

国内外经典教材习题详解系列



平新乔
《微观经济学十八讲》
课后习题和强化习题详解

金圣才 主编

中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)

教·育·出·版·中·心



国内外经典教材习题详解系列

- ★曼昆《经济学原理》(第2、3和4版)笔记和课后习题详解
- ★范里安《微观经济学:现代观点》(第6版)笔记和课后习题详解
- ★平狄克《微观经济学》(第4和5版)笔记和课后习题详解
- ★范里安《微观经济学(高级教程)》(第3版)课后习题和强化习题详解
- ★平新乔《微观经济学十八讲》课后习题和强化习题详解
- ★曼昆《宏观经济学》(第4和第5版)笔记和课后习题详解
- ★多恩布什《宏观经济学》(第6、7和8版)笔记和课后习题详解
- ★萨克斯《全球视角的宏观经济学》笔记和课后习题详解
- ★罗默《高级宏观经济学》(第1和2版)课后习题详解
- ★罗宾斯《管理学》(第7版)笔记和课后习题详解
- ★罗宾斯《组织行为学》(第10版)笔记和课后习题详解

考硕考博大系列

- ◆ 国内外经典教材习题详解系列
- ◆ 考研专业课辅导系列
- ◆ 全国名校考研专业课真题题库系列
- ◆ 考研数学辅导系列
- ◆ 考博英语辅导系列
- ◆ 考博专业课真题题库系列
- ◆ 考博专业课真题详解系列

CFA考试辅导系列

(详细书目见本书附页清单)

详情请登录: 中国石化出版社 www.sinopec-press.com

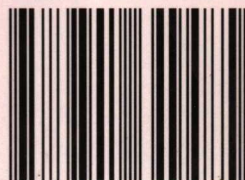
圣才考研网 www.100exam.com

圣才图书网 www.1000book.com

责任编辑: 张正威

封面设计: 华海文化

ISBN 7-80164-948-6



9 787801 649485 >

定价: 32.80 元

国内外经典教材习题详解系列

平新乔
《微观经济学十八讲》
课后习题和强化习题详解

金圣才 主编

中国石化出版社

内 容 提 要

国内外经典教材习题详解系列是一套全面解析当前国内外各大院校权威教科书的辅导资料。平新乔的《微观经济学十八讲》是国内最优秀的高级微观经济学教材之一。本书遵循原书的章目编排,共分18讲,每讲由两部分组成:第一部分是课(章)后习题详解,对所有习题都进行了详细的分析和解答;第二部分为强化习题详解,是参考大量国内外的相关资料补充了部分难题,以巩固和强化本章的知识难点。

本书特别适用于各大院校学习平新乔的《微观经济学十八讲》的师生,以及在高校(主要是北京大学)硕士和博士研究生入学考试中参加微观经济学考试科目的考生使用,对于参加经济学中高级考试和其他相关专业人员来说,本书也具有较高的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

平新乔《微观经济学十八讲》课后习题和强化习题详解/金圣才主编.
—北京:中国石化出版社,2006
(国内外经典教材习题详解系列)
ISBN 7-80164-948-6

I. 平... II. 金... III. 微观经济学—高等学校—解题
IV. F016-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 131390 号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail:press@sinopec.com.cn

金圣才文化发展(北京)有限公司排版

北京大地印刷厂印刷

全国各地新华书店经销

*

787×1092 毫米 16 开本 16.75 印张 411 千字

2006 年 11 月第 1 版 2006 年 11 月第 1 次印刷

定价:32.80 元

(购买时请认准封面防伪标识)

《国内外经典教材习题详解系列》

编 委 会

主编：金圣才

编委：徐少芳	辛灵梅	许明波	宋 鹏	李荣彪
段 浩	栾 峰	祝 艳	孙瑜香	李 敏
万小峰	张文杰	严写水	张丰慧	陆终杰
黄虚心	舒五玲	吴利平	李奋发	许新从
李天堂	连小刚	潘世溢	余应发	李向龙
张文和	孙汉中	李发良	周益林	苏剑平

