配江苏教育版

普通高中课程标准实验教科书

苏州大学《中学数学月刊》编辑部

Jiaoxue Yu Ceshi

高中数学

2006~2007

教学与测试

- 新教材
- 教师用书
- 选修系列 1

苏州大学出版社

配江苏教育版普通高中课程标准实验教科书

高中数学 教学与测试

教师用书

（选修系列 1）

苏州大学《中学数学月刊》编辑部　编

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学教学与测试.1:选修/苏州大学《中学数学月刊》编辑部编.—苏州:苏州大学出版社,2006.10

教师用书.配江苏教育版普通高中课程标准实验教科书

ISBN 7-81090-748-4

Ⅰ.高… Ⅱ.苏… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G633.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第116559号

高中数学教学与测试

教师用书

(选修系列1)

苏州大学《中学数学月刊》编辑部 编

责任编辑 谢金海

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市干将东路200号 邮编:215021)

江苏省新华书店经销

丹阳兴华印刷厂印装

(地址:丹阳市胡桥镇 邮编:212313)

开本787×1092 1/16 印张12.25 字数306千

2006年10月第1版 2006年10月第1次印刷

ISBN 7-81090-748-4/G·372 定价:17.00元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换

苏州大学出版社营销部 电话:0512-67258835

《高中数学教学与测试》编委会

（江苏教育版·选修系列1）

前 言

PREFACE

普通高中课程标准实验教科书(数学)已在广东、山东、宁夏、海南、江苏开始实验并在全国部分省市进一步扩大使用,为了及时向广大高中学生和数学教师提供一套与新教材配套的高质量的教辅用书,我部聘请了部分参加教材编写的中学特级教师和高级教师,经过精心策划,编写了与江苏教育版教材配套的"高中数学教学与测试"系列用书.它既可作为学生的练习用书,也可作为教师的教学参考用书.根据广大师生的使用意见及建议,本次修订将"高中数学教学与测试"系列用书按必修5个模块重新划分,新编写选修系列1(包括1—1、1—2)、选修系列2(包括2—1、2—2、2—3)教辅用书,本书是选修系列1.

选修系列1分为学生用书和教师用书两册.学生用书选修1—1包括常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用三章内容,选修1—2包括统计案列、推理和证明、数系的扩充与复数的引入、框图四章内容.全书的编写依据课标,紧扣课本,配合课堂教学进行同步训练.原则上每节1课时,共50节.体例结构每节按〖知识梳理〗、〖双基演练〗、〖例题精讲〗、〖同步训练〗、〖拓展迁移〗编排.为方便使用,学生用书采用1+1模式:〖知识梳理〗、〖双基演练〗、〖例题精讲〗自成一册.〖同步训练〗、〖拓展迁移〗单独成册.供课后练习使用.教师用书包括相应学生用书的全部题目及详细的例题、习题解答.

本书由责任编委、执行编委及顾问策划,全体编委会集体讨论编写大纲,最后由五位特级(高级)教师执笔:王海平(上海南汇中学),选修1—1第一章(1~5)、选修1—2第三章(10~17);王广余(江苏省新海高级中学),选修1—1第二章(6~17);丰世富(苏州大学数学学院),选修1—1第三章(18~30);倪振东(江苏省苏州中学),选修1—2第二章(6~9);蒋鼎宏(江苏省淮阴中学),选修1—2第一章(1~5)、第四章(18~20).

各章由责任编委、执行编委及顾问把关,苏州大学数学科学学院三位教师负责审校:丰世富(选修1—1:1~5、选修1—2:6~17);周超(选修1—1:6~30);邱尔依(选修1—2:1~5、18~20).

多年来,全国各地的中学教师、学生以及社会各界对我们编写的中学数学方面的书籍给予了热情的关怀和支持,对于这次根据普通高中课程标准实验教材编写的"高中数学教学与测试"提出了许多有益的建议,在此一并表示感谢.

我们真诚地希望使用本书的老师、学生和家长能及时地将使用的情况和意见反馈给我们,以便我们作进一步的修改和完善.

