



荣德基

考

POU XI

析

新课标新教材
探究开放创造性学习

七年级数学

上 配苏科版

含教材课后习题答案

内蒙古少年儿童出版社

用科学的CETC差距理念策划创作



荣德基

音 POU XI 析

新课标新教材

七年级数学(上)

(配苏科版)

总主编:荣德基

本册主编: 巩 心 刘 凯

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

荣德基剖析新课标新教材. 七年级数学. 上: 探究开放创造性学习:
苏科版/荣德基主编. 一通辽: 内蒙古少年儿童出版社, 2006. 7

ISBN 7-5312-1979-4

I. 荣... II. 荣... III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 055539 号

你的差距牵动着我的心



责任编辑/庆裕乐图

装帧设计/典点瑞泰

出版发行/内蒙古少年儿童出版社

地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)

经 销/新华书店

印 刷/北京云浩印刷有限责任公司

总 字 数/2336 千字

规 德/880×1230 毫米 1/32

总 印 张/74.75

版 次/2006 年 7 月第 1 版

印 次/2006 年 7 月第 1 次印刷

总 定 价/98.60 元(全 7 册)

版权声明/版权所有 翻印必究

感动自己是最重要的

——写给荣德教辅所有的读者朋友们

一个学生的名字震撼着一代人。

一个学生的精神感动着所有人。

这个名字就是——洪战辉。

这种精神就是——奋斗！

“一个人自立、自强才是最重要的！”

“一个人通过自己的奋斗改变自己劣势的现状才是最重要的！”

如果你还有机会在学习之余坐在电视机前，那么这两句铿锵有力的话语应该不止一次地撞击着你的耳膜，震撼着你的心灵。你一定也不止一次地看到屏幕上那张写满刚毅的脸。当中央电视台公布了2005感动中国十大人物时，洪战辉的名字给了我们更多的感动。

因为他的年龄、他的生活跟我们更靠近。

同一条求学的路，他走得分外坎坷，也格外坚强。当我们也走在同一条路上，心中是否有同样一个声音在激荡着脚步的节拍？是否有同样的信念鞭策着绷紧的每一根意志神经？

为什么我们会崇拜心目中的英雄？因为每个人心中都有一个英雄梦，都有一些想做又觉得做不到的事，当一个人把这个梦实现了，把这些事做到的时候，便成为了人们心目中的英雄。

为什么我们因为别人的故事而感动，而受到激励？因为我们有着同样的梦想，同样喜欢那种充满激情的生活，喜欢用自己的坚毅涂抹多彩的人生。

为什么我们不自己感动自己？我们同样有坎坷需要面对，有困难需要克服，有挑战需要迎接，而且可能我们还有着比洪战辉优异得多的条件。我们可以，当然可以。

当我们想放弃时，我们自己鞭策自己；当我们想懒惰时，我们自己监督自己；当我们失去信心时，我们自己鼓舞自己。当我们为自己的拼搏和奋斗感动着时，我们时刻都会有百分百的能量去走后面的每一步路。

听别人的故事，可以激动一时，不可以感动一生。总会有一些时候，我们忙于自己的学业忘记了心底那份被激励起的激情。那么感动自己，只有感动自己的力量，是无时无刻不存在、是无穷无尽涌出来、是可以支撑你用奋斗不息来贯穿生命始终的。

我们面对的是知识，是一个永远不能超越的对手，是一个永远开采不尽的矿源。它是丰富人生的色彩，是滋养人生的养料，当我们怀抱虔诚与渴望去追求它的时候，我们才会在这个过程中体会到成长、成熟和成功。而在这个过程中，我们要踏着奋斗和拼搏走过每一步求知的路。