序 言

目前,我国各大院校一般都把国内外通用的权威教科书作为本科生和研究生学习专业课程的参考教材,甚至被很多考试(特别是硕士和博士入学考试)和培训项目作为指定参考书。但这些国内外优秀教材的内容一般有一定的广度和深度,课(章)后习题一般没有答案或者答案简单(有的英文答案特别是论述题因为不符合中国人的习惯而难以理解),这给许多读者在学习专业教材时带来了一定的困难。为了帮助读者更好地学习专业课,我们有针对性地编著了一套与国内外教材配套的复习资料,整理了各章的笔记,并对课(章)后的习题进行了详细的解答。

平新乔的《微观经济学十八讲》是国内最优秀的中高级微观经济学教材之一(本书后面附有“国内外经济学经典教材简评”,可以参考),被国内部分院校(主要是北京大学)指定为考博参考书。作为该教材的习题详解辅导书,本书具有以下几个方面的特点:

1. 详解课后习题,分析相关要点。本书参考了北京大学部分院系的老师讲授《微观经济学十八讲》习题和作业的答案及相关资料对每章的所有习题进行了详细的分析和解答。由于《微观经济学十八讲》参考了大量国外经济学方面的英文教材和专业论文,其教材讲解和习题较多地涉及数理方面的知识,因此,对每章的一些重要知识点和习题的解答,我们在不违背原书原意的基础上结合其他相关经典教材进行了必要的整理和分析。

2. 补充难点习题,强化知识考点。为了进一步巩固和强化本章知识难点的复习,每章参考了大量国内外的相关试题、作业和习题精选了部分难题,并对相关重要知识点进行了延伸和归纳。补充的习题大部分选用英语原版习题并且有相当的难度,完全可以适用于高难度的经济学考博试题和其他高级经济学专业英语考试的复习。

3. 采用中英结合,强化专业英语。在“强化习题详解”部分所选用的部分习题和答案采用了英文或者中英结合的方式。这样,读者不但可以深刻理解每一道习题和答案的原意,而且便于更好地学习经济学专业英语。

本书全部习题(包括课后习题和强化习题)的解答参考了部分高校老师讲授《微观经济学十八讲》的讲义和课堂笔记,以及国内外教材的配套资料和相关参考书,如有不妥,敬请指正,在此表示感谢。

需要特别说明的是:我们深深感谢平新乔教授和北京大学出版社为我们提供了这样一本优秀的经济学教材。

为了帮助读者更好地学习国内外经典专业教材，圣才考研网开设了专业课的论坛及专栏，还提供各大院校最新考研考博真题及大量专业课复习资料。

读者如有建议或需要其他资料，请登录网站：

圣才考研网 www.100exam.com

圣才图书网 www.1000book.com

金圣才

考研考博系列图书目录

☞ 国内外经典教材习题详解系列

1. 曼昆《经济学原理》(第2、3和4版)笔记和课后习题详解
2. 范里安《微观经济学:现代观点》(第6版)笔记和课后习题详解
3. 平狄克《微观经济学》(第4和5版)笔记和课后习题详解
4. 范里安《微观经济学(高级教程)》(第3版)课后习题和强化习题详解
5. 平新乔《微观经济学十八讲》课后习题和强化习题详解
6. 曼昆《宏观经济学》(第4和5版)笔记和课后习题详解
7. 多恩布什《宏观经济学》(第6、7和8版)笔记和课后习题详解
8. 萨克斯《全球视角的宏观经济学》笔记和课后习题详解
9. 罗默《高级宏观经济学》(第1和2版)课后习题详解
10. 罗宾斯《管理学》(第7版)笔记和课后习题详解
11. 罗宾斯《组织行为学》(第10版)笔记和课后习题详解