苏州大学《中学数学月刊》编辑部

2006年9月

目　录

CONTENTS

选修 1-1

第一章　常用逻辑用语

第二章　圆锥曲线与方程

第三章　导数及其应用

选修 1-2

第一章　统计案例

第二章　推理和证明

第三章　数系的扩充与复数的引入

第四章　框图

选修 1-1

第一章　常用逻辑用语

1. 四种命题

知识梳理

简易逻辑知识是掌握和使用数学语言的基础，逻辑错误会导致前功尽弃. 本节要求理解四种命题的概念，掌握命题形式的表示；了解命题的逆命题、否命题和逆否命题，会分析四种命题的相互关系，能写出一个简单的命题(原命题)的逆命题、否命题、逆否命题；理解互为逆否命题的两个命题同真假(等价)，因此，四种命题中为真命题的个数只能是偶数个. 培养简单推理的思维能力，培养观察分析、抽象概括能力和逻辑思维能力. 要把握好教学要求：对"命题的逆命题、否命题与逆否命题"只要求作一般性了解，重点关注四种命题的相互关系和命题的必要条件、充分条件、充要条件(下一课时).

双基演练

1. 下列语句中是命题的题号为　　　　(D)

(1) 空集是任何集合的子集；　　(2) 若整数 a 是素数，则 a 是奇数；

(3) 指数函数是增函数吗?　　(4) 若平面上两条直线不相交，则它们平行；

(5) $\sqrt{(-2)^2}=-2$；　　(6) $x>15$.

A. (1)(2)(6)　　B. (1)(2)(4)　　C. (1)(4)(5)　　D. (1)(2)(4)(5)

提示　对命题概念的理解：一般地，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题. 判断命题的两个基本条件：必须是一个陈述句；可以判断真假. (3)是疑问句，故(3)不是命题；对于(6)，由于 x 是未知数，也不能判断"$x>15$"是否成立，因此，不能判断语句(6)的真假，故选 D.

2. 若命题 p 的逆命题是 q，命题 p 的否命题是 r，则命题 q 是命题 r 的　　　　(C)

A. 逆命题　　B. 否命题　　C. 逆否命题　　D. 本身

提示　命题 p 为"若 m，则 n"，命题 q 为"若 n，则 m"，命题 r 为"若非 m，则非 n"，则命题 q 是命题 r 的逆否命题，选 C.

3. 指出下列命题的条件 p 和结论 q：

(1) 若整数 a 能被 2 整除，则 a 是偶数. 条件 p 为________；结论 q 为________.

(2) 若四边形是菱形，则它的对角线互相垂直且平分. 条件 p 为____________；结论 q 为__________.

解 (1) 条件 p 为 整数 a 能被 2 整除 ;结论 q 为 a 是偶数 .

(2) 条件 p 为 四边形是菱形 ;结论 q 为 它的对角线互相垂直且平分 .

4. 填空:将下列命题改写成“若 p,则 q”的形式,并判断真假:

(1) 面积相等的两个三角形全等;____________________;

(2) 负数的立方是负数;____________________;

(3) 平行线没有交点.____________________.

解 (1) 若两个三角形的面积相等,则这两个三角形全等.是假命题.

(2) 若一个数是负数的立方,则这个数是负数.是真命题.

(3) 若两条直线平行,则这两条直线没有交点.是真命题.

说明 要学会区分条件 p 和结论 q,数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p,则 q”的形式,例如“垂直于同一条直线的两个平面平行”,但是把它的形式作适当改变,就可以写成“若 p,则 q”的形式:“若两个平面垂直于同一条直线,则这两个平面平行.”这样,它的条件和结论就很清楚了.

例题题讲

例 1 已知三个不等式:$ab>0$,$bc-ad>0$,$\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0$(其中 a,b,c,d 均为实数).用其中两个不等式作为条件,余下的一个不等式作为结论组成一个命题,可组成正确的命题的个数是 (D)

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

解 易知由 $ab>0,bc-ad>0\Rightarrow\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0$;$ab>0,\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0\Rightarrow bc-ad>0$;$bc-ad>0$,$\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0\Rightarrow ab>0$.可组成正确命题个数是 3 个,选 D.

例 2 写出命题“同位角相等,两直线平行”的逆否命题.

分析 原命题的条件为:同位角相等;结论为:两直线平行.

