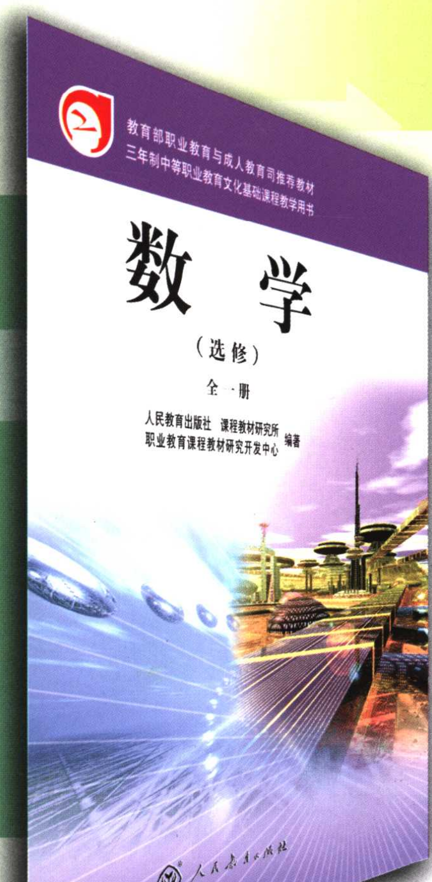
教育部职业教育与成人教育司推荐教材
三年制中等职业教育文化基础课程教学用书

数学（选修）

全一册

教师教学用书

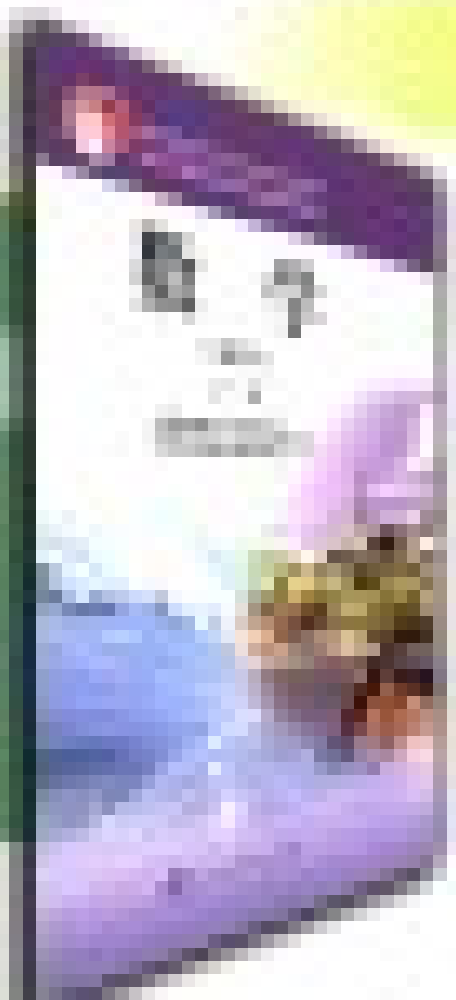
人民教育出版社　课程教材研究所
职业教育课程教材研究开发中心　编著



人民教育出版社

数学

教师教学用书



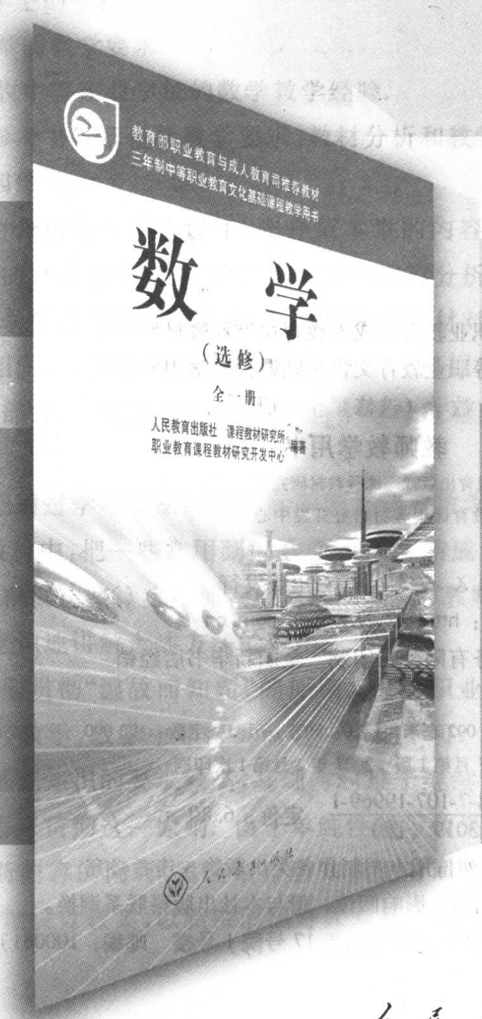
教育部职业教育与成人教育司推荐教材
三年制中等职业教育文化基础课程教学用书

数学（选修）

全一册

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所
职业教育课程教材研究开发中心 编著



人民教育出版社

教育部职业教育与成人教育司推荐教材
三年制中等职业教育文化基础课程教学用书
数学（选修）全一册
教师教学用书
人民教育出版社 课程教材研究所
职业教育课程教材研究开发中心 编著
*
人民教育出版社 出版发行
网址：http：//www.pep.com.cn
北京汇林印务有限公司印装 全国新华书店经销
*
开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：6.75 字数：160 000
2006 年 7 月第 1 版 2007 年 2 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-107-19969-1
G · 13019（课） 定价：6.80 元

说明

本书是根据2006年秋季开始使用的教育部职业教育与成人教育司推荐教材《三年制中等职业教育文化基础课程教学用书·数学(选修)全一册》编写的教师教学用书.

这本教学参考书的编写原则是：

