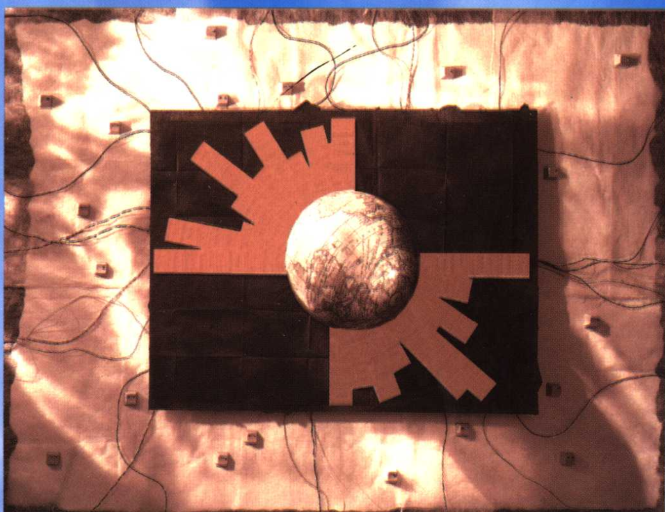
高等学校经典教材配套辅导丛书

普通物理学习题全解

第五版

徐 浦 编著

◆ 名师执笔 ◆ 精准解答
◆ 习题全解 ◆ 知识归纳



陕西师范大学出版社

高等学校经典教材配套辅导丛书

普通物理学
习题全解

第五版

徐 浦 编著

陕西师范大学出版社

图书代号:JF5N0811

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学习题全解/徐浦 编著. 一西安:陕西师范大学出版社,2005.8

(高等学校经典教材配套辅导丛书)

ISBN 7—5613—3298—X/O·89

Ⅰ.普… Ⅱ.徐… Ⅲ.普通物理学一高等学校一教学参考资料 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 090833 号

责任编辑 陈光明

装帧设计 王静婧

出版发行 陕西师范大学出版社

社　　址 西安市陕西师大 120# (邮政编码:710062)

网　　址 http://www.snuph.com

经　　销 新华书店

印　　刷 如皋市印刷有限公司

开　　本 787×960 1/16

印　　张 32

字　　数 606 千

版　　次 2006 年 1 月第 1 版

印　　次 2006 年 1 月第 1 次印刷

定　　价 35.00 元

开户行:光大银行西安电子城支行　账号:0303080—00304001602

读者购书、书店添货或发现印装问题,请与本社营销中心联系、调换。

电　话:(029)85307864　85233753　85251046(传真)

E-mail:if-centre@snuph.com

前 言

物理学是理工科院校本科教学中一门重要的基础课，对培养和提高学生的科学素质起着其它课程不能替代的特殊作用。其重要性随着科学技术的发展日益提高，许多边缘学科以及高新技术都是以物理规律为基础而发展起来的。因此，理工科学生必须打好物理学基础，才有可能在以后的专业课学习及科研新领域开拓工作中取得较高的成就。而要想学好《物理学》课程，做思考题和习题是一个重要的环节，通过做习题和思考题，可以帮助学生了解物理学中的每个细节及其奥妙；帮助学生加深对物理学的基本概念、基本规律和基本方法的理解和掌握；有助于培养学生学会用科学的思想方法分析和解决实际问题的能力；能够复习和巩固所学知识，加深对教学内容的理解，启发学生的思维，培养解题的技巧和能力。

这本《普通物理学（第五版）习题全解》是根据程守洙、江之永主编的《普通物理学》（第五版）教材的思考题与习题而作的全解。教材中所有的问题和习题都给出了较为详尽的解答。在解答过程中，力求做到思路清晰、条理清楚、概念准确无误。编写本书的目的是为了帮助学生加深对基本概念和基本规律的理解，加强对解题思路和解题方法的指导，使学生从中领悟并学会分析问题和解决问题的方法，掌握解题的基本步骤，熟悉题目的类型，开阔思路，进而掌握学习的主动性。希望同学们在做题时，要深入钻研，先自己思考解题，再看题目解答，通过比较来检查自己掌握的程度。不要仅满足于得到一个正确的答案，而是要对每一道题目的物理内容有一个透彻的理解和掌握。