于是逆否命题的条件为:两直线不平行;结论为:同位角不相等.

解 命题“同位角相等,两直线平行”的逆否命题是“两直线不平行,同位角不相等”.

说明 若将原命题表示为:“若 p,则 q”,则它的逆否命题为:“若非 q,则非 p”,即交换原命题的条件和结论,并且同时否定,可得其逆否命题.四种命题的概念与表示形式,如果原命题为:若 p,则 q,则它的:

逆命题为:若 q,则 p,即交换原命题的条件和结论即得其逆命题.

否命题为:若非 p,则非 q,即同时否定原命题的条件和结论,即得其否命题.

逆否命题为:若非 q,则非 p,即交换原命题的条件和结论,并且同时否定,则得其逆否命题.

例 3 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题并判断真假.

(1) 原命题:若 $a=0$,则 $ab=0$;

(2) 原命题:对角线相等的平行四边形是矩形.

解 (1) 原命题:若 $a=0$,则 $ab=0$. 是真命题.

逆命题:若 $ab=0$,则 $a=0$. 是假命题.

否命题:若 $a\neq0$,则 $ab\neq0$. 是假命题.

逆否命题:若 $ab\neq0$,则 $a\neq0$. 是真命题.

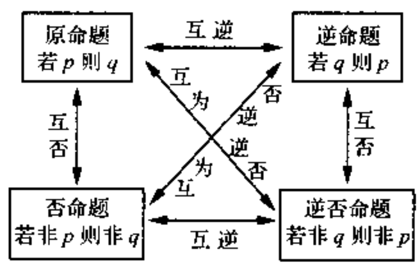
(2) 原命题:对角线相等的平行四边形是矩形. 是真命题.

逆命题:如果一个平行四边形是矩形,则这个平行四边形对角线相等. 是真命题.

否命题:对角线不相等的平行四边形不是矩形. 是真命题.

逆否命题:如果一个平行四边形不是矩形,则这个平行四边形的对角线不相等. 是真命题.

说明 四种命题之间的相互关系:



一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下三种关系:(原命题⇔逆否命题)

① 原命题为真,它的逆命题不一定为真;

② 原命题为真,它的否命题不一定为真;

③ 原命题为真,它的逆否命题一定为真(原命题与它的逆否命题同真同假).

同步训练

1. 在下列 6 个命题中,真命题和假命题的个数分别为 (B)

(1) 若直线 $a/\!/b$,则直线 a 和直线 b 无公共点; (2) $2+4=7$;

(3) 垂直于同一条直线的两条直线平行; (4) 若 $x^2=1$,则 $x=1$;

(5) 两个全等的三角形面积相等; (6) 3 能被 2 整除.

A. 1,5 B. 2,4 C. 3,3 D. 4,2

提示 要注意(3)没有"在同一平面内"的条件,是假命题,只有(1)、(5)是真命题,故选 B.

2. 在下列 4 个命题中,是真命题的序号为 (D)

① $3\geqslant3$; ② 100 或 50 是 10 的倍数;

③ 有两个角是锐角的三角形是锐角三角形; ④ 等腰三角形至少有两个内角相等.

A. ① B. ①② C. ①②③ D. ①②④

解 ①真;② 真;③ 假;④ 真. 选 D.

3. 命题"若 x,y 是奇数,则 $x+y$ 是偶数"的逆否命题是__________.

解 "若 $x+y$ 不是偶数,则 x,y 不都是奇数".

4. 判断下列各命题的真假,"真"填"T","假"填"F":

① 矩形的对角线互相平分 ( ); ② 0 是最小的自然数 ( );

③ 0 既不是奇数,也不是偶数( ); ④ 三角形内角和等于 180°( ).

解 ① T；② T；③ F；④ T.

5. 把下列命题改写成“若 p 则 q”的形式：

① 对顶角相等；　② 平行四边形的对角线相交于一点且互相平分；

③ 偶数能被 2 整除；

④ 二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，若判别式 $\Delta>0$，则方程有两个不相等的实数根.

解 ① 若两个角是对顶角，则这两个角相等；

② 若四边形是平行四边形，则其对角线交于一点且互相平分；

③ 若一个数是偶数，则这个数能被 2 整除；

④ 若二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的判别式 $\Delta>0$，则该方程有两个不相等的实数根.