1. 努力体现中等职业教育数学教材的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图.

2. 从当前中等职业学校教学实际出发，根据教学内容尽力指出教材中的难点、重点，帮助教师克服教学中的一些困难.

3. 明确各章的教学要求.

4. 尽力吸收中等职业学校的数学教学经验.

这本教学参考书每章包括教学要求，教材分析和教学建议，测验题及答案，习题的答案、提示和解答等四部分.

本书在教材分析和教学建议中，先介绍本章的内容结构，说明编写意图和编写指导思想，并指出教学的重点和难点，然后分小节进行内容分析并提出教学建议. 测验题是一份课堂考试卷，可在学生自测的基础上进行，它反映了教材对本章教学的基本要求. 由于各专业教学要求不尽相同，这份考试卷仅供参考，教师可根据实际情况另拟考试题目. 习题的答案、提示和解答部分，一般简单题只给答案；中等难度题给出提示；难题给出解答，一般只给出常规解法.

这套教材把通过学习算法解决实际问题与学习数学的基本思想方法、知识放在同样重要的地位. 在教材中，把一些常用到的数学方法总结成为算法步骤. 例如由曲线求曲线方程等，学生可以根据这些算法按部就班地求解问题. 教师要重视上述基本算法的教学，要在教学中经常有意识地讲解上述方法的应用.

在教学中，要贯彻"温故而知新"的原则. 中等职业学校贯彻这一原则有一定的困难. 但要使学生学好数学，教学中非得贯彻这一原则不可. 根据中等职业学校学生的实际状况和数学教学对基础知识的要求较高，基础薄弱难于继续学习的特点，在教材编写中，主要采取循环方式编写来贯彻这一原则. 由于单纯性复习效果不好，对学生的心理影响也不利，教材采用了在讲新内容的同时，紧密结合新知识复习旧知识. 教师在教学中还要根据学生的具体情况，灵活地设计教案，以新带旧搞好课堂教学，提高教学质量.

主　　编:高存明.

编　　者:高存明、王旭刚.

责任编辑:王旭刚.