☞ 考研专业课辅导系列

1. 西方经济学(微观部分)考研真题与典型题详解
2. 西方经济学(宏观部分)考研真题与典型题详解
3. 微观经济学考研模拟试题详解
4. 宏观经济学考研模拟试题详解
5. 政治经济学考研真题与典型题详解
6. 金融学考研真题与典型题详解
7. 金融联考大纲详解
8. 金融联考真题与模拟试题详解
9. 货币银行学考研真题与典型题详解
10. 财务管理学(含公司财务)考研真题与典型题详解
11. 会计学考研真题与典型题详解
12. 国际贸易考研真题与典型题详解
13. 管理学考研真题与典型题详解
14. 行政管理学考研真题与典型题详解
15. 心理学(基本理论)精讲与考研真题详解
16. 心理学(研究方法)精讲与考研真题详解
17. 教育学考研真题与典型题详解
18. 中外教育史考研真题与典型题详解
19. 心理学专业基础综合考试大纲详解
20. 心理学专业基础综合考试模拟试题详解
21. 教育学专业基础综合考试大纲详解
22. 教育学专业基础综合考试模拟试题详解
23. 英语专业英汉互译考研真题与典型题详解
24. 经济法学考硕考博历年名校真题汇编与疑难解析
25. 政治学考研真题与典型题详解
26. 物理化学精讲与考研真题详解

☞ 全国名校考研专业课真题题库系列

1. 数据结构与操作系统、离散数学
2. 计算机基础、系统结构与数据库
3. 信号与系统、通信原理
4. 电路与电子技术
5. 机械原理与机械设计
6. 自动控制与控制工程

7. 无机化学、有机化学与分析化学
8. 物理化学、生物化学与化工原理
9. 数学分析与高等代数
10. 力学

☞ 考研数学辅导系列

1. 微积分(经济类)考研真题与典型题详解
2. 线性代数(经济类)考研真题与典型题详解
3. 概率论与数理统计(经济类)考研真题与典型题详解
4. 高等数学(理工类)考研真题与典型题详解
5. 线性代数(理工类)考研真题与典型题详解
6. 概率论与数理统计(理工类)考研真题与典型题详解

☞ 考博英语辅导系列

1. 考博英语全国名校真题详解
2. 考博英语词汇突破
3. 考博英语阅读理解 150 篇详解
4. 考博英语翻译及写作真题解析与强化练习
5. 考博英语全真模拟试题详解
6. 考博英语听力真题解析与强化练习
7. 名校考博英语历年词汇试题解析
8. 名校考博英语阅读理解试题分类解析
9. 北京大学考博英语真题解析与专项练习
10. 清华大学考博英语真题解析与专项练习
11. 中国人民大学考博英语真题解析与专项练习
12. 复旦大学考博英语真题解析与专项练习
13. 武汉大学考博英语真题解析与专项练习
14. 中国科学院考博英语真题解析与专项练习

☞ 考博专业课真题题库系列

1. 全国名校考博专业课真题题库——经管类
2. 全国名校考博专业课真题题库——文史哲法类
3. 全国名校考博专业课真题题库——理工类
4. 全国名校考博专业课真题题库——生物医学类

☞ 考博专业课真题详解系列

1. 考博：微观经济学真题与难题详解
2. 考博：宏观经济学真题与难题详解

☞ CFA 考试辅导系列

1. CFA 考试(Level I)辅导系列1: 道德规范与职业行为准则、数量方法
2. CFA 考试(Level I)辅导系列2: 经济学、资产组合管理
3. CFA 考试(Level I)辅导系列3: 财务报表分析
4. CFA 考试(Level I)辅导系列4: 公司财务、衍生产品投资、其他金融产品投资
5. CFA 考试(Level I)辅导系列5: 权益证券投资、固定收益证券投资
6. CFA 考试(Level I)辅导系列6: 模拟试卷及详解
7. 证券英汉双解词典(CFA 考试专用词典)

☞ 购买图书请联系

中国石化出版社读者服务部
地址: 北京安定门外大街 58 号
电话: 010-84289974(兼传真)