6. 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题，并判断这些命题的真假：

① 实数的平方为正实数；　　② 若 $a>b$，则 $b<a$.

解 ① 原命题：若一个数是实数，则它的平方是一个正实数. 为假，因为 0 的平方就不是正实数.

逆命题：若一个数的平方是正实数，则这个数是实数. 为真.

否命题：若一个数不是实数，则它的平方也不是一个正实数. 为真.

逆否命题：若一个数的平方不是正实数，则它不是实数. 为假.

② 原命题：若 $a>b$，则 $b<a$. 为真.

逆命题：若 $b<a$，则 $a>b$. 为真.

否命题：若 $a\leqslant b$，则 $b\geqslant a$. 为真.

逆否命题：若 $b\geqslant a$，则 $a\leqslant b$. 为真.

7. 命题“若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆否命题是真命题吗？证明你的结论.

解 原命题是真命题.

证法 1 ∵ $m>0$，∴ $\Delta=1+4m>0$，因而方程 $x^2+x-m=0$ 有实根，故原命题是真命题；又因原命题与它的逆否命题是等价的，故命题“若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆否命题是真命题.

证法 2 原命题“若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆否命题是“若 $x^2+x-m=0$ 无实根，则 $m\leqslant 0$”. ∵ $x^2+x-m=0$ 无实根，∴ $\Delta=1+4m<0$，即 $m<-\frac{1}{4}\leqslant 0$，故原命题的逆否命题是真命题.

拓展迁移

在空间中

① 若四点不共面，则这四点中任何三点都不共线；

② 若两条直线没有公共点，则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中，逆命题为真命题的是______________.

解 ①中的逆命题是：若四点中任何三点都不共线，则这四点不共面.

我们用正方体 AC_1 做模型来观察：上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 中任何三点都不共线，但 $A_1B_1C_1D_1$ 四点共面，所以①中逆命题不真.

②中的逆命题是：若两条直线是异面直线，则两条直线没有公共点.

由异面直线的定义可知，成异面直线的两条直线不会有公共点，所以②中逆命题是真命题.

说明 本题考查点共线、点共面和异面直线的基本知识，考查命题的有关概念. 一般地，写出一个命题的逆命题、否命题及逆否命题的关键是分清原命题的条件和结论，然后按定义来写；在判断原命题及其逆命题，否命题以及逆否命题的真假时，要借助原命题与其逆否命题同真或同假，逆命题与否命题同真或同假.

2. 充分条件和必要条件

知识梳理

理解充分条件、必要条件及充要条件的意义，会判断两个命题的充要关系. 对命题“若 p 则 q”而言，当它是真命题时，p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件，当它的逆命题为真时，q 是 p 的充分条件，p 是 q 的必要条件，两种命题均为真时，称 p 是 q 的充要条件；当 p 和 q 互为充要时，体现了命题等价转换的思想. 在判断充分、必要条件时，首先要分清哪个命题是条件，哪个命题是结论，其次，论断要分四种情况说明：充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分又不必要条件. 从集合角度看，若记满足条件 p 的所有对象组成集合 A，满足条件 q 的所有对象组成集合 B，则当 $A\subseteq B$ 时，p 是 q 的充分条件；$B\subseteq A$ 时，p 是 q 的必要条件；$A=B$ 时，p 是 q 的充要条件. 充要条件的判断，常用方法为：①直接用充要条件定义判断；②借助四种命题之间的关系间接判断. 如所给命题的条件不易判断，我们可以转化为判断它的逆否命题的条件，因为原命题与其逆否命题是等价的，即同真或同假.

双基演练

1. “$x^2=3x+4$”是“$x=\sqrt{3x+4}$”的 (B)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解 由 $x^2=3x+4$ 可得到 $x=\pm\sqrt{3x+4}$，而由 $x=\sqrt{3x+4}$ 可得 $x^2=3x+4$，故选 B.

2. “$\alpha\neq\beta$”是“$\cos\alpha\neq\cos\beta$”的 (B)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

提示 所给命题的条件不易判断，我们可以转化为判断它的逆否命题的条件.