由于编者水平有限，书中难免有错误和不当之处，恳请广大教师和同学批评指正。

编 者

2005 年 12 月

目　录

第一章　质点的运动

思考题与解答

1－1　回答下列问题：

（1）一物体具有加速度而其速度为零，是否可能？

（2）一物体具有恒定的速率但仍有变化的速度，是否可能？

（3）一物体具有恒定的速度但仍有变化的速率，是否可能？

（4）一物体具有沿 x 轴正方向的加速度而有沿 x 轴负方向的速度，是否可能？

（5）一物体的加速度大小恒定而其速度的方向改变，是否可能？

答　（1）可能. 因为加速度是速度对时间的变化率. 速度为零时，并不等于其速度随时间的变化率为零. 因此物体具有加速度. 而其速度为零是可能的. 例如竖直上抛运动，物体达到最高点时，$v = 0$，但 $a = g$.

（2）可能. 因为速度是矢量，即有大小又有方向. 只要大小或方向有一个发生变化，就表示速度变化了. 当物体具有恒定的速率时，只意味着速度的大小不变，若速度的方向发生变化，这样的速度仍然是变化的. 因此，物体具有恒定的速率时，仍有变化的速度是可能的. 例如匀速率圆周运动.

（3）不可能. 因为物体的速度恒定时，则物体运动速度的大小和方向均不变. 所以不会有变化的速率出现.

（4）可能. 在竖直上抛运动中，若以竖直向下为 x 轴正方向，则在竖直上抛的上升阶段中，物体具有与 x 轴正方向相同的加速度 $a = g$，和沿 x 轴负方向的速度.

（5）可能. 在匀速率圆周运动中，物体的加速度的大小是恒定的，但其运动方向是时刻变化的.

1－2　回答下列问题：

（1）位移和路程有何区别？在什么情况下两者的量值相等？在什么情况下并不相等？

（2）平均速度和平均速率有何区别？在什么情况下两者的量值相等？瞬时速度的关系和区别是怎样的？瞬时速率和平均速率的关系和区别又是怎样的？

答　（1）位移与路程是两个不同的概念. 位移是描述物体位置的物理量. 等于物体初、末位置矢量之差，是矢量. 它只表示位置变化的实际效果. 并非物体所经历的实际路径. 路程是物体运动所经历的实际路径的长度，是标量.

只有在物体作单向直线运动时，或者在 Δt 趋近于零的极限情况下，位移和路程的量值才会相等，在其它情况下，两者均不相等. 例如物体作圆周运动，从 A 点出发回到 A 点时，路程为圆周长，但位移的大小却为零.

(2) 平均速度与平均速率是两个不同的概念. 平均速度是矢量，是在相信的时间 Δt 内位移对时间的比值；平均速率是标量，是在相应的时间 Δt 内路程与这段时间的比值. 在一般情况下，两者的量值并不相等，只有在物体作单向直线运动或者在 Δt 趋近于零的极限情况下，两者的量值才相等.

瞬时速度是当时间间隔 Δt 无限地减小而趋近于零时，平均速度的极限值. 瞬时速率是当 $\Delta t \to 0$ 时，平均速率的极限值，平均速率只能粗略地反映运动的快慢程度和运动方向，而瞬时速度能精确地描写质点运动的快慢程度以及运动的方向. 同样，平均速率只能粗略地反映物体运动的快慢程度，而瞬时速率能够精确地描写质点运动的快慢程度.

1－3 回答下列问题：

(1) 有人说："运动物体的加速度越大，物体的速度也越大"，你认为对不对？

(2) 有人说："物体在直线上运动前进时，如果物体向前的加速度减小了，物体前进的速度也就减小了"，你认为对不对？

(3) 有人说："物体加速度的值很大，而物体速度的值可以不变，是不可能的"，你认为如何？

答 (1) 不对.

速度与加速度是两个不同的物理量. 加速度是速度随时间的变化率，加速度大，意味着速度随时间的变化率大，但并不表示速度大. 反过来，当速度很大时，加速度也不一定大，甚至有可能加速度为零.

(2) 不对.

当物体的加速度与速度方向一致时，物体作加速运动，当物体的加速度与速度方向相反时，物体作减速运动. 因此，当加速度方向与速度方向一致，但加速度的值减小时，物体仍然作加速运动，速度仍然在加快，只是加快的程度变小了.

(3) 不对.