目 录

第 1 讲	偏好、效用与消费者的基本问题	
1.1	课后习题详解	(1)
1.2	强化习题详解	(6)
第 2 讲	间接效用函数与支出函数	
2.1	课后习题详解	(10)
2.2	强化习题详解	(19)
第 3 讲	价格变化对消费者的配置效应与福利效应	
3.1	课后习题详解	(22)
3.2	强化习题详解	(31)
第 4 讲	VNM 效用函数与风险升水	
4.1	课后习题详解	(37)
4.2	强化习题详解	(43)
第 5 讲	风险规避、风险投资与跨期决策	
5.1	课后习题详解	(48)
5.2	强化习题详解	(59)
第 6 讲	生产函数与规模报酬	
6.1	课后习题详解	(61)
6.2	强化习题详解	(70)
第 7 讲	要素需求函数、成本函数、利润函数与供给函数	
7.1	课后习题详解	(74)
7.2	强化习题详解	(87)
第 8 讲	完全竞争与垄断	
8.1	课后习题详解	(93)
8.2	强化习题详解	(107)
第 9 讲	古诺均衡与不完全竞争	
9.1	课后习题详解	(116)
9.2	强化习题详解	(128)
第 10 讲	策略性博弈与纳什均衡	
10.1	课后习题详解	(133)
10.2	强化习题详解	(142)
第 11 讲	广延型博弈与反向归纳策略	
11.1	课后习题详解	(151)
11.2	强化习题详解	(159)
第 12 讲	子博弈与完美性	
12.1	课后习题详解	(162)

12.2	强化习题详解	(166)
第13讲	委托-代理理论初步	
13.1	课后习题详解	(176)
13.2	强化习题详解	(184)
第14章	信息不对称、逆向敌对选择与信号博弈	
14.1	课后习题详解	(187)
14.2	强化习题详解	(194)
第15讲	寻找工作与劳动市场中的匹配	
15.1	课后习题详解	(200)
15.2	强化习题详解	(207)
第16讲	一般均衡与福利经济学的两个基本定理	
16.1	课后习题详解	(217)
16.2	强化习题详解	(223)
第17章	外在性、科斯定理与公共品理论	
17.1	课后习题详解	(233)
17.2	强化习题详解	(239)
第18章	企业的性质、边界与产权	
18.1	课后习题详解	(248)
18.2	强化习题详解	(252)
附录：国内外经济学经典教材简评		