3. p：$x>5$ 是 q：$x\geqslant5$ 的________条件.

解 设 $P=\{x|x>5\}$，$Q=\{x|x\geqslant 5\}$，$\because P\subsetneqq Q$，$\therefore p$ 是 q 的充分但不必要条件.

4. p：$\sqrt{1+\sin\theta}=a$ 是 q：$\sin\dfrac{\theta}{2}+\cos\dfrac{\theta}{2}=a$ 的__________条件.

解 $\sqrt{1+\sin\theta}=a\Rightarrow\left|\sin\dfrac{\theta}{2}+\cos\dfrac{\theta}{2}\right|=a\nRightarrow\sin\dfrac{\theta}{2}+\cos\dfrac{\theta}{2}=a$；

而 $\sin\dfrac{\theta}{2}+\cos\dfrac{\theta}{2}=a\Rightarrow 1+\sin\theta=a^2\Rightarrow\sqrt{1+\sin\theta}=|a|\nRightarrow\sqrt{1+\sin\theta}=a$；

$\therefore p$ 是 q 的既不充分也不必要条件.

说明 充要条件是数学学习中十分重要的内容，应用很广泛，解决充要条件问题的方法：

(1) 直接推理：由条件 p 出发进行推理，然后由结论 q 出发进行推理.

① 若 $p\Rightarrow q$，而 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分但不必要条件，而 q 是 p 的必要但不充分条件；

② 若 $p\Rightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件（q 也是 p 的充要条件）；

③ 若 $p\nRightarrow q$，且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2) 从集合思想考虑：如果条件 p 与结论 q 很容易用集合来描述，则从集合思想考虑比较简单. 设 $P=\{p\}$，$Q=\{q\}$，

① 若 $P\subsetneqq Q$，则 p 是 q 的充分但不必要条件，而 q 是 p 的必要但不充分条件；

② 若 $P=Q$，则 p 是 q 的充要条件（q 也是 p 的充要条件）；

③ 若 $P\nsubseteq Q$ 且 $Q\subsetneqq P$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

例题精讲

例 1 判断下述命题 p 是 q 的什么条件：

(1) p：$D^2=4F$，q：圆 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 与 x 轴相切；

(2) p：多面体是正四棱柱，q：多面体是长方体；

(3) p：$\triangle ABC$ 中，$a\cos B=b\cos A$，q：$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

解 (1) 圆 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 与 x 轴切 $\Leftrightarrow\left|-\dfrac{E}{2}\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$，且 $E\neq 0\Leftrightarrow$ $\begin{cases}D^2-4F=0,\\E\neq 0.\end{cases}$ 将 $\begin{cases}D^2-4F=0,\\E\neq 0\end{cases}$ 形成的值看作集合 Q，而条件 p 形成的集合看作集合 P，显然 $Q\subsetneqq P$，$\therefore p$ 是 q 的充分但不必要条件；

(2) $\because$ 正四棱柱是特殊的长方体，$\therefore$ {正四棱柱}$\subsetneqq${长方体}，$\therefore p$ 是 q 的充分但不必要条件；

(3) $\because a\cos B=b\cos A\Rightarrow 2R\sin A\cos B=2R\cos A\sin B\Rightarrow\sin(A-B)=0\Rightarrow A=B$，$\therefore p\Rightarrow q$；而 q 中没有指明哪两个角相等，显然 $q\nRightarrow p$，$\therefore q$ 是 p 的充分但不必要条件.

说明 从上面的例子可以看出，充分与必要条件问题的正确解答主要还是取决于问题本身所涉及的具体数学内容的掌握与理解程度.

例 2 若 A 是 B 的必要而不充分条件，C 是 B 的充要条件，D 是 C 的充分而不必要条件，判断 D 是 A 的什么条件.

解 $D\Rightarrow C\Leftrightarrow B\Rightarrow A$，$\therefore D\Rightarrow A$，$D$ 是 A 的充分不必要条件.

说明 1. 符号"⇒"、"⇔"具有传递性，不过前者是单向的，后者是双向的.

2. 充分、必要条件与四种命题的关系：

① 如果 p 是 q 的充分条件，则原命题"若 p 则 q"以及逆否命题"若非 p 则非 q"都是真命题.