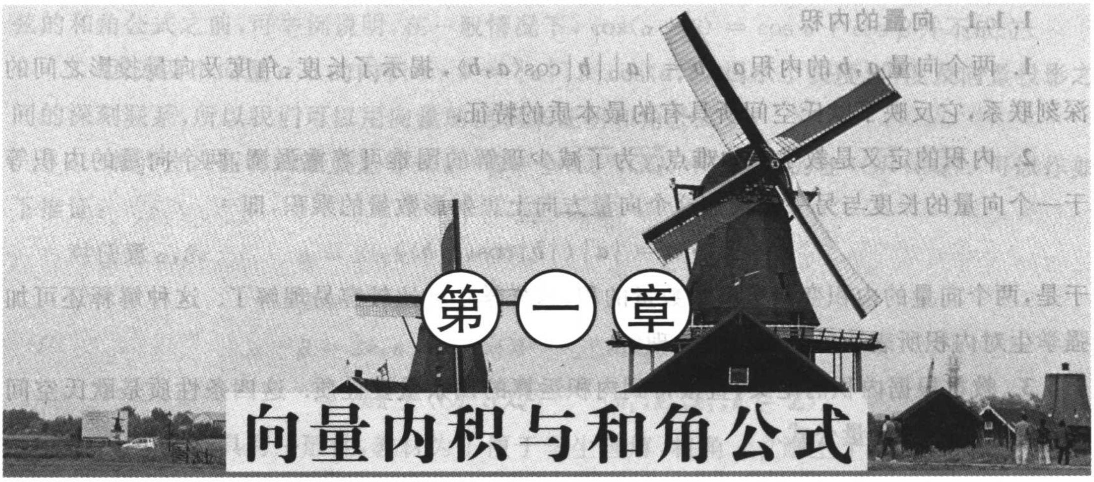
审　　读:王存志.

这本教学参考书一定存在不少缺点、错误,恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见,以便再版时修改、订正.

职业教育课程教材研究开发中心

2006年8月

目 录



第一章　向量内积与和角公式

Ⅰ　教学要求

1. 掌握向量内积的概念及其运算法则.

2. 掌握和角公式及倍角公式. 会求任意角的三角函数值,会证明简单三角恒等式.

3. 掌握正弦定理、余弦定理及其应用.

Ⅱ　教材分析和教学建议

三角学是中学数学的重要内容之一,在前面学生已经学习了弧度制角与三角函数的主要性质,本章继续介绍一些重要的三角公式与三角测量问题.

本章教材的主要内容包括:向量的内积概念与运算法则;和角公式及倍角公式;正弦定理、余弦定理及其应用等.

本章的重点是向量内积、和角公式.

本章教学安排 11 课时,具体分配如下(仅供参考):

1.1.1	向量的内积	1 课时
1.1.2	向量内积的坐标运算与距离公式	1 课时
1.2.1	和角公式	3 课时
1.2.2	倍角公式	1 课时
1.3.1	余弦定理	1 课时
1.3.2	正弦定理	1 课时
1.3.3	三角形的面积	1 课时
小结与复习		2 课时

1.1.1 向量的内积

1. 两个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的内积 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$，揭示了长度、角度及向量投影之间的深刻联系，它反映了欧氏空间所具有的最本质的特征.

2. 内积的定义是教学中的难点. 为了减少理解的困难可着重强调，两个向量的内积等于一个向量的长度与另一向量在这个向量方向上正射影数量的乘积，即

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|(|\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle),$$

于是，两个向量的内积变成了两个数量的积，这样学生就比较容易理解了. 这种解释还可加强学生对内积所表达的几何意义的理解.

3. 教材根据内积的定义，直接得到内积运算的四条重要性质. 这四条性质是欧氏空间中最基本的四个度量公式.

1.1.2 向量内积的坐标运算与距离公式

1. 向量内积的坐标运算是本节的重点，证明 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_1b_1+a_2b_2$ 的关键是根据平面向量分解定理. 把向量 $\boldsymbol{a}$ 写成 $a_1\boldsymbol{e}_1+a_2\boldsymbol{e}_2$ 的形式. 因此讲课时要先复习平面向量分解定理.

2. 内积运算所以有用，主要是因为它具有一组运算律，特别是内积分配律. 教材没有给出两个向量内积的重要性质的证明，在学习了坐标运算后，可以要求学生自己证明.

设 $\boldsymbol{a}=(a_1,a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1,b_2)$，$\boldsymbol{e}$ 是 $\boldsymbol{b}$ 方向上的单位向量，则

(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}=\boldsymbol{a}\cdot\dfrac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$.

利用这个公式可求一个向量在另一个向量方向上的正射影分量.

(2) $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$.

这是向量垂直的充要条件. 利用向量的内积运算解垂直问题非常方便.