所以，在2006年，在你翻开这本书后，请让我们一起用奋斗来捍卫自己的理想，用拼搏来装扮自己的人生！

祝所有老师工作顺利，桃李芬芳！

祝所有同学健康快乐，坚强奋进！

《剖析》丛书编委会

2006年4月

目 录

CONTENTS

第一章 我们与数学同行

全章综合剖析	1
第一节 生活 数学	1
第二节 活动 思考	8
全章总结	16
第一章检测卷	17

第二章 有理数

全章综合剖析	22
第一节 比0小的数	22
第二节 数 轴	30
第三节 绝对值与相反数	38
第四节 有理数的加法与减法	48
第五节 有理数的乘法与除法	60
第六节 有理数的乘方	69
第七节 有理数的混合运算	77
全章总结	85
第二章检测卷	60

第三章 用字母表示数

全章综合剖析	93
第一节 字母表示数	93
第二节 代数式	99
第三节 代数式的值	108
第四节 合并同类项	115
第五节 去括号	122
全章总结	129
第三章检测卷	132
第一学期期中检测卷	134

第四章 一元一次方程

全章综合剖析	137
第一节 从问题到方程	137
第二节 解一元一次方程	144
第三节 用方程解决问题	157
全章总结	171
第四章检测卷	175

第五章 走进图形世界

全章综合剖析	178
第一节 丰富的图形世界	178
第二节 图形的变化	186
第三节 展开与折叠	196
第四节 从三个方向看	206
全章总结	217
第五章检测卷	221

第六章 平面图形的认识(一)

全章综合剖析	225
第一节 线段、射线、直线	225
第二节 角	236
第三节 余角、补角、对顶角	246
第四节 平行	255
第五节 垂直	262
全章总结	270
第六章检测卷	273
第一学期期末检测卷	276
参考答案及规律总综	279
附录 1:教材练习题剖析	308
附录 2:教材练习题剖析错题反思录	336

第一章 我们与数学同行

全章综合剖析

1. 本章的主要内容:本章通过一些具体的情境问题,让同学们初步感受数学就在我们身边,我们离不开数学,数学内部是有规律的,通过一些数学探究活动,培养同学们分析和解决问题的能力.2. 在学科中的地位 and 重要性:本章是中学数学的入门,旨在让同学们感受学习数学的重要意义,进而激发学习数学的兴趣.3. 已学过的关联知识回顾:在小学里我们曾经学习过探索事物的数量关系或变化规律的题目,从本章开始,我们将更加深入讨论这方面的问题.4. 学习注意事项:学习本章要注意多观察,密切结合实际生活,养成从数学的角度思考问题的习惯.5. 课标新要求新学法:新课程标准指出我们学习本章要从生活经验出发,用数学的方式思考问题.

第一节 生活 数学

A 基础篇

I. 自主探究与发现

一、自主探究

请你仔细观察图 1-1-1 中的数据,预测第五年该市的降水总量是多少?(单位:毫米)

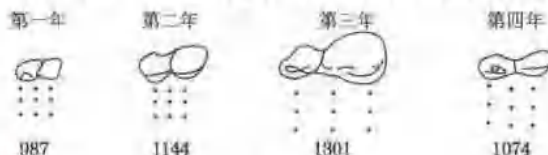


图 1-1-1

二、剖析发现

仔细观察图 1-1-1,从中获取信息,通过相邻数据的差发现规律,第四年比第三年降水总量减少 227 毫米,预测第五年比第四年也减少 227 毫米,即第五年降水总量约为 847 毫米.

II. 教材内容剖析

讲解点 1: 如何从票据中的数字获取信息.

详解: 乘车购票在生活中经常碰到,为了了解车票中的信息,我们应首先观察车票中有哪些数字,这些数字有什么重要意义.观察要全面,尽可能多获得信息,培养同学们全面思考的思维习惯.

【例 1】 如图 1-1-2 是从济南总站购得的汽车票.票中的数字告诉了我们哪些信息?请你至少说出 5 条.