第1讲 偏好、效用与消费者的基本问题

1.1 课后习题详解

1. 根据下面的描述,画出消费者的无差异曲线。对于(1)和(3)题,写出效用函数。

(1)王力喜欢喝汽水 x , 但是厌恶吃冰棍 y 。

(2)李楠既喜欢喝汽水 x , 又喜欢吃冰棍 y , 但她认为三杯汽水和两根冰棍是无差异的。

(3)萧峰有个习惯,他每喝一杯汽水 x 就要吃两根冰棍 y , 当然汽水和冰棍对他而言是多多益善。

(4)杨琳对于有无汽水 x 喝毫不在意, 但她喜欢吃冰棍 y 。

答: (1)消费者对这两种商品的效用函数为 $u(x, y) = ay - bx$, 如图 1-1 所示(图中箭头表示更高的效用方向)。

(2)如图 1-2 所示。

(3)消费者对这两种商品的效用函数为 $u(x, y) = \min\left\{x, \frac{y}{2}\right\}$, 如图 1-3 所示。

(4)如图 1-4 所示。

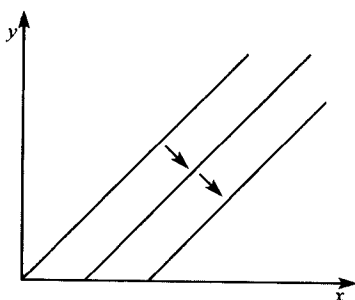


图 1-1 喜欢喝汽水厌恶吃冰棍

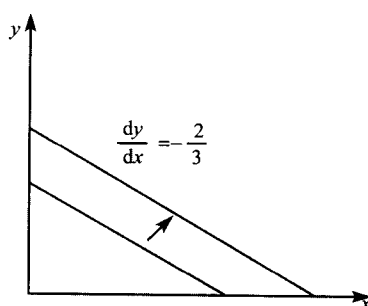


图 1-2 既喜欢喝汽水又喜欢吃冰棍

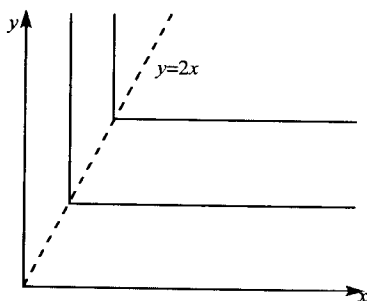


图 1-3 喝一杯汽水就要吃两根冰棍

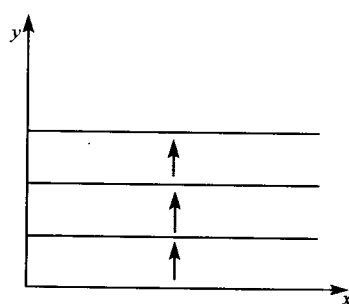


图 1-4 对于有无汽水喝毫不在意

2. 作图: 如果一个人的效用函数为 $u(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2\}$

(1)请画出三条无差异曲线。

(2)如果 $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $y = 10$ 。请在图 1-5 上找出该消费者的最优的消费组合。

答: (1) 如图 1-5 所示。

(2) 最优点如图 1-5 中的 A 点所示, 在该点此人消费 10 个单位的 X_1 , 0 个单位的 X_2 。

3. 下列说法对吗? 为什么?

若某个消费者的偏好可以由效用函数 $u(x_1, x_2) = 10(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) - 50$ 来描述, 那么对此消费者而言, 商品 1 和商品 2 是完全替代的。

答: 此说法正确。理由如下:

由于效用函数的单调变换和原效用函数表示同一个偏好, 所以对 u 进行如下单调变换 $f(u) = \left(\frac{u+50}{10}\right)^{1/2}$ 后, 得到新的效用函数为 $u'(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, 这是完全替代偏好的效用函数, 所以原效用函数所描述的偏好中, 商品 1 与商品 2 也是完全替代的。

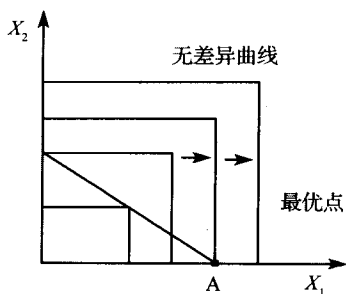


图 1-5 无差异曲线和最优点

4. 设 $u(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \ln x_1 + \frac{1}{2} \ln x_2$, 这里 $x_1, x_2 \in R_+$ 。

(1) 证明: x_1 与 x_2 的边际效用都递减。

(2) 请给出一个效用函数形式, 但该形式不具备边际效用递减的性质。

答: (1) 把 u 关于 x_1 和 x_2 分别求二阶偏导数得 $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{1}{2x_1^2} < 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{2x_2^2} < 0$, 所以 x_1 与 x_2 的边际效用都递减。

(2) 如效用函数 $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$, 它关于 x_1 与 x_2 的二阶偏导数恒大于零, 所以 x_1 与 x_2 的边际效用都是递增的。只要效用函数的二阶导数不为负, 就可以保证边际效用不是递减的。

5. 常替代弹性效用函数 $u(x_1, x_2) = (\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$, 请证明:

(1) 当 $\rho = 1$, 该效用函数为线性。

(2) 当 $\rho \rightarrow 0$ 时, 该效用函数趋近于 $u(x) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} (\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$ 。

(3) 当 $\rho \rightarrow -\infty$ 时, 该效用函数趋近于 $u(x) = \min(x_1, x_2)$ 。

证明: (1) 当 $\rho = 1$ 时, $u(x_1, x_2) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$, 此时函数是线性的。

$$\begin{aligned} (2) \lim_{\rho \rightarrow 0} u(x_1, x_2) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \exp(\ln u(x_1, x_2)) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \exp\left(\frac{\ln(\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)}{\rho}\right) \\ &= \exp\left\{\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\alpha_1 x_1^\rho \ln x_1 + \alpha_2 x_2^\rho \ln x_2}{\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho}\right\} = \exp\{\alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2\} = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} (\alpha_1 + \alpha_2 = 1) \end{aligned}$$

$$(3) \lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \lim_{\rho \rightarrow -\infty} \exp(\ln u(x_1, x_2)) =$$

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \exp\left(\frac{\ln(\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)}{\rho}\right) = \exp\left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_1 x_1^\rho \ln x_1 + \alpha_2 x_2^\rho \ln x_2}{\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho}\right), \text{ 最后一个等号用到洛必}$$