加速度是速度随时间的变化率. 速度的大小或方向发生变化都会有加速度产生. 因此物体的加速度值很大，而物体速度的数值不变是可能的. 例如匀速率圆周运动.

1－4 设质点的运动方程为 $x = x(t)$，$y = y(t)$，在计算质点的速度和加速度时，有人先求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$，然后根据

$$v = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

及

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$$

而求得结果；又有人先计算速度和加速度的分量，再合成求得结果，即

$$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

及

$$a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

你认为两种方法哪一种正确?两者差别何在?

答　后一种方法正确.

因为速度和加速度都是矢量,其定义式分别为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\qquad \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

其中

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$$

因此有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=-\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$$

所以其大小分别为

$$V=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}\qquad a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

前一种方法的错误在于考虑了矢径 $\boldsymbol{r}$ 的大小随时间的变化而未考虑 $\boldsymbol{r}$ 的方向随时间的变化,因此是不对的.

1－5　试回答下列问题:

(1) 匀加速运动是否一定是直线运动?为什么?

(2) 在圆周运动中,加速度的方向是否一定指向圆心?为什么?

答　(1) 匀加速运动不一定是直线运动.这取决于初速度的方向与加速度的方向是否一致.若两者一致就是直线运动,例如自由落体运动;若两者不一致就是曲线运动,例如斜抛运动.

(2) 不一定.

质点作圆周运动时,其加速度由质向加速度和切向加速度合成,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_t$,当质向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 和切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$ 都不为零时,加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向并不指向圆心. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_t$ 之间所夹的角满足 $\mathrm{tg}\theta=\frac{a_n}{a_t}$ 只有当质点作匀速率圆周运动,$\boldsymbol{a}_t=0$ 时,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n$,加速度才指向圆心.

1－6　对于物体的曲线运动有下面两种说法:

(1) 物体作曲线运动时速度时,必有加速度,加速度的法向分量一定不等于零;

(2) 物体作曲线运动时速度方向一定在运动轨道的切线方向,法向分速度恒等于零,因此其法向加速度也一定等于零.

试判断上述两种说法是否正确，并讨论物体作曲线运动时速度、加速度的大小、方向及其关系.

答 (1) 正确.

因为质点作曲线运动时，其运动方向处处在变化，因此一定有加速度产生. 而且由于速度方向变化引起的加速度是法向加速度，所以加速度的法向分量一定不等于零.

(2) 质点作曲线运动时，速度方向一定沿轨道的切线方向，法向速度为零，是正确的. 但是法向速度为零，并不一定法向加速度为零. 法向加速度不是由法向速度产生而是由速度方向的改变引起的，与法向速度无关.(例如匀速度率圆周运动的情况).

1－7 一个作平面运动的质点，它的运动方程是 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$，如果(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，质点作什么运动?(2) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，质点作什么运动?

答

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 表示径向速率，它是速度$\boldsymbol{v}$的一个分量的大小. $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$ 说明质点无径向运动. $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$ 说明质点有运动速度，只在切向方向上. 因此质点作圆周运动.

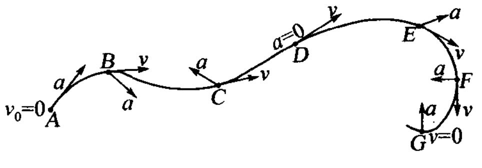
(2) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$ 说明质点的运动速度的大小不变. 但$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，说明速度是变化的，只能是速度方向的变化，所以质点作匀速率圆周运动.

1－8 圆周运动中质点的加速度是否一定和速度方向垂直?任意曲线运动的加速度是否一定不与速度方向垂直?

答 圆周运动中质点的加速度不一定和速度方向垂直，因为 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_t$ 并不指向圆心，与速度方向有一定的夹角. 只有当匀速率圆周运动时，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n$，加速度方向才与速度方向相垂直.

任意曲线运动时，加速度的方向也有可能与速度方向垂直，只要质点在某一瞬时间隔内速度大小不变，但方向变化，那么质点在此时所具有的加速度只有法向方向，无切向分量. 此时加速度的方向与速度方向垂直.

1－9 一质点沿轨道 $ABCDEFG$ 运动，试分析图中各点处的运动，把答案填入下表.



