

流体中分散颗粒的流动

英国 R.A.拜格諾 著

龙 毓 襄 译

水利电力出版社

237
P151



R. A. BAGNOLD
THE FLOW OF COHESIONLESS
GRAINS IN FLUIDS
ROYAL SOCIETY OF LONDON 1956

流体中分散颗粒的流动

根据英国伦敦皇家学会1956年版翻译

龙 毓 纂译

*

989S231

水利电力出版社出版(北京西郊科委路二里)

北京市书刊出版业营业许可出字第105号

水利电力出版社印刷厂印刷 新华书店发行

*

787×1092 $\frac{1}{2}$ 开本*3 $\frac{1}{2}$ 印张*69千字

1958年8月北京第1版

1958年8月北京第1次印刷(0001—1,400册)

统一书号: 15143·858 定价(第1类)0.48元

Q3
P15

第一部分 重力沙床上顆粒流動；一般概念	4
1. 緒論	5
(a) 範圍及研究途徑	5
(b) 受剪切作用顆粒分散體的動力學(摘要)	7
(c) 實驗成果在重力沙床上顆粒流動的應用	12
2. 受重力與不受重力情況的比較；躍移作用	13
(a) 液體中的躍移	13
(b) 空氣中的躍移	17
(c) 躍移的極限	17
3. 穩定流中的應力平衡	18
(a) 一般二元情況；定義	18
(i) 底床	18
(ii) 單位應力 $\tau = (\sigma - p) g D \cos \beta$	19
(iii) 作用的切綫方向應力	20
(iv) 推移質負荷及懸移質負荷	21
(b) 剪應力	23
(c) 在平整沙床表面上的平衡	25
4. 在紊動液流下小尺度的床面形態；形狀阻力	29
(a) 靜止床面剪應阻力的差額	29
(b) 初生沙紋形態及初生形狀阻力	31
(c) 次生沙紋形態及次生形狀阻力；參變數 θ_t	34
(d) 沙床形態概述	36
5. 顆粒流動判別數 G 的計算；預測及觀察到的躍移及 床面沙紋的情況	37
(a) 沙床上的 $G_0 = \frac{D}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\sigma T_0}{\lambda_0}}$ 值的計算	37

(b) 跃移现象消失的直径极限	39
(c) 由于床面颗粒阻力差額所产生的底床沙紋的 粒径上限	40
第二部分 沙床上的輸沙率; 河流的情况	42
6. 颗粒与流体之間的相对运动	43
(a) 輸沙率作为作功的率	43
(b) 阻力系数 ψ 及其对颗粒浓度的依賴性	44
(c) 推移質与悬移質沙粒相对于流体的速度	46
(d) 平均的推移質相对速度 $\bar{v}_b$; 河流的情况	48
7. 流体驅動的颗粒的輸移率	49
(a) 推移質的特性輸移率 ϕ_b	49
(b) 常数 A 的数值	53
(c) 推移質沙粒的平均速度 $\bar{U}$	53
(d) 相类似的悬移質的特性輸移率 $\bar{\phi}_s$	54
8. 理論輸沙率与实验数据的比較	57
(a) 风沙; 只包括推移質运动	57
(b) 水流驅動的沙粒运动; 推移質及悬移質	61
9. 关于輸沙率的进一步討論	70
(a) 河流情况下的一般輸沙率現象	70
(b) 实验数据的空白	71
(c) 颗粒动态的相似性	73
(d) θ 增加后床面沙紋的消失; 临界应力 $\theta = C \cdot \tan \alpha \sim 0.4$ 的意义	73
(e) 风沙及水流挟沙輸移率結果的一致性	74
10. 混合沙的輸移	75
第三部分 河流情况的边界情形	80
11. 層流运动	81
(a) 无限水深	81
(b) 有限水深; “泥浆流”	84