达法则, 下面分情况讨论:

① 当 $x_1 > x_2$ 时:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \exp\left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_1 \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2}{\alpha_1 \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho + \alpha_2}\right) = \exp(\ln x_2) = x_2$$

上式中倒数第二个等号成立是因为当 $\frac{x_1}{x_2} > 1$ 时, $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho = 0$ 。

② 当 $x_1 < x_2$ 时:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \exp \left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_2 \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^\rho \ln x_1 + \alpha_1 \ln x_1}{\alpha_2 \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^\rho + \alpha_1} \right) = \exp(\ln x_1) = x_1$$

当 $x_1 = x_2$ 时, 有 $u(x) = x_1 = x_2 = \min \{x_1, x_2\}$ 。

综上所述可知:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$$

6. 茜茜总喜欢在每一杯咖啡里加两汤匙糖。如果每汤匙糖的价格是 p_1 , 每杯咖啡的价格是 p_2 , 消费者花费 M 元在咖啡和糖上, 那么, 她将打算购买多少咖啡和糖? 如果价格变为 p'_1 和 p'_2 , 对她关于咖啡和糖的消费会发生什么影响?

答: (1) 由于茜茜总喜欢在每一杯咖啡里加两汤匙糖, 所以咖啡和糖对茜茜而言是完全互补品, 如果用 c 和 s 分别表示她消费的咖啡的数量(以杯为单位)和糖的数量(以汤匙为单位), 那么她的效用函数就可以表示为:

$$u(c, s) = \min \left\{ c, \frac{1}{2}s \right\}$$

从而她的效用最大化问题可以表示为:

$$\begin{aligned} \max_{c, s} \min \left\{ c, \frac{1}{2}s \right\} \\ \text{s. t. } p_1 s + p_2 c = M \end{aligned}$$

对于最优选择, 必有 $c = \frac{1}{2}s$ 。这是因为如果 $c > \frac{1}{2}s$, 那么在保持预算约束不变的条件下, 减少一些糖的消费, 再增加一些咖啡的消费, 就可以提高茜茜的效用, 如图 1-6 的 A 点所示。所以对于最优选择, $c > \frac{1}{2}s$ 一定不成立; 对于 $c < \frac{1}{2}s$ 也有类似的理由。

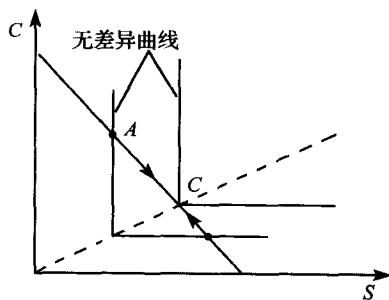


图 1-6 互补偏好的最优选择

再结合预算约束, 就可以得到消费者的最优消费量为:

$$c = \frac{M}{p_1 + 2p_2}, \quad s = \frac{2M}{p_1 + 2p_2}$$

(2) 当价格变为 p'_1 和 p'_2 时, 茜茜对咖啡和糖的消费变为:

$$c = \frac{M}{p'_1 + 2p'_2}, \quad s = \frac{2M}{p'_1 + 2p'_2}$$

所以咖啡和糖两者之中任何一个价格上涨都会引起茜茜对它们的需求同时下降。

7. 令 $\succeq$ 表示偏好关系, $>$ 表示严格偏好关系, $\sim$ 表示无差异关系, 证明下列关系:

(1) $\succeq \subset \succeq$

(2) $\sim \subset \succeq$

$$(3) > \cup \sim = \geq$$

$$(4) > \cap \sim = \phi$$

答：(1) $\geq \subset \geq$ 的含义是：弱偏好本身是弱偏好的一个子集。

证明：根据子集的定义，任何非空集合都是自己的一个子集。由于偏好关系是定义在选择集的二次幂集上的完备的序关系，又由选择集的非空性质得到选择集二次幂集的非空性，得到偏好关系的非空性质。