解: (1) 该旅客乘坐的是 4788 次客车. (2) 该车次的票价为 30 元. (3) 该车票应在第 25 号检票口检票. (4) 该旅客的座号是 10 座. (5) 2005 年 7 月 26 日乘车. (6) 发车时间

为15时30分。

山东省公路汽车客票

道路运输证号

济总(05) 5302070 0001-5302070 终点:济南—新泰

始站	到站	票 价	车 次
济南总站	新泰	¥30.00 元全()	4788 次
检票口	座 号	乘 车 日 期	发车时间
25 号	10 座	2005 年 7 月 26 日	15 时 30 分

1. 本客票含旅客站务费, 具有商务合同, 保护旅客合法权益的作用。
2. 限乘当日当次车, 过期、涂改、污染、撕损即失效。

图 1-1-2

例题解析 把数与现实情境结合起来培养同学们的数感。

讲解点 2: 如何估算.

详解: 培养估算能力是新课标的一个重要方面, 如估算大树的周长, 方法有很多: 沿大树的同一高度用手拃一周可估计大树有几拃粗, 沿大树的同一高度用双臂顺次抱一周可估计大树有几抱, 沿大树的同一高度用米尺围一圈可以估计大树有几米等. 针对不同的问题, 需采用不同的方法进行估计. 在日常生活中, 我们要注意多积累经验、多观察。

【例 2】 现有一箱鸡蛋, 共 200 枚, 但身边只有一杆能称最大质量为 2 千克的秤, 若要快速估计这一箱鸡蛋有多少千克, 请你设计几种方案。

解: 方案一: 先称出 5 枚鸡蛋的质量, 则这箱鸡蛋的质量为: $200 \times \frac{5 \text{ 枚鸡蛋的质量}}{5}$

(或者 $\frac{200}{5} \times 5 \text{ 枚鸡蛋的质量}$),

方案二: 先称出 10 枚鸡蛋的质量, 则这箱鸡蛋的质量为: $\frac{200}{10} \times 10 \text{ 枚鸡蛋的质量}$ 。

思维启迪: 本题实际上是利用了局布特点估计整体特点, 假设每枚鸡蛋的质量相同, 先在这杆秤的称量范围内测出几枚鸡蛋的质量, 再依据总枚数与选取部分鸡蛋的枚数关系进行计算。

讲解点 3: 周长一定时, 什么形状的长方形面积最大.

详解: 本问题给同学们创造了一个开放的探究性情境, 当长方形的周长一定时, 通过变化长方形的长和宽来探究长方形的面积的变化规律, 进而利用这一规律设计方案; 通过探究可以发现, 当长方形的长和宽越接近时面积越大。

【例 3】 用长为 12m 的竹篱笆围成一个方形(长方形或正方形)的鸡舍, 应怎样围才能使鸡舍的面积最大?

解: 当围成一个边长为 3m 的正方形时, 才能使鸡舍的面积较大。

规律总结:若围成一个长方形,令长方形的一边长为 $1m, 2m, 3m, 4m$ 等,对应求出相邻的另一边,再相应求得面积,会发现当边长为 $3m$ 时,相邻的另一边也是 $3m$,此时面积最大。

B 应用篇

III 应用剖析

一、知识点综合应用剖析

知识点综合应用问题:通过观察解决有关统计图分析问题。

详解:在小学里,我们曾经绘制过条形统计图,也知道条形统计图中含有许多信息,本节利用条形统计图创设问题情境,考查知识的综合运用。

【例1】某教育部门为了研究城市独生子女,随意调查了300名中学生和300名中学生家长,图1-1-3是收集有关数据汇总后绘制的两个统计图,请你认真观察统计图提出两条相关的信息。

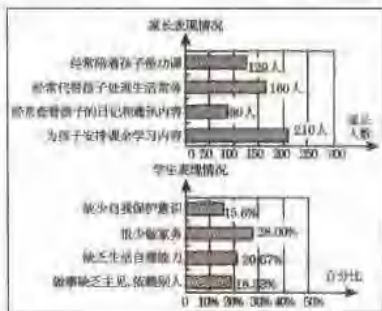


图 1-1-3

解:在被调查的300名学生中,缺乏生活自理能力的人有 $300 \times 20.67\% \approx 62$ (人);被调查的300名家长中陪着学生做功课的家长所占百分比为 $\frac{129}{300} \times 100\% = 43\%$