(c)与紊流的比較	86
12. 沒有靜止沙床的情況	88
(a)固定沙床	88
(b)流動床	90
13. 均勻的靜止沙床的重力坡度局部變化的影響;沙丘	94
14. 結論	99
参考文献	94
主要符号表	101
中英名詞对照表	104

第一部分 重力沙床上顆粒流动；

一般概念

提 要

作者于1954年曾进行过不受重力影响下、固体顆粒的均匀分散体在流体中均匀受剪时所产生的应力的实验〔3〕。本文中将实验结果应用于重力底床上固体顆粒的流动(这里的剪切作用并不是均匀的),假设实验结果可以定量地应用于任何十分薄的剪切层。

如底床系全部由可移动的顆粒所组成,则在床面可建立一种应力平衡的关系。因此,单位底床面积上通过的推移质,可用与作用的切应力的关系来表示。推移质与是否还存在任何悬移质及顆粒的分散度两者均无关。流体的内部运动状态仅作为一个实验常数出现在关系式中。

考虑到这种平衡关系的稳定性,可以预测在什么样的情况下原来平滑的床面上将发生沙纹。并且已证实,不论受风力及水力作用输送的顆粒所求得解一般在定量上与实验结果相符。文中又指出了初生及次生沙纹间的区别。初生沙纹所引起的形状阻力是可以计算的。次生沙纹的形状阻力则可表示为一实验常数。

不受重力作用的实验结果指出,顆粒分散体正像真正的流体一样,随着一个类似雷诺数的无因次数 G 的值的不同,剪阻力可能与剪切率的平方或一次方成比例。当顆粒的惯性作用远大于流体的粘滞性作用时,将遵循平方定律。假定在重力床面上所观察到的跃移现象是一种惯性的影响,则发生这种跃移的条件是可以预测的。这一结果在数量上与观测结果又完全相符。

1. 緒 論

(a) 范围及研究途径

固体顆粒的流动，主要包括在流体中顆粒与顆粒之間、以及与靜止边界或底床之間的剪切运动，流体本身也参与了这一运动。体力分力的作用使其向底床沉降；切綫作用力則維持其剪切运动。

作用于顆粒的切力可能主要为体力的一个分力，如顆粒物質沿斜坡崩滑的情况。又或者可能全部是由于流体流动所产生的推力，如顆粒受气流及水流的推动而沿底床流动的情况。此时，顆粒浓度隨距底床距离的增大而逐漸趨向于零。这种情况的特例——流体处于紊流状态，而底床系由松散的顆粒所組成——具有特殊实用的重要性，为方便起見，称之为“河流的情况(STREAM CASE)”。

此外还可能存在着各种不同的中間情况的組合——流体是紊流或不是紊流；具有沙床或不具有沙床。管道輸沙的情况也可归納到这一广义的类别中去，沿管道的压力差可看成是沿流动方向作用于流体及顆粒的外加体力。

目前已有一些經驗知識，但是限于实际情况中一些比較狹窄及孤立的范围，主要只涉及到“河流的情况”。我們还没有找到一般性的理論，因此就不可能在沒有經驗过的情况下对顆粒的普遍运动作出任何有用的預測，也不可能将某种条件下所求得の実驗結果应用于另一种条件。

目前似乎还不可能从純粹的理論分析的途徑来寻求这些一般性的規律；因为当流体內部存在着相当浓度的固体顆粒时，这些顆粒将如何影响流体的性質这一点，还没有充分的

知識。可以變形的、由顆粒組成的邊界，使得流動更為複雜化。邊界的形狀受流動的影響而形成了沙紋及沙丘，這些特征反過來又會影響流動的特性。

因此，目前的途徑必需是經驗性的。第一部分將討論一般的概念及關係。這些關係將於第二部分中應用於“河流的情況”。大部分現有的數據是屬於這種情況的。與“河流情況”相鄰近的一些情形將於第三部分中加以討論，對於這些情形應用第二部分中所得到的結果時要受到一定的局限性。