(2) $\sim \subset \geq$ 的含义是：如果 A 和 B 之间无差异，那么 A 至少和 B 一样好。从而本问的结论是显然的。

(3) $> \cup \sim = \geq$ 的含义是：如果消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好这一关系和消费者对 A 和 B 的偏好是无差异的这一关系中有一个成立，那么消费者对 A 的偏好至少和 B 一样好这一关系一定成立，反之亦然。根据 $\geq$ 关系的定义可知这个结论是成立的。

(4) $> \cap \sim = \phi$ 的含义是：消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好这一关系和消费者对 A 和 B 的偏好是无差异的这一关系不能同时成立。理由如下：如果 $A > B$ 和 $A \sim B$ 同时成立，那么就有 $A > B \sim A$ ，从而得到 $A > A$ ，矛盾。

8. 证明下列结论(或用具说服力的说理证明)

(1) “ $<$ ”与“ $\sim$ ”都不具有“完备性”。

(2) “ $\sim$ ”满足反省性。

(3) 严格偏好关系不满足反省性。

(4) 对于任何 X 中的 x^1 与 x^2 ，在下列关系中只能居其一： $x^1 > x^2$ ，或 $x^1 < x^2$ ，或 $x^1 \sim x^2$ 。

证明：(1) “ $<$ ”与“ $\sim$ ”都不具有完备性。理由如下：

如果一种偏好关系具有完备性，那么对消费集中任意两个消费束之间都可以建立这种关系。“ $<$ ”表示严格偏好关系，但是对任意的两个消费束 A 和 B，消费者对他们可能是无差异的，这时 A 和 B 之间就不能建立严格偏好的关系。“ $\sim$ ”表示无差异关系，但是对任意的两个消费束 A 和 B，消费者可能严格偏好于 A，这时 A 和 B 之间就不能建立无差异的关系。

(2) “ $\sim$ ”满足反省性。理由如下：

自反性是说，如果消费束 A 和消费束 B 之间满足某种二元关系，那么 B 和 A 之间也满足这种关系。如果 A 和 B 之间是无差异的，那么显然，B 和 A 之间也是无差异的，所以“ $\sim$ ”满足反省性。

(3) 严格偏好关系不满足反省性，理由如下：

如果消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好，即 $A > B$ ，那么根据自反性，消费者对 B 的偏好也超过了对 A 的偏好，即 $B > A$ 。从而就有 $A > A$ ，即消费者对 A 的偏好超过了他对 A 的偏好，这样就出现了矛盾。所以严格偏好关系必然不满足反省性。

(4) 对于 X 中的任何 x^1 与 x^2 ，下列关系中只有一个能成立：
 $x^1 > x^2$ ，或 $x^1 < x^2$ ，或 $x^1 \sim x^2$ 。

理由如下：

如果这三种关系中至少有两个同时成立，那么共有以下四种情况：

- ① $x^1 > x^2$ 且 $x^1 < x^2$ ，由此可以得到 $x^1 > x^2 > x^1$ ，即 $x^1 > x^1$ ，矛盾！
- ② $x^1 > x^2$ 且 $x^1 \sim x^2$ ，由此可以得到 $x^1 > x^2 \sim x^1$ ，即 $x^1 > x^1$ ，矛盾！

③ $x^1 < x^2$ 且 $x^1 \sim x^2$, 由此可以得到 $x^1 < x^2 \sim x^1$, 即 $x^1 < x^1$, 矛盾!

④ $x^1 > x^2$, $x^1 < x^2$ 且 $x^1 \sim x^2$, 由此可以得到 $x^1 < x^2 \sim x^1$, 即 $x^1 < x^1$, 矛盾!

综上可知这三种关系中只有一个能成立。

9. 一个只消费两类物品的消费者面临正的价格, 其拥有正的收入, 他的效用函数为

$$u(x_1, x_2) = x_1$$

导出其马歇尔需求函数。

答: 消费者的效用最大化问题为:

$$\begin{aligned} \max x_1 \\ \text{s. t. } p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq y \end{aligned}$$

由约束条件可知 $x_1 \leq \frac{y - p_2 x_2}{p_1}$, 从而当 $x_1 = \frac{y - p_2 x_2}{p_1}$, $x_2 = 0$ 时, 消费者效用达到最大, 从而该消费者的马歇尔需求函数为:

$$x_1 = \frac{y - p_2 x_2}{p_1}, \quad x_2 = 0$$

10. 一个人的效用函数为 $u(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$, 这里 $0 < \alpha < 1$, $A > 0$ 。假定存在内点解, 请推导其马歇尔需求函数。