思考题 1－9 图

各点情况	A	B	C	D	E	F	G
运动是否可能							
速度将增大还是减小							
速度方向半变化否							

答

各点情况	A	B	C	D	E	F	G
运动是否可能	可能	可能	可能	可能	不可能	可能	可能
速度将增大还是减小	增大	增大	减小	不变		不变	不变
速度方向将变化否	不变	变化	变化	不变		变化	变化

1－10　一人在恒定速度运动的火车上竖直向上抛出一石子，此石子能否落回人的手中？如果石子抛出后，火车以恒定加速度前进，结果又将怎样？

答　由于火车相对于地面作恒定速度运动，即匀速直线运动时，是一个惯性参照系，火车上的运动规律应与地面上一样，所以石块竖直上抛后，仍能落回到出发点，即落回人的手中. 若石子抛出后，火车以恒定加速度前进，则石子不能落回到人手中. 此时若以地为参照系（惯性系），可得到在石子下落的相同时间内，人与石子在水平方向上前进的距离不一样：$x_{石子} = v_0 t$，而 $x_{人} = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$.（$v_0$ 代表上抛石子时的火车速度）.

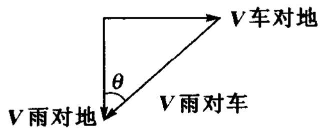
1－11　装有竖直遮风玻璃的汽车，在大雨中以速率 v 前进，雨滴则以速率 v' 竖直下降，问雨滴将以什么角度打击遮风玻璃.

答　如图所示，由相对运动公式.

$$\boldsymbol{v}_{雨对车} = \boldsymbol{v}_{雨对地} - \boldsymbol{v}_{车对地}$$

可得

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{v}{v'}$$



答 1－11 图

1－12　一斜物体的水平初速度是 v_0，它的轨迹的最高点处的曲率半径是多大？

答　斜抛的物体当达到最高点时其竖直方向上的速度为零，只有水平方向上的速度，$v = v_0$，而在该点的加速度 $a = g$，与速度方向相垂直，是法向加速度，满足

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

ρ 是该点的曲率半径，所以有

$$a_n = g = \frac{v_0^2}{\rho}$$

因此

$$\rho = \frac{v_0^2}{g}$$

习题与解答

1－1 质点按一定规律沿 x 作直线运动，在不同时刻的位置如下：

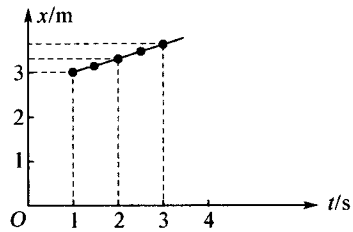
t/s	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
x/m	3.00	4.14	3.29	3.42	3.57

(1) 画出位置对时间的曲线；

(2) 求质点在 1～3s 中的平均速度；

(3) 求质点在 $t=0$ 时的位置.

解 (1) 位移对时间的曲线如图所示



解 1－1 图

(2) 在 $\Delta t = 3-1 = 2\text{s}$ 内，有

$$\Delta x = x_3 - x_1 = 3.57 - 3.0 = 0.57\text{m}$$

所以

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.57}{2} = 0.285\text{m/s}$$

(3) 由图可知，直线的斜率为

$$k = \bar{v} = 0.285\text{m/s}$$

所以有

$$x = x_0 + \bar{v}t$$

因此

$$x_0 = x - \bar{v}t = 3.57 - 0.285 \times 3 = 2.715\text{m}$$

1－2 一质点沿 x 轴运动，坐标与时间的变化关系为 $x = 4t - 2t^3$，式中 x、t 分别以 m、s 为单位，试计算

(1) 在最初 2s 内的平均速度，2s 末的瞬时速度；

(2) 1s 天到 3s 末的位移、平均速度；

(3) 1s 末到 3s 末的平均加速度；此平均加速度是否可用 $a = \dfrac{a_1 + a_3}{2}$ 计算？

(4) 3s 末的瞬时加速度.