認識到現象各个方面都具有的一些簡單的東西，常可對了解內在規律提供一些線索。對於顆粒流動來說，有一個線索是很明顯的。一堆靜止的顆粒質體在受剪時不可能沒有一定程度的擴張或離散。由於在這一情況下分散必須是向上的，與沿垂直於床面的體力相抗衡，所以需要有一種分數的應力，垂直作用於各剪切運動顆粒層之間，或顆粒與底層之間，以維持顆粒的流動。

第二個線索是得自愛因斯坦〔7〕關於含有固體圓球分散體的流體的有效粘滯性質的研究。在這一工作及以後的研究成果中，指出了顆粒的存在對流體有二種影響；一種是顆粒對流體流動的影響，一種是顆粒相互之間的影響。前者為了可用數學方式加以分析，因此曾限於在濃度非常低而顆粒之間假定沒有影響的前提下，進行了研究。

但當顆粒之間的距離不過是一個直徑（對於球體說，體積濃度 $>9\%$ ）或更小時，顆粒之間相遭遇的或然率，對具有一定平均濃度的隨意排列的顆粒來說，在剪切作用下，是經常存在的，並接近於一個定值。按照顆粒的慣性作用影響是否超過流體的粘滯性的影響，它們必然會在前進的通路中互相撞擊或推開，這二種遭遇的形式都形成正交於剪切平面的顆

粒的位移。所以在受剪切作用的顆粒之間所需要的正交分散应力；很可能系来自被忽視的顆粒与顆粒間的作用。再者，也就是这些碰撞，能在顆粒間流体所給予的剪切阻力之外，还产生一种附加的剪切阻力。

这二种应力的存在曾由作者用实验证实〔3〕。实验是研究没有任何体力作用下顆粒分散体的动力学問題。因为实验結果組成了本文所提供的理論的基础，因此在下节中将摘要加以叙述。

(b) 受剪切作用顆粒分散体的动力学 (摘要)

根据尚不完全的理論作假定如下：

(i) 全部(可測量的)剪切阻力 $\mathcal{T}$ 可以写成：

$$\mathcal{T} = T + \tau', \quad (1)$$

其中 T 及 τ' 分別代表由于顆粒相互遭遇及由于在顆粒中間流体变形所产生的剪应力，后者因顆粒的存在而受到一定的改变。 T 及 τ' 可看成是二个分立的量。 T 属于分散相，而 τ' 属于連續相。

(ii) 顆粒間由于遭遇所产生的正交分散应力 P 与剪应力 T 的关系：

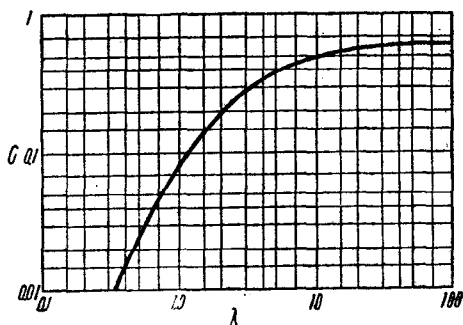
$$T/P = \tan \alpha, \quad (2)$$

式中 α 角与平均遭遇条件有关，因此，是与靜摩擦系数动力相似的一种表示方法。

(iii) 不論顆粒之間流体的剪切运动是否慣性流(紊流)，其中顆粒分散体的剪切运动，作为另一种流体，也可能属于慣性流状态或其他状态，这里所謂慣性是指顆粒的慣性。所以根据流体粘滯性、顆粒大小及密度、以及剪切率，分散体的应力 T 及 P 因剪切率的一次或二次方而变，与真实流体的

情况是相同的。

(iv) 当颗粒之间的剪切作用是惯性的(紊流)，此时遭遇将变为碰撞，颗粒间应力 T 及 P 系在碰撞时由于颗粒动量沿切线及正交方向的分动量的扩散而产生的。所以在无弹性的碰撞与有弹性的碰撞之间，正交应力 P 可以增加约二倍。其结果对弹性颗粒而言，应力比 $\tan \alpha$ 必然减低。大多数天然的被流体推动的颗粒，可看成是有弹性的，因为若无弹性，它们将不会长久保持颗粒状态。