② 如果 p 是 q 的必要条件，则逆命题"若 q 则 p"以及否命题"若非 p 则非 q"为真命题.

③ 如果 p 是 q 的充分条件，则四种命题均为真命题.

例 3 求"直线 l：$ax-y+b=0$ 经过两直线 l_1：$2x-2y-3=0$ 和 l_2：$3x-5y+1=0$ 交点"的充要条件.

解 由 $\begin{cases}2x-2y-3=0,\\3x-5y+1=0\end{cases}$ 得 l_1、l_2 交点为 $P\left(\frac{17}{4},\frac{11}{4}\right)$，

$\because$ l 过点 P，$\therefore$ $a\times\frac{17}{4}-\frac{11}{4}+b=0$，$\therefore$ $17a+4b=11$.

充分性：设 a、b 满足 $17a+4b=11$，$\therefore$ $b=\frac{11-17a}{4}$，

代入 l 方程：$ax-y+\frac{11-17a}{4}=0$，整理得：$\left(y-\frac{11}{4}\right)-a\left(x-\frac{17}{4}\right)=0$，

此方程表明，直线 l 恒过两直线 $y-\frac{11}{4}=0$，$x-\frac{17}{4}=0$ 的交点 $\left(\frac{17}{4},\frac{11}{4}\right)$，

而此点为 l_1 与 l_2 的交点，$\therefore$ 充分性得证.

综上所述，直线 l 过直线 l_1 和 l_2 的交点 P 的充要条件是 $17a-4b=11$.

说明 关于充要条件的证明，一般有两种方式，一种是利用"⇔"，双向传输，同时证明充分性及必要性；另一种是分别证明必要性及充分性，从必要性着手，再检验充分性.

同步训练

1. "$|2x-1|<3$"是"$\frac{(x+1)(x+3)}{(x-2)}<0$"的 (B)

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解 由 $|2x-1|<3$ 得 $-3<2x-1<3$，故 $-1<x<2$，此时 $\frac{(x+1)(x+3)}{(x-2)}<0$ 成立；反之，若 $\frac{(x+1)(x+3)}{(x-2)}<0$，则 $-1<x<2$ 或者 $x<-3$，从而选 B.

2. 已知 p：方程 $x^2+ax+b=0$ 有且仅有整数解，q：a，b 是整数，则 p 是 q 的 (A)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

提示 由"方程 $x^2+ax+b=0$ 有且仅有整数解"易得到"a、b 是整数"；反之，若 a，b 是整数，方程 $x^2+ax+b=0$ 的解不确定. 因此选 A.

3. 方程 $mx^2+2x+1=0$ 至少有一个负根的充要条件是 (D)

A. $0<m\leqslant1$ 或 $m<0$　　B. $0<m\leqslant1$　　C. $m<1$　　D. $m\leqslant1$

提示 可以采用补集法,用逆否命题来求解.

4. 在$\triangle ABC$中,$A>B$是$a>b$的 (C)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解 在$\triangle ABC$中,若$A>B$,可得$2R\sin A>2R\sin B$,即有$a>b$;反之,若$a>b$,则有$A>B$(三角形的边角定理),于是选C.

5. "在$\triangle ABC$中,$a^2+b^2=c^2$"是"$\triangle ABC$为以c为斜边的直角三角形"的________条件(填:充分不必要、必要不充分、充要、既不充分也不必要).

解 由勾股定理可得结论,应该填"充要".

6. "两个三角形的面积相等"是"两个三角形全等"的________条件(填:充分不必要、必要不充分、充要、既不充分也不必要).

解 由"两个三角形的面积相等"推不出"两个三角形全等",反之,若两个三角形全等,则它们的面积相等,故应该填"必要不充分".

7. 已知p:$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$,$q$:$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$.若非$p$是非$q$的必要面不充分条件,求实数$m$的取值范围.

解 命题:非p是非q的必要而不充分条件的等价命题,即逆否命题为:p是q的充分而不必要条件.

p:$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right|\leqslant 2\Rightarrow -2\leqslant\dfrac{x-1}{3}-1\leqslant 2\Rightarrow -1\leqslant\dfrac{x-1}{3}\leqslant 3\Rightarrow -2\leqslant x\leqslant 10$.

q:$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0\Rightarrow[x-(1-m)][x-(1+m)]\leqslant 0$,$(*)$

$\because$ p是q的充分不必要条件,$\therefore$ 不等式$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$的解集是$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$的解集的子集.