规律总结:本题综合培养同学观察、分析、解决问题的能力,通过观察可以发现家长和学生的表现可能是一种,也可能是几种,结论并不唯一,属结论开放题。

二、实际应用剖析

(一) 本节知识在经济和科学技术中的应用

实际应用问题1:解决银行存款问题。

详解:在平日的经济活动中,银行存款、贷款是必不可少的内容之一,要正确进行这项活动,就必须熟练、准确地阅读各种相关单据。

【例2】下表是小丽的爸爸在一次经济活动中的一个清单,请你仔细阅读该清单,然后至少提出两条信息。

解:(1)李刚存入银行的本金是5000元;

(2)他得到了90元的利息,最终他从银行取出了5090元钱。



中国农业银行山东省分行

AGRICULTURAL BANK OF CHINA SHANDONG BRANCH

利息及代扣税款清单

支取日期:2005年11月30日

户名:李刚	账号:15-521801130194708
开户行名称:农业银行泰安支行	币种:人民币
种类:整存整取	存期:一年
本金:5000.00	年利率:2.25%
应付利息:112.5	税率:20.00%
税后利息:90.00	
税后本息合计(小写):5090.00	

温馨提示:上表中反应的信息很多,从支取日期,到存期、本金、利息等方面,答案不唯一,体会数学应用的广泛性。

实际应用问题 2:读懂计算机的说明书。

讲解:随着科学技术的高速发展,科技产品的换代也是日新月异,当我们购买计算机时,首先应关注 5 个指标:处理器、内存、硬盘、光驱、显卡。

【例 3】请你仔细观察图 1-1-4 所示计算机的说明书,你能说出其中一些数字反映的信息吗?

扬天 E 系列 精巧时尚



推荐理由:

- 驱动智能安装
- 通讯中心
- 宽带电话
- 网络短信

■ 联想扬天 E4800

处理器:含超线程(HT)技术的英特尔®奔腾®4 处理器 531 (3.0GHz)

内存:256M DDR

硬盘:80G 7200转高速硬盘

光驱:COMBO

显卡:FX5200 128MB

高性能显卡

宽带服务卡

机箱安全锁位

15寸液晶显示器

DOS操作系统

3年有限免费保修和3

年有限免费上门服务

超值惊喜价:¥8099

图 1-1-4

解:联想扬天 E4800 的处理器是奔腾 4;内存为 256M DDR;硬盘是 80G 7200 转;显示器是 15 寸;价格为 8099 元等。

温馨提示:由于数据较多,而部分数的意义不好理解,所以我们可以从意义比较明确的数字入手,如显示器的尺寸,免费保修年限,价格等。

(二) 本节知识在日常生活中的应用

实际应用问题 3:了解药品说明书中的有关信息。

讲解:人人都会生病,生病吃药时需认真阅读用药说明书,通过对此类问题的解决,体会数学在生活中的广泛应用。

【例 4】请你认真阅读江中牌健胃消食片说明书回答下列问题:

(1)若某儿童 6 岁,他应如何用药?

(2)小芳的爸爸买了一盒江中牌健胃消食片,放到一个地方忘记了,3 年后的某天,他发现了该药,问该药是否还能吃?

解:(1)该儿童应每次吃 3 片,一天吃 3 次;

健胃消食片 说明书

【功能主治】 健胃消食，用于脾胃虚弱，消化不良。

【用法用量】 口服，咀嚼。

儿童，2~4岁，一次2片，一日3次，5~8岁，一次3片，一日3次，9~14岁，一次4片，一日3次，成人，一次4~6片，一日3次。

【不良反应】 未见明显不良反应。

【规格】 每片重0.5克。

【贮藏】 密封。

【包装】 铝塑包装，12片/板×3板/盒。

【有效期】 2年。

【批准文号】 国药准字Z36021464

【生产企业】 企业名称：江中药业股份有限公司

(2) 该药不能吃了，因为该药的有效期是2年，所以该药已经过期。

趣味数学：观察用法用量标准，发现该儿童在5~8岁这一范围，故应每次吃3片，一日3次。

(三) 本节知识的其他实际应用

实际应用问题 6. 解释一些标志的含义问题

详解：生活中为了统一人们的认识或为了反映一定特殊的意义，常设计一些图标加以约定。

【例5】 观察图1-1-5，从两个图形中你获得了什么信息？

解：图(1)是绿色食品的标志，图(2)是告诉人们防止曝晒。



(1)