第1图 $C_*=0.65$ 时以线性关系表示的含沙浓度 λ 与用体积关系表示的含沙浓度 C 的关系。其中 C_* 为在静止状态天然

颗粒的最大浓度， $\lambda = \frac{1}{(C_*/C)^{\frac{1}{3}} - 1}$ 。

(v) 浓度以一种线性关系来表示：

$$\lambda = \frac{\text{颗粒直径}}{\text{平均径向相隔距离}}。$$

这一关系与体积浓度 C 在几何上有下列关系：

$$\lambda = \frac{1}{(C_*/C)^{\frac{1}{3}} - 1} \text{ 或 } C = \frac{C_*}{\left(\frac{1}{\lambda} + 1\right)^3}, \quad (3)$$

式中 C_* 为全部颗粒静止地互相接触时 C 的最大可能值(均匀

球体堆积最紧密时 $C_* = 0.74$)。相当圆而均匀的天然颗粒的数值可定为0.65。当 $C_* = 0.65$ 时, (3)式可作成为第一图。在理論上当入自无穷大的静止值逐渐降低达22时, 才有可能发生一般的剪切作用。

实验中采用假定有弹性的均匀球体, 並将其浸入密度与球体密度完全相等的液体中, 以除去有效体力的作用。这混合体放在二个同心圆筒之間受剪, 外筒能在一定的已知速率范围内旋轉。浓度自 $C = 0.21 (\lambda > 1.3)$ 起开始变化。流体粘性系数 η 的变化自 0.01 (水) 到 0.07, 並用粘性远为大的純甘油作檢驗实验。正交应力 P 可在內筒壁上作为向心的应力量出, 总剪切应力 $\mathcal{T}$ 可借作用其上的力矩而量出。这二种測量結果可以在同一剪切率下与浓度为零 (只有流体) 的結果互相比較。

在浓度恰低于22时, 混合物有如顆粒状的軟泥。隨着 λ 的逐漸減少, 在剪切率为零时的剩余剪切阻力很快的消失, 至 $\lambda = 14$ 时将不复被觉察。在所有較低的浓度下, 顆粒分散体本身的作用一如“牛頓流体 (Newtonian fluid)”。

在浓度为零时, $\mathcal{T}$ 将变为一般流体的剪切阻力 τ 。在沒有任何顆粒时, τ 是由于流体的紊动而产生, 当剪切率很高时, 在一定的剪切率下, τ 因浓度的增加而急剧上昇, 到了“流体”极限, 即 $\lambda = 14$ 时, 全部剪切阻力 $\mathcal{T}$ 将超过 100τ 。由于任何物質对內部剪力的阻力的增加必定会減少紊动的强度, 所以 $\frac{d\tau'}{d\lambda}$ 应为負值。看来很清楚, 在高浓度时, 紊动将全部消失, 因此 $\tau' < \tau < \mathcal{T}$ 。

不幸的是我們不能单独測量 τ' 的值。所以当流体中存在着顆粒分散体时, 将如何在定量上影响紊动强度, 我們还不

知道。

在另一方面,如果在低的剪切率下、不含顆粒的流体的 τ ,只与粘滯性有关,則在剪切率为常数时,任何对爱因斯坦关系式 $\eta'/\eta = 1 + \frac{5}{2}C$ 的合理的外插都将使 $d\tau'/d\lambda$ 为正值。既然我們已經將顆粒对顆粒的影响另外用 T 来表示,直接把爱因斯坦关系外插到高浓度的情况可能不会导致很大的誤差^①。在极限浓度下流体阻力 τ' 将增加2.5倍。但实际量得的 $\mathcal{T} = T + \tau'$ 值在这一情况下已超过 120τ 。

