=-1\}$
4. 下列四个推理：①$a\in(A\cup B)\Rightarrow a\in A$；②$a\in(A\cap B)\Rightarrow a\in(A\cup B)$；③$A\subseteq B\Rightarrow A\cup B=B$；④$A\cup B=A\Rightarrow A\cap B=B$. 其中推理正确的个数为（　　）.
   A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4
5. 已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，$C=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant 0\text{ 或 }x>\frac{3}{2}\right\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$______________.
6. 若集合 $A=\{1,4,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cap B=B$，则实数 $x=$__________.
7. 已知集合 $M=\{x\mid 3x^2+ax-7=0\}$，$N=\{x\mid 3x^2-7x+b=0\}$，且 $M\cap N=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$，求 $M\cup N$.

8. 已知集合 $A=\{2,5\}$，$B=\{x\mid x^2+px+q=0\}$，$A\cup B=A$，$A\cap B=\{5\}$，求 p、q 的值.

9. 已知集合 $A=\{y \mid y=x^2+4x+5\}$，$B=\{x \mid y=\sqrt{5-x}\}$，求 $A\cap B$ 与 $A\cup B$.

探究应用

10. 我们知道实数范围内，乘法对加法有分配律成立，即 $a(b+c)=ab+ac$，那么在集合的运算中是否有类似的运算律成立呢？你能够用 Venn 图来探索和表示集合的运算律吗？

11. (1) 某班共有 28 名同学报名参加数学兴趣小组和物理兴趣小组活动，其中参加物理兴趣小组的有 10 人，参加数学兴趣小组的有 21 人. 问既参加数学兴趣小组又参加物理兴趣小组的有多少人？

(2) 根据第 (1) 题的结果，试探究 $\mathrm{card}(A\cup B)$ 是否等于 $\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)$？若等，请说明理由；若不等，请举出反例，并给出 $\mathrm{card}(A\cup B)$ 的一个正确的表示方法.

课时 2　集合的补集

方法指津

例 1　已知全集 $U=\{x \mid -10\leqslant x<10\}$，$A=\{x \mid -2\leqslant x<10\}$，$B=\{x \mid 0<x<6\}$. 求 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)$，$\complement_U(A\cup B)$.

分析　先用数轴直观地把不等式所代表的数集表示出来，再根据补集定义去确定相应的补集.

解　∵全集 $U=\{x \mid -10\leqslant x<10\}$，$A=\{x \mid -2\leqslant x<10\}$，$B=\{x \mid 0<x<6\}$，

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com