(2)

图 1-1-5

趣味数学：进一步体会数学在生活中的广泛应用。

C. 拔高篇

IV. 课程标准要求剖析

一、开放性问题剖析

问题入门指导：本节的开放性问题主要是培养同学们的发散思维，在同一背景中获取不同的信息。

【例1】 如图1-1-6是北京2008年奥运会会徽“中国印·舞动的北京”，请你说出其中的两条信息。

解：会徽设计将中国特色、北京特点和奥林匹克运动元素巧妙结合起来，表达了以下四层信息：

(1) 中国文化，以中国传统文化符号——印章(肖形印)作为标志主体图案的表现形式，印章早在四、五千年前就已在中国出现，至今仍是一种广泛使用的社会诚信表现形式，寓意北京将实现“举办历史上最出色的一届奥运会”的庄严承诺。

(2) 红色，选用中国传统喜庆颜色——红色作为主体图案基准颜色，具有代表国家、代表喜庆、代表传统文化的特点。

(3) 中国北京，欢迎世界各地的朋友。



图 1-1-6

(4) 冲刺极限,创造辉煌,弘扬“更快,更高,更强”的奥林匹克精神。

课标提示 北京 2008 年奥运会会徽含有丰富的信息,只要回答出两条即可。

二. 探究性问题剖析

问题入门指导 本节探究性问题是通过观察、分析设计不同的估算方案,或选择较优的图案设计,培养同学们分析问题、解决问题的能力。

【例 2】 现有 3cm 长的火柴棒 12 根,小明打算用这 12 根火柴棒摆出不同的长方形或正方形。

(一) 提出问题

如何摆,才能使火柴棒围成的面积最大?

(二) 猜想与假设

用 12 根火柴棒摆成一个每边有 3 根火柴棒的正方形面积最大。

(三) 实验与分析

用 12 根火柴棒可以摆成如图 1-1-7 所示的不同长方形或正方形。

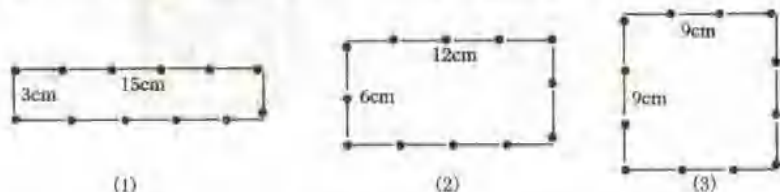


图 1-1-7

图(1)的面积为 $3 \times 15 = 45(\text{cm}^2)$; 图(2)的面积为 $6 \times 12 = 72(\text{cm}^2)$;

图(3)的面积为 $9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$ 。

(四) 结论

综上所述,当摆成每边有 3 根火柴的正方形时面积最大。

课标剖析 本题从提出问题到解决问题,这一过程实际上就是一个探究过程,培养了同学们动手操作、分析问题的能力。

三. 观察与思考

问题入门指导 生活中有很多指示标志,这些标志起到了规范人们行为的作用,因此,我们应了解这些标志所反映的信息。

【例 3】 仔细观察图 1-1-8,它们有什么共同点? 你可以从中获得什么信息?