又$\because$ $m>0$,$\therefore$ 不等式$(*)$的解集为$1-m\leqslant x\leqslant 1+m$,$\therefore$ $\begin{cases}1-m\leqslant -2,\\1+m\geqslant 10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\geqslant 1,\\m\geqslant 9,\end{cases}$ $\therefore$ $m\geqslant 9$,

$\therefore$ 实数m的取值范围是$[9,+\infty)$.

拓展迁移

求证:关于x的方程$x^2+2ax+b=0$有实数根,且两根均小于2的充分但不必要条件是$a\geqslant 2$且$|b|\leqslant 4$.

解 先证充分性,面必要性只需要通过举反例来否定.

先证明条件的充分性:

$\because$ $\begin{cases}a\geqslant 2,\\b\leqslant 4\end{cases}\Rightarrow a^2\geqslant 4\geqslant b$,$\therefore$ $\Delta=4(a^2-b)\geqslant 0$,$\therefore$ 方程有实数根.①

$\because$ $\begin{cases}a\geqslant 2,\\b\geqslant -4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2a\leqslant -4,\\b\geqslant -4,\end{cases}$

$\therefore (x_1-2)+(x_2-2)=(x_1+x_2)-4=-2a-4\leqslant-4-4=-8<0$,

而$(x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4=b+4a+4\geqslant-4+8+4=8>0$,

$\therefore \begin{cases}(x_1-2)+(x_2-2)<0,\\(x_1-2)(x_2-2)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1-2<0,\\x_2-2<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1<2,\\x_2<2.\end{cases}$②

由①②知,"$a\geqslant2$ 且$|b|\leqslant4$"⇒"方程有实数根,且两根均小于2".再验证条件不必要:

$\because$ 方程 $x^2-x=0$ 的两根为 $x_1=0,x_2=1$,则方程的两根均小于2,而 $a=-\frac{1}{2}<2$,$\therefore$"方程的两根小于2"$\nRightarrow$"$a\geqslant2$ 且$|b|\leqslant4$".

综上,$a\geqslant2$ 且$|b|\leqslant4$ 是方程有实数根且两根均小于2的充分但不必要条件.

说明 1. 对于证明充分必要性的问题,既要证明"充分性"又要证明"必要性";证明"充分不必要"问题,先证充分性,而必要性只需要通过举反例来否定.

2. 充分条件与必要条件是数学学习中的重要概念,在解答任何一个数学问题时都必须准确认识到问题所需要解决的是满足条件的充要性、必要性,还是充分且必要.对于证明题、计算题等,往往只需满足命题条件的充分性,即由条件进行推理、演绎得出结论;而对于求参数的范围、求不等式的解集、求函数的值域等许多问题,则必需保证推理的充要性.

3. 简单的逻辑联结词

知识梳理

通过数学实例,了解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义和含有"或"、"且"、"非"的命题的构成;结合集合的并集、交集、补集来理解联结词,分别对应"或"、"且"、"非"等联结词.

几个注意点:(1)选修教材上没有出现简单命题和复合命题的概念,教师学生都没有必要去研究这些概念;(2)不研究一般的常用逻辑用语,只研究数学中的常用逻辑用语;(3)不能空泛地讲常用逻辑用语,紧密结合数学实例,以数学知识为载体,学习、理解和使用常用逻辑用语;(4)对逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义,只要求通过数学实例加以了解,使学生正确地表述相关的数学内容.

双基演练

1. 命题"方程$|x|=1$的解是$x=\pm1$"中,使用逻辑联结词的情况是 (A)

A. 使用了逻辑联结词"或"　　B. 使用了逻辑联结词"且"

C. 使用了逻辑联结词"非"　　D. 没有使用逻辑联结词

提示 "$x=\pm1$"意即"$x=1$ 或 $x=-1$",选 A.

2. 已知 $p:x\leqslant1$,$q:\frac{1}{x}<1$,则非 p 是 q 的 (A)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件