(3) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$.

这就是向量长度的计算公式.

(4) $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow(a_1b_1+a_2b_2)^2\leqslant(a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)$.

这就是重要的哥西不等式，由此可看到它的几何意义.

为了精简课时，教材对以上四组公式及其应用都未详细展开，只是通过实际例子说明计算方法. 教师可根据学生情况及所学专业作出适当的调整，但教师对向量内积应有深刻的理解.

3. 利用单位向量证题是一种重要的方法. 教学时，应注意总结，让学生逐步掌握.

4. 由于向量有一套优良运算律，用向量工具处理长度和角度的问题，就更为方便.

1.2.1 和角公式

1. 和角公式解决的问题是，已知 α,β 的三角函数，如何求和角 $\alpha+\beta$ 的三角函数. 讲余

弦的和角公式之前，可举例说明，在一般情况下，$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$ 并不成立.

2. 因为两个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的内积 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 揭示了长度、角度及向量投影之间的深刻联系，所以我们可以用向量的内积来证明和角公式.

3. 本节公式证明的难点是等式 $\alpha-\beta=\pm\langle\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}\rangle+2k\pi$ 中的 $\pm\langle\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}\rangle$. 可以作如下推证：

对任意 α,β，

$$\begin{aligned}\alpha&=2k_1\pi+\angle xOP,\\ \beta&=2k_2\pi+\angle xOQ,\\ \alpha-\beta&=2k_3\pi+(\angle xOP-\angle xOQ)\\ &=2k\pi\pm\langle\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}\rangle\qquad(k_1,k_2,k_3,k\in\mathbf{Z}).\end{aligned}$$

4. 公式 $C_{\alpha+\beta}$ 具有一般性，教材为了便于学生理解，将角 α,β 画上了箭头，事实上，公式适用于任意角. 这是因为等式

$$\angle AOP+\angle POQ=\angle AOQ$$

对于任意角 α,β 成立，因此公式 $C_{\alpha+\beta}$ 具有一般性. 因而，由公式 $C_{\alpha+\beta}$ 推导的其他公式 $C_{\alpha-\beta}$，$S_{\alpha+\beta}$，$S_{\alpha-\beta}$，$T_{\alpha+\beta}$，$T_{\alpha-\beta}$ 也具有一般性.

5. 公式 $S_{\alpha+\beta}$ 的推导是借助于公式 $C_{\alpha-\beta}$ 推导出来的，其关键是把 $\sin(\alpha+\beta)$ 变为 $\cos\left[-(\alpha+\beta)+\frac{\pi}{2}\right]$.

6. 两角和与两角差的正切公式的教学，应启发学生自己根据同角三角函数间的商的关系 $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 及两角和与两角差的正弦、余弦公式导出，以培养学生推导公式的能力.

公式 $T_{\alpha\pm\beta}$ 导出后，应使学生明确公式成立的条件是：α,β 与 $\alpha\pm\beta$ 都不能等于 $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，否则公式不成立. 当 $\alpha\pm\beta\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$ 时，α,β 可以等于 $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，但这样的问题需用三角函数关系解决，这也要让学生明确.

例如，化简 $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)$.

因为 $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$，$\tan\dfrac{\pi}{2}$ 不存在，所以不能用公式 $T_{\alpha+\beta}$. 可以用三角函数关系解：

$$\begin{aligned}\tan\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)&=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}\\ &=\frac{\cos\beta}{-\sin\beta}\\ &=-\cot\beta.\end{aligned}$$

7. 导出两角和与差的三角函数后，应对各公式间的异同进行分析和对比，牢记其特点，

并要求学生：

（1）不但能熟练地把公式从左式化为右式，还要能熟练地把公式中的右式化为左式，以培养学生的逆向思维能力.

例 1 化简 $\sin 20^\circ\cos 50^\circ - \sin 70^\circ\cos 40^\circ$.

解：$\sin 20^\circ\cos 50^\circ - \sin 70^\circ\cos 40^\circ$

$= \sin 20^\circ\cos 50^\circ - \cos 20^\circ\sin 50^\circ$

$= \sin(20^\circ - 50^\circ)$

$= \sin(-30^\circ)$

$= -\dfrac{1}{2}$.