答: 该消费者的效用最大化问题为:

$$\begin{aligned} \max Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \\ \text{s. t. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = y \end{aligned}$$

该问题的拉格朗日函数为:

$$L(\lambda, x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda(y - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

使 $L(\cdot)$ 最大化的 x_1, x_2, λ 满足一阶条件:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \alpha Ax_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = (1-\alpha) Ax_1^\alpha x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - x_1 p_1 - x_2 p_2 = 0 \quad (3)$$

① 式除以② 式, 得:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

即:

$$x_2 = \frac{x_1 p_1 (1-\alpha)}{p_2 \alpha} \quad (4)$$

④ 式代入③ 式得:

$$x_1 = \frac{\alpha y}{p_1} \quad (5)$$

⑤ 式代入④ 式得:

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)y}{p_2} \quad (6)$$

那么⑤, ⑥两式即为 x_1 和 x_2 的马歇尔需求函数。

11. 在下列效用函数形式里, 哪些是效用函数的单调变换?

(1) $u = 2v - 13$ 。

(2) $u = -1/v^2$ 。

(3) $u = -1/v^2$ 。

(4) $u = \ln v$ 。

(5) $u = -e^{-v}$ 。

(6) $u = v^2$ 。

(7) $u = v^2$, 对于 $v > 0$

(8) $u = v^2$, 对于 $v < 0$ 。

答: (1) 是单调变换。因为 $\frac{\partial u}{\partial v} = 2 > 0$ 。

(2) 在 $v > 0$ 时是单调变换, $v < 0$ 时不是单调变换。理由如下:

因为 $\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{2}{v^3}$, 所以当 $v > 0$ 时, $\frac{\partial u}{\partial v} > 0$; 当 $v < 0$ 时, $\frac{\partial u}{\partial v} < 0$ 。从而只有当 $v > 0$ 时, $u = -\frac{1}{v^2}$ 才是单调变换。

(3) 在 $v > 0$ 时不是单调变换, $v < 0$ 时, 是单调变换。理由类似于(2)。

(4) 在 $v > 0$ 时是单调变换, $v < 0$ 时不是单调变换。理由类似于(2)。

(5) 是单调变换。理由类似于(1)。

(6) 在 $v > 0$ 时是单调变换, $v < 0$ 时, 不是单调变换。理由类似于(2)。

(7) 是单调变换。理由类似于(1)。

(8) 不是单调变换。理由类似于(2)。

1.2 强化习题详解

1. 现在是年终, 又到了行善的时候, 请问受到洪涝灾害的人是希望得到现金还是同等价值的棉被? 用代数式来证明答案, 并配以图示。提示: 用 x_1 代表棉被, x_2 代表其他用品, m 代表收入, c 表示得到的慈善现金的数额, g 表示分得的棉被的数量。假定没有商品禀赋, 得到的棉被不能买卖, 并且灾区的商品价格和外面没有差异。

答: 受到洪涝灾害的人希望得到现金。分析如下:

设棉被的价格为 p , 其他用品的价格为 1 (这样的假设可以方便分析, 但并不影响结果), 因为现金和棉被等值, 即 $c = gp$, 则灾区人民的预算约束为:

当获得的捐赠为棉被时: $m + pg = x_2 + px_1$, 其中 $x_1 \geq g$

当获得的捐赠为现金时: $m + pg = x_2 + px_1$

若灾区人民获得的是棉被, 则其最优化问题为:

$$\begin{aligned} \max \quad & U(x_1, x_2) \\ \text{s. t.} \quad & m + p \cdot g = x_2 + p \cdot x_1 \\ & x_1 \geq g \end{aligned} \tag{1}$$

若灾区人民获得的是现金, 则其最优化问题为:

$$\begin{aligned} \max \quad & U(x_1, x_2) \\ \text{s. t.} \quad & m + c = x_2 + p \cdot x_1 \end{aligned} \tag{2}$$