图 1-1-8

解: 它们都有禁止的意义,图(1)是禁止行人通过,图(2)是禁止触摸,图(3)是禁止吸烟;图(4)是禁止掉头。

课标剖析 联系自己的生活经验答题。

V 课程标准课改实验区两年中考真题剖析

本节考点剖析:本节在中考中涉及的并不多,主要从一些简单的统计图中获取信息或对某些图示的理解,难度不大,多以填空、选择题形式出现。

【例】 (2005,南充,3分)图 1-1-9 是某市近年高中阶段学生在校人数示意图,你能从中得到什么信息?请你写出其中的一条:_____。

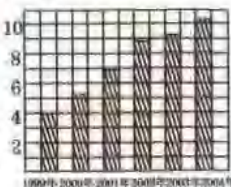


图 1-1-9

解:近年该市高中阶段学生在校人数逐年上升

思维启迪:答案不唯一,可选取明显的信息写,如哪年人数最多,最少等。

渗透课标理念提示:本题密切联系学生生活实际,思维开放,注重了培养学生灵活运用知识的能力。

D. 练习篇

VI 过关测试题 (279)

1. (讲1练习)观察如图 1-1-10 所给电影票,从票中的 17,12 两个数字可以得到什么信息?
2. (讲1练习,实际应用题)如图 1-1-11 所示是在医药超市购药时的小票,小票的数字告诉我们哪些信息?

新泰剧院	
甲级票	
17排12号	
每券一位	售出戏票概不退换
隔场作废	

图 1-1-10

新泰人民医药商场					
收款员00314:06:06 2005-10-30					
品名	规格	产地	数量	单价	金额
罗红霉素	150MG*	盒 沈阳	2	9.2	18.4
盐酸氨溴	30MG*2	盒 山东	1	9.5	9.5
感冒清热	12G*6	盒 山西	1	6	6
收款:33.9			合计:33.90		
找零:0.00			地址:民政局东邻		
优惠金额:2.50			电话:7222195		

图 1-1-11

3. (讲2.3练习,探究性题)现在有一根木棒,请你设计一种方法估一估木棒的长度。

4. (讲1练习,开放性题)如图 1-1-12 是某晚报“百姓热线”一周内接到热线电话的统计图,其中有关环境保护问题的电话最多,共 70 个,那么本周“百姓热线”共接到热线电话多少个?你还能提出一条相关信息吗?

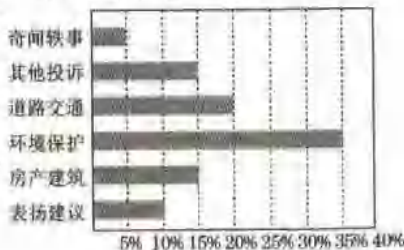


图 1-1-12

5. (讲1练习,做一做)请你用火柴棒拼出一种图形,并赋予其一定的含义。
6. (讲1练习,日常生活应用题)下面是“利君沙”药品说明书的一部分,成人如何用药?一个体重达 18kg 的儿童应如何用药?

研究发现三角形的个数与所需火柴棒的根数之间的关系是： $2 \times$ 三角形的个数 $+1$ 。上述两个活动情境的共同特点是通过动手操作发现规律，是近几年中考的热点。

【例 1】 小红用棋子摆出如图 1-2-1 所示的一组图形。

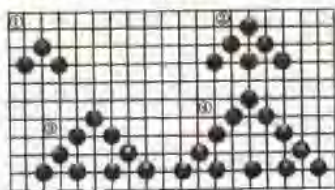


图 1-2-1

(1) 摆第 1 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 2 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 3 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 4 个图形用 _____ 枚棋子；

(2) 按照这种方式摆下去，摆第 100 个图形用 _____ 枚棋子。

解：(1) 3; 6; 9; 12; (2) 300

规律总结：由特殊例子入手进行探究：第 1 个图形，棋子的个数是 $3 \times (1+1) - 3 = 3$ ；第 2 个图形，棋子的个数是 $3 \times (2+1) - 3 = 6$ ；第 3 个图形，棋子的个数是 $3 \times (3+1) - 3 = 9$ ；第 4 个图形，棋子的个数是 $3 \times (4+1) - 3 = 12$ ；…；第 100 个图形，棋子的个数是 $3 \times (100+1) - 3 = 300$ 。