（2）通过练习加深对公式中 α，β 的任意性的理解.

例 2 化简 $\sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y$.

解：$\sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y$

$= \sin[(x-y)+y]$

$= \sin x$.

题中的 $(x-y)$ 就是公式中的 α.

（3）深刻理解和角公式与诱导公式之间的关系：一般地说，和角公式是诱导公式的推广，诱导公式是和角公式的特例. 例如，

$$\begin{aligned}\cos(\pi+\alpha) &= \cos\pi\cos\alpha - \sin\pi\sin\alpha \\ &= -1\cdot\cos\alpha - 0\cdot\sin\alpha = -\cos\alpha.\end{aligned}$$

8. 两角和与两角差的正弦、余弦、正切公式间的内在联系如下表所示：

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\begin{matrix} S_{\alpha+\beta} \\ C_{\alpha+\beta} \end{matrix}} \arrow[r, "\text{以}-\beta\text{代}\beta"] \arrow[d, "\text{相除}"] & \boxed{\begin{matrix} S_{\alpha-\beta} \\ C_{\alpha-\beta} \end{matrix}} \arrow[d, "\text{相除}"] \\
\boxed{T_{\alpha+\beta}} \arrow[r, "\text{以}-\beta\text{代}\beta"] & \boxed{T_{\alpha-\beta}}
\end{tikzcd}$$

9. 例习题分析.

（1）直接用公式求两角和或差的三角函数，要求学生具有把一个非特殊角化为两个特殊角的和或差的能力，如例 1.

（2）逆用公式，将一个三角函数代数式化简成一个角的三角函数式，如第 8 页练习第 1 题(3)(4)(5).

（3）和角公式与同角三角函数间的基本关系式的综合运用，如第 8 页练习第 4、5 题.

（4）已知两角的三角函数值，求其和角的三角函数值，解此类题要注意角的取值范围.

以上四类层次的题目中，前两类要求所有的学生都掌握.

1.2.1 倍角公式

1. 在两角和的三角函数中，设两角相等，就可得到二倍角的三角函数公式. 这就是说，二倍角的三角函数公式是两角和的三角函数公式的特殊情况. 在公式 $S_{2\alpha}$、$C_{2\alpha}$ 中，角 α 可以取任意值，但在公式 $T_{2\alpha}$ 中，只有当 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}k\pi$ 和 $\alpha \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k \in \mathbf{Z})$ 时才成立，否则就不成立. 因为当 $\alpha = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}k\pi$ $(k \in \mathbf{Z})$ 时，$\tan 2\alpha$ 不存在；当 $\alpha = \frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k \in \mathbf{Z})$ 时，$\tan \alpha$ 不存在.

2. 教学时，应通过练习，使学生理解“二倍角”概念的相对性，不光 2α 是 α 的二倍角，其他像 6α 与 3α，4α 与 2α，3α 与 $\frac{3\alpha}{2}$，$\frac{\alpha}{2}$ 与 $\frac{\alpha}{4}$ 等都是二倍角关系.

3. 逆向运用二倍角公式是本节的难点之一，应加强这方面的训练，使学生熟练使用. 例如，可以进行如下练习：

$$\sin 3\alpha \cos 3\alpha = \frac{1}{2}\sin 6\alpha;$$

$$4\sin\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\alpha}{4} = 2\sin\frac{\alpha}{2};$$

$$\frac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ} = \tan 30^\circ;$$

$$\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ = \cos 150^\circ.$$

4. 凡用单角的三角函数来表示的三倍角、四倍角等的三角恒等式，都叫倍角公式，如 $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$，$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ 等. 它们可由和角公式与二倍角公式导出，也可以只用和角公式导出. 两种方法相比，还是把和角公式与二倍角公式结合起来较为好用，可启发学生自己用两种方法推导结论.

5. 在三角恒等变形时，经常使用倍角公式对已知三角函数进行“升次”或“降次”. 在讲解例习题时，可适当总结这种变换技能.