解 (1) $t=0$ 时：$x_0 = 0$

$t = 2\text{s}$ 时：

$$x_2 = 4\times 2 - 2\times 2^3 = -8\text{m}$$

所以

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-8-0}{2-0} = -4\text{m/s}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 4 - 6t^2$$

当 $t=2s$ 时：

$$v_2=4-6\times 2^2=-20m/s$$

(2) $t=1s$ 时：

$$x_1=4\times 1-2\times 1^3=2m$$

$t=3s$ 时：

$$x_3=4\times 3-2\times 3^3=-42m$$

$$\Delta x=x_3-x_1=-42-2=-44m$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-44}{2}=-22m/s$$

(3) $t=1s$ 时，

$$v_1=4-6\times 1^2=-2m/s$$

$t=3s$ 时，

$$v_3=4-6\times 3^2=-50m/s$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-50+2}{3-1}=-24m/s^2$$

因为

$$a=\frac{dv}{dt}=-12t$$

$t=1$ 时，$a_1=-12m/s^2$；$t=3$ 时，$a_3=-36m/s^2$

$$\frac{a_1+a_3}{2}=\frac{-12-36}{2}=-24m/s^2$$

可见两者相等，可用 $\bar{a}=\dfrac{a_1+a_3}{2}$ 计算.

(4) $a=-12t$

当 $a=3s$ 时

$$a_3=-12\times 3=-36m/s^2$$

1—3　一辆汽车沿着笔直的公路行驶，速度和时间的关系如图中折线 $OABCDEF$ 所示.

(1) 试说明图中 OA，AB，BC，CD，DE，EF 等线段各表示什么运动？

(2) 根据图中的曲线与数据，求汽车在整个行驶过程中所走过的路程、位移和平均速度.

解　(1) OA 段，质点作匀加速直线运动

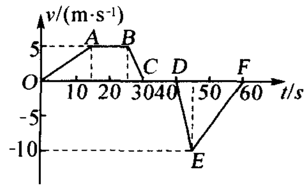
AB 段，质点作匀速直线运动

BC 段，质点作匀减速直线运动

CD 段，质点静止不动

DE 段，质点作匀减速直线运动

EF 段，质点作匀加速直线运动



习题 1—3 图

（2）由于 $v-t$ 同曲线与 t 轴所包围面积等于位移，在横坐标上方位移为正，在下方位移为负，因此有

0 — 30s：

$$\Delta x_1 = \frac{5}{2} \times (10 + 30) = 100\text{m}$$

30 — 40s：

$$\Delta x_2 = 0$$

40 — 60s：

$$\Delta x_3 = v\frac{1}{2} \times 20 \times 10 = -100\text{m}$$

所以在整个行驶过程中，

路程

$$\Delta s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 200\text{m}$$

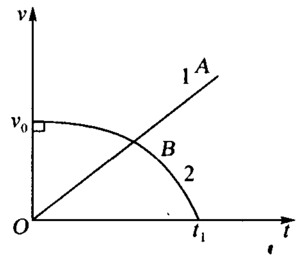
位移

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 0$$

平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

1—4　在图中，直线1与圆弧2分别表示两质点 A、B 从同一地点出发，沿同一方向作直线运动时 $v-t$ 图．已知 B 的初速度 $v_0 = b\text{m/s}$，它的速率由 v_0 变为0所花时间为 $t_1 = 2bs$，（1）试求 B 在任意时刻 t 的加速度．（2）设在 B 停止时，A 恰好追上 B，求 A 的加速．（3）在什么时候，A、B 的速度相同？



习题 1—4 图

解　（1）由于 B 的速度曲线为圆弧满足圆的方程为

$$(v_B - a_0)^2 + t^2 = R^2$$

当 $t = 0$ 时，$v_B = v_0$

$$(v_0 - a_0)^2 = R \qquad ①$$

当 $t = 2b$ 时，$v_B = 0$

$$a_0^2 + 4b^2 = R^2 \qquad ②$$

联立①、②，并由已知 $v_0 = b\text{m/s}$，可得

$$a_0 = -\frac{3}{2}b \qquad R = \frac{5}{2}b$$

最后可得速度时间的函数关系为

$$v_B = v_0 - \frac{1}{2}\left(5b - \sqrt{((5b)^2 - 4t^2)}\right)$$

因此加速度为

$$a_B = \frac{\mathrm{d}v_B}{\mathrm{d}} - \frac{2t}{\sqrt{25b^2 - 4t^2}}$$

(2) 当 B 停止时，$v_B=0$，此时 $t=2b$

由题意，此时 $\Delta x_B=\Delta x_A$

$$\Delta x_B=\int_0^{2b}v_B\mathrm{d}t=\int_0^{2b}\left[v_0-\frac{1}{2}\left(5b-\sqrt{((5b)^2-4t^2)}\right)\right]\mathrm{d}t$$

$$=\left(v_0-\frac{5}{2}b\right)2b+\frac{1}{8}\left[2t\sqrt{25b^2-4t^2}+(5b)^2\arcsin\frac{2t}{5b}\right]\Bigg|_0^{2b}$$

$$=\left(-3b^2+\frac{3}{2}b^2+\frac{1}{8}\times0.93\times25\right)b^2=1.4066^2\mathrm{m}$$