讲解点 2: 观察比较发现规律。

详解：通过认真观察，比较一组数据、一组图形、一组式子等的变化，抓住变化规律，或对象的变化与序号的关系来解决问题是研究问题的常用方法。在活动三中，为研究蓝色方框与黄色方框内各数的关系，需先观察比较一下，在日历中相邻数据横向和纵向的变化特点：横向相邻数据相差 1，纵向相邻数据之间相差 7。斜对的数据和相等。对黄色方框内的数据，也可把 9 个数求和再比较与原来各数据的关系，会发现 9 个数的和总等于中间数据的 9 倍，等等。若小明家外出游玩 5 天，则这 5 个数据是横向排列的，故利用横向排列的特点可求得他家旅游的日期是 2 号、3 号、4 号、5 号、6 号，故 6 号回家。

【例 2】 观察下面一系列等式：

$$\textcircled{1} 3^2 - 1^2 = 8 \times 1, \textcircled{2} 5^2 - 3^2 = 16 = 8 \times 2, \textcircled{3} 7^2 - 5^2 = 24 = 8 \times 3, \textcircled{4} 9^2 - 7^2 = 32 = 8 \times 4, \dots$$

(1) 请你写出第⑤、⑥个式子。

(2) 根据你发现的规律写出 $101^2 - 99^2$ 的结果。

解：(1) $\textcircled{5} 11^2 - 9^2 = 8 \times 5, \textcircled{6} 13^2 - 11^2 = 8 \times 6$; (2) $101^2 - 99^2 = 8 \times 50 = 400$ 。

规律总结：通过观察比较可发现式子的基本形式为 $(\quad)^2 - (\quad)^2 = 8 \times (\quad)$ ，其中等号左边两个括号内的数都是奇数，前者比后者大 2，而且从左边看，第一个括号内的数减 1 后，再除以 2，便是第 3 个括号内的数。

讲解点 3: 通过调查获取信息。

详解：通过调查搜集相关数据，然后将数据整理，就可以从中获取很多信息，这就是今后要继续学习的统计知识。

【例 3】 小华对全班喜欢乒乓球、排球、足球、篮球 4 项活动的人数作了调查，得到

下表,已知该班共有 50 人。

项目	足球	排球	篮球	乒乓球	其他
所占百分比	10%	18%	24%	32%	16%

(1)体育委员组织一次排球比赛,估计会有多少人积极参加比赛?

(2)请你再提出一条相关的信息。

解:(1) $50 \times 18\% = 9$ (人),故估计会有 9 人积极参加排球比赛。

(2)在这四类球中,喜欢足球的人最少。

规律总结:喜欢某种球类活动的人数 = $50 \times$ 喜欢这种球类活动的人数所占的百分比。

B. 应用篇

III. 应用剖析

一. 知识点综合应用剖析

知识点综合应用问题:利用规律巧妙计算。

讲解:在小学里,我们进行过大量计算,有时候,根据参与运算的数的特点,抓住各数之间的变化规律,选择巧妙方法可使计算简便。

【例 1】 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}$ 的值。

$$\begin{aligned} \text{解法一:原式} &= \frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \\ &= \frac{7}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{256} \\ &= \frac{14}{16} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{256} = \frac{15}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \\ &= \frac{31}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} = \frac{63}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} = \frac{127}{128} + \frac{1}{256} = \frac{255}{256}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{解法二:} &\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{256} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{128} - \frac{1}{256} \\ &= 1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}. \end{aligned}$$

解法三:如图 1-2-2 所示,设大正方形的面积为 1,则可知右下角的小长方形是唯一没有标明面积的部分,而这部分的面积,明显可以看出它与标明 $\frac{1}{32}$ 的那部分面积相等。一般地, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} +$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{16} + \frac{1}{32} = 1 - \frac{1}{32}, \text{一般地,} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \\ &= 1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}. \end{aligned}$$



图 1-2-2

规律总结:本题从不同角度探究解题方法,综合运用知识解决问题。