6. 倍角公式、两角和、两角差的公式间的内在联系如下表所示：

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\begin{matrix}S_{2\alpha}\\ C_{2\alpha}\end{matrix}} \arrow[d, "\text{相除}"] & \boxed{\begin{matrix}S_{\alpha+\beta}\\ C_{\alpha+\beta}\end{matrix}} \arrow[l, "\beta=\alpha"'] \arrow[r, "\text{以}-\beta\text{代}\beta"] \arrow[d, "\text{相除}"] & \boxed{\begin{matrix}S_{\alpha-\beta}\\ C_{\alpha-\beta}\end{matrix}} \\
\boxed{T_{2\alpha}} & \boxed{T_{\alpha+\beta}} \arrow[l, "\beta=\alpha"'] \arrow[r, "\text{以}-\beta\text{代}\beta"] & \boxed{T_{\alpha-\beta}}
\end{tikzcd}$$

7. 本节的例习题共有两类：

(1) 直接应用公式求值(如例 1);

(2) 应用公式证明一些较为简单的三角恒等式(如例 2).

8. 本小节只要求学生做基本的练习题,并尽量降低要求.

1.3.1 余弦定理

1. 余弦定理和正弦定理是欧氏空间度量几何的两个最重要定理. 它们是整个测量学的基础.

2. 余弦定理是勾股定理的推广. 教材使用向量法证明这个定理. 用向量法证明的关键是把 $|\boldsymbol{a}|^2$ 表示成 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}$ 的形式及把 $\boldsymbol{a}$ 表示成 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 的形式. 该方法再一次体现了向量是研究数学问题的有力工具.

3. 本节例、习题分析:

(1) 直接应用公式解三角形(如本节的练习第 1、2 题).

(2) 求三角形的最大(小)角(如第 22 页习题第 17 题). 解这类题的一般思路是:① 先判断出最大(小)的边;② 求最大(小)边所对角的余弦值;③ 根据求得的余弦值确定最大(小)角的值.

(3) 判断三角形的形状(如第 16 页练习第 3 题).

判断三角形的形状一般是指判断三角形是钝角三角形、锐角三角形或直角三角形. 设 $\triangle ABC$ 的最大角是 α,如果 $\cos\alpha>0$, $\cos\alpha=0$, $\cos\alpha<0$,则 $\triangle ABC$ 分别是锐角三角形、直角三角形、钝角三角形. 这类题实质上和“求三角形最大角”是同一类型的题,但它不一定要求出角的具体值.

解这类题目的一般思路是:① 确定三角形的最大边为 a;② 计算 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$(事实上只需计算 $b^2+c^2-a^2$);③ 根据 $\cos A$ 的符号,确定 A 的范围.

(4) 证明题(如第 16 页练习第 5 题).

以上各类题都是较为简单的,要求学生会做.

1.3.2 正弦定理

1. 本小节是用向量的内积来证明正弦定理,证明的关键是将等式 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$ 的两边乘以基底向量 $\boldsymbol{e}_2$,根据向量内积的意义和性质得出正弦定理.

2. 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C},$$

实际上可以写成三个等式

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B},\ \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C},\ \frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}.$$

但它们不是独立的等式，从其中任意两个等式，都能推出第三个等式. 上面每一个等式都表示了三角形两个角和它们的对边的关系，因此，正弦定理可以解决两类斜三角形问题：① 已知两角和任一边，求其他两边和一角；② 已知两边和其中一边的对角，求另一边的对角，从而可进一步求出其他的边和角.

3. 本小节例习题分析：

(1) 本小节例题及练习题，都是直接利用正弦定理解三角形. 要求学生熟练掌握.

(2) 本小节应用正弦定理解三角形时，没有作一般性讨论，建议教学中不要增加此内容，但要求学生对已知两边和一角的情况，能根据具体的问题判断是一解、二解或无解.

1.3.3 三角形的面积

1. 要求学生熟练掌握本小节证明的面积公式.

2. 本小节练习第 1、2 题是基本题. 练习第 2 题是已知三边求三角形面积，都要求学生会计算，但不要介绍海伦公式. 计算方法是先由余弦定理算出一个角的余弦，然后根据同角正、余弦值的关系算出这个角的正弦，最后用公式计算三角形面积.