而

$$\Delta x_A=\frac{1}{2}a_At^2$$

所以有

$$x_A=\frac{1}{2}a_A(2b)^2=1.406\mathrm{m}$$

因此有

$$a_A=0.70\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

(3) 由题意 $v_A=v_B$

$$v_A=at=0.70t(\mathrm{m/s})$$

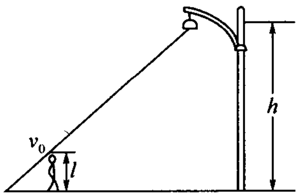
$$v_B=v_0-\frac{1}{2}\left(5b-\sqrt{25b^2-4t^2}\right)$$

有

$$0.70t=b-\frac{1}{2}\left(5b-\sqrt{25b^2-4t^2}\right)$$

解之得

$$t=1.08b(\mathrm{s})$$



习题 1－5 图

1－5　路灯距地面的高度为 h，一个身高为 l 的人在路上匀速运动，速度为 v_0，如图所示，求：(1) 人影中头顶的移动速度；(2) 影子长度增长的速率.

解　(1) 建立如图所示的坐标，t 时刻头顶影子的坐标为 $x+x'$ 设人影中头顶的移动速度为 v，则

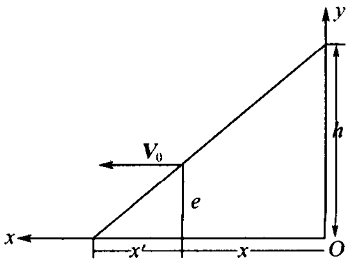
$$v=\frac{\mathrm{d}(x+x')}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=v_0+\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}$$

由图中的几何关系，可知

$$\frac{h}{x+x'}=\frac{l}{x'}$$

有

$$x'=\frac{lx}{h-l}$$



解 1－5 图

所以

$$\frac{dx'}{dt}=\frac{lv_0}{h-l}$$

所以有

$$v=v_0+\frac{lv_0}{h-l}=\frac{h}{h-l}v_0$$

(2) 影子长度增长的速率就是$\frac{dx'}{dt}$,所以

$$v'=\frac{dx'}{dt}=\frac{lv_0}{h-l}$$

1－6　一长为5m的梯子,顶端斜靠在竖直的墙上,设$t=0$时,顶端离地面4m,当顶端以2m/s的速度沿墙面匀速下滑时,求

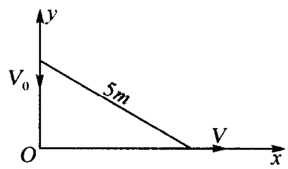
(1) 梯子下端的运动方程和速度;并画出$x-t$和$v-t$图(设梯子下端与上端离墙角的距离分别为x和y).

(2) 在$t=1$s时,下端的速度.

解　(1) 建立如图所示坐标系,由题意有

$$x^2+y^2=5^2 \qquad ①$$

$$y=y_0-v_0t=4-2t(\mathrm{m}) \qquad ②$$



解1－6图

联立①②可得

$$x=\sqrt{9+16t-4t^2}(\mathrm{m})$$

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{16-8t}{2\sqrt{9+16t-4t^2}}=\frac{2y}{x}(\mathrm{m/s})$$

$x-t$曲线与$v-t$曲线略.

(2) 当$t=1$s时,下端的速度为

$$v=\left.\frac{16-8t}{2\sqrt{9+16t-4t^2}}\right|_{(t=1)}=\frac{4}{\sqrt{21}}\quad(\mathrm{m/s})$$

1－7　在离水面高度为h的岸边,有人用绳子拉船靠岸,船在离岸边s距离处.当人以v_0的速率收绳时,试求船的速率与加速度各有多大.

解　设从滑轮到船之间绳的长度为l,此时绳与水面成θ角,小船离岸距离为s,满足

$$l^2=(s^2+h^2) \qquad ①$$

绳收缩速度(即人拉绳速率)为

$$v_0=\left|\frac{dl}{dt}\right|$$

小船在水面上作直线运动,小船速率为$v\left|\frac{dl}{dt}\right|$,对①式两边求导可得:

$$2l\frac{dl}{dt}=2s\frac{ds}{dt} \qquad ②$$

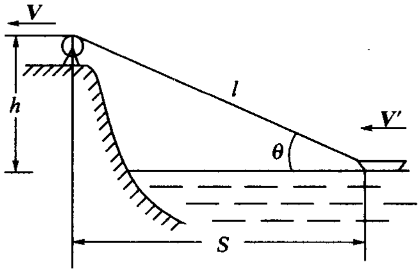
即

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{l}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} \quad ③$$

因此小船运动的速度为

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}v_0 \quad ④$$

可注意到 v 是大于 v_0 的.



解 1—7 图

小船的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{s\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}-l\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}}{s^2}v_0=-\frac{v_0s+lv}{s^2}v_0$$

$$=\frac{\left(-s+\dfrac{l^2}{s}\right)v_0^2}{s^2}=\frac{h^2v_0^2}{s^2}$$

1—8　在质点运动中,已知 $x=ae^{kt}$,$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt}$,$y|_{t=0}=b$,求质点的加速度和它的轨道方程.

解　由定义,有

质点的加速度:

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=ak^2e^{kt}\boldsymbol{i}+bk^2e^{-kt}\boldsymbol{j}$$

由

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt},\qquad y|_{t=0}=b$$

有

$$\int_b^y\mathrm{d}y=\int_0^t-bke^{-kt}\mathrm{d}t$$

得

$$y-b=be^{-kt}\,|_0^t=be^{-kt}-b$$

有

$$y=be^{-kt}$$

而

$$x=ae^{kt}$$

将上面两式联立,消去 t,得

$$xy=ab$$

此为轨迹方程.

1—9　一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{i}+4t^2\boldsymbol{j}+t\boldsymbol{k}$,式中 r、t 分别以 m、s 为单位. 试求:(1) 它的速度与加速度;(2) 它的轨迹方程.

解　已知

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i} + 4t^2\boldsymbol{j} + t\boldsymbol{k}$$

由速度定义，得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 8t\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k} \quad (\mathrm{m/s})$$

由加速度定义得，

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 8\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s^2})$$

由分量形式：

$$x = 1(\mathrm{m}) \qquad y = 4t^2(\mathrm{m}) \qquad z = t(\mathrm{m})$$

联立，消去 t，可得其轨迹方程为

$$x = 1(\mathrm{m}), \qquad y = 4z^2$$

1－10　一质点的运动方程为 $x = 3t + 5, y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$.（1）以 t 为变量，写出位矢的表达式；（2）描绘它的轨迹；（3）式中 t 以 s 为单位，x、y 以 m 为单位，求质点在 $t = 4$ 时的速度的大小和方向.

解　由定义，有

（1）$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{i} = (3t+5)\boldsymbol{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)\boldsymbol{j}$

（2）由

$$x = 3t + 5 \qquad y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$$

联立求证，消去 t，得轨迹方程

$$y = \frac{1}{18}(x^2 + 8x - 137)$$

（3）由速度定义，得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 3\boldsymbol{i} + (t+3)\boldsymbol{i} \quad (\mathrm{m/s})$$

当 $t = 4s$ 时

$$\boldsymbol{v}_4 = 3\boldsymbol{i} + 7\boldsymbol{j} \quad (\mathrm{m/s})$$

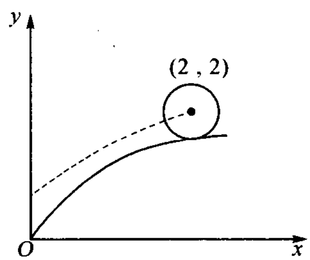
速度大小为

$$v_4 = \sqrt{3^2 + 7^2} = 7.6\mathrm{m/s}$$

速度方向为

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{v_y}{v_x} = \mathrm{arctg}\,\frac{7}{3} = 66.8^\circ$$

θ 为 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴方向所夹的角



习题 1－11 图

1－11　一质点沿光滑的抛物线轨道，从起始位置(2,2)无初速地滑下，如图，问质点将在何处离开抛物线？抛物线方程为 $y^2 = 2x$，式中 x、y 以 m 为单位.