Ⅲ 测验题

1. 填空题：

(1) $\sin[\alpha-(2k+1)\pi]=$ ________；

(2) $\cos(32^\circ+\alpha)\cos(28^\circ-\alpha)-\sin(32^\circ+\alpha)\sin(28^\circ-\alpha)=$ ________；

(3) $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=$ ________；

(4) $\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}=$ ________；

(5) $\tan(-105^\circ)=$ ________；

(6) 若 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$，则 $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|=$ ________；

(7) 若 $\boldsymbol{a}=(3,4)$，$\boldsymbol{b}=(2,-1)$，且 $\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 垂直，则 $x=$ ________；

(8) 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 10，5，13，则最大角的余弦是________.

2. 求证：$\dfrac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin\alpha}-2\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$.

测验题答案

1. (1) $-\sin\alpha$；　(2) $\frac{1}{2}$；　(3) $\frac{1}{4}$；　(4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；

(5) $2+\sqrt{3}$；　(6) 7；　(7) $\frac{23}{3}$；　(8) $-\frac{11}{25}$.

2. 左边$=\dfrac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin\alpha}-2(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)$

$$=\frac{\sin 2\alpha\cos\beta+\cos 2\alpha\sin\beta}{\sin\alpha}-\sin 2\alpha\cos\beta+2\sin^2\alpha\sin\beta$$

$$=\frac{\sin\beta(\cos 2\alpha+2\sin^2\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$=\frac{\sin\beta(1-2\sin^2\alpha+2\sin^2\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\text{右边}.$$

Ⅳ 习题答案、提示和解答

练习(第 3 页)

1. (1)16;　(2) -42;　(3) 0;　(4) 4.

2. (1) $\dfrac{\pi}{3}$;　(2) $\dfrac{2\pi}{3}$;　(3) π;　(4) $\dfrac{\pi}{6}$.

3. (1) 30;　(2) -30;　(3) 40;　(4) -40.

4. $\boldsymbol{a}_x=|\overrightarrow{AB}|\cos 120^\circ=-\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$,

$\boldsymbol{a}_y=|\overrightarrow{AB}|\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{AB}|$.

5. -93.

6. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\cdot|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=52$, $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2\sqrt{13}$.

练习(第 6 页)

1. (1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-16+15=-1$, $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{41}$, $|\boldsymbol{b}|=5$,

$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{-1}{5\sqrt{41}}=-\dfrac{\sqrt{41}}{205}$;

(2)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=\sqrt{34}$,

$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$;

(3)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-96$, $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{89}$, $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{113}$,

$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=-\dfrac{96\sqrt{10\ 057}}{10\ 057}$;

(4)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-15$, $|\boldsymbol{a}|=5\sqrt{5}$, $|\boldsymbol{b}|=3\sqrt{10}$,

$$\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle = -\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

2. $\because \overrightarrow{AB} = (-6,6)$，$\overrightarrow{AC} = (-3,-3)$，

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 18-18 = 0$，

$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$，即 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$.

3. $(0,0)$或$(10,0)$.

4. $(7,11)$或$(7,-1)$.

练习(第 8 页)

1. (1) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$；　(2) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$；　(3) $\frac{1}{2}$；　(4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$；

(5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$；　(6) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. (1)
$$\begin{aligned}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) &= \cos\alpha\cos\frac{\pi}{2} - \sin\alpha\sin\frac{\pi}{2}\\ &= \cos\alpha\cdot 0 - \sin\alpha\\ &= -\sin\alpha;\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}\cos\left(-\alpha+\frac{\pi}{2}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\\ &= \cos\frac{\pi}{2}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{2}\sin\alpha\\ &= \sin\alpha;\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}\cos(\alpha+\pi) &= \cos\alpha\cos\pi - \sin\alpha\sin\pi\\ &= \cos\alpha\cdot(-1) - \sin\alpha\cdot 0\\ &= -\cos\alpha;\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}\cos(-\alpha+\pi) &= \cos(\pi-\alpha)\\ &= \cos\pi\cos\alpha + \sin\pi\sin\alpha\\ &= -\cos\alpha.\end{aligned}$$

3. 左式 $= \cos(\alpha+\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$ 右式.

4.
$$\left.\begin{aligned}&\sin\alpha = \frac{2}{3}\\ &\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3},$$

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) &= \cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha\\ &= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{3}\end{aligned}$$