因此,在这二种情况下,在浓度很高时,剩余的流体剪应力 τ' 与顆粒間剪应力 T 比較起来是微不足道的,几乎全部应力 $\mathcal{T}$ 都是由于顆粒相互遭遇而产生。

由于有这种情况,就可能在 $\mathcal{T}$ 的实驗范围的較低值的一端,将 τ' 值作一小的任意的調整,而相当精确地求出 T 值。

当 $\lambda < 14$ 时,在不同的 λ 、 η 及顆粒之間剪切率 dU/dy 下,得到的顆粒应力 T 及 P 的实驗值,可用下列二个无因次数間的一对单值关系来表示:

$$N = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}} \sigma D^2 dU/dy}{\eta} \text{ 及 } G = \frac{D}{\eta} \sqrt{\left(\frac{\delta}{\lambda} \times \text{顆粒应力}\right)} \quad (4)$$

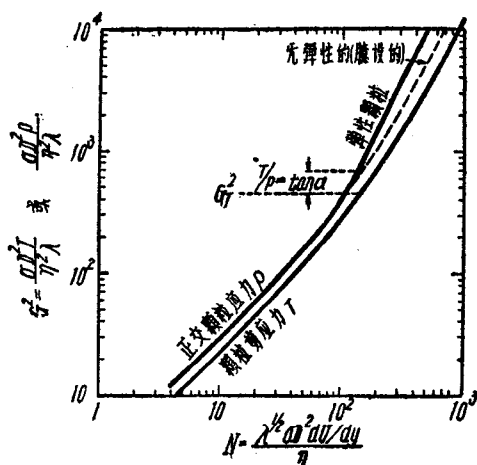
其中 σ 及 D 为顆粒的密度及直徑。 N 及 G 在形式上与速度及应力雷諾数相似,以 N 及 G 表示的应力关系如第2图所示。这一张图撮要地表明了实驗的結果,以后还会时常用到。

① 在粘滯流情况下,剪切率为常数时,另外一种粗略估計流体剪切阻力随浓度增加的方法,是将顆粒含融 C 轉变为相等体积的平行的薄层。此时, $\eta'/\eta = \tau'/\tau$ 可立刻作为比值 $1/(1-C)$ 。这一比值就是流体各层間剪切率的增加倍数。这二种表示方法在数字上的差異,在 $C=0.3$ 时永远不超过一因数1.225;当 $C=0.6$ 时,二者均给出2.5的数值,这就相当于球体在极限“流体”浓度 $\lambda=14$ 时的情形。

从图上可以看出, 当以 N 来表示的剪切率很高时, 顆粒在相遇时慣性作用的影响将使应力服从平方律; 而在剪切率較低时則服从綫性律。在 λ 的实驗范围内, 在二极端区域中, 表示 T 的經驗式将是:

$$T_{\text{慣性的}} = 0.013\sigma(\lambda D)^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2,$$

$$T_{\text{粘滯性的}} = 2.2\lambda^{\frac{2}{3}}\eta \frac{dU}{dy}. \quad (5)$$



第2图 受剪顆粒分散体所承受的剪应力 T 与顆粒之間正交分散应力 P 的实驗关系, 以无因次数 G 及 N 来表示。其中 σ = 顆粒密度; D = 顆粒直径; λ = 綫性关系表示的浓度; η = 流体粘滯性系数。

从第2图中可以看出, 不論对那一种应力, 顆粒剪切自慣性的过渡到非慣性(即粘滯性)的, 可先后一致地用 N 或 G 的值来决定。这二种应力的过渡区的下限以 G^2_* 来表示大致是100。但可能由于彈性作用的影响, 上限則有所不同, 对 T 而言是300°, 对 P 而言是100°。既然在以后的討論中, 这二种应力都是

同等有关系的, 我們可以取平均上限为1500。以后在研究“跃移”問題时, 将討論到这些 G^2_* 的临界值。

对于任一已知 G^2 值,应力比 $T/P = \tan\alpha$ 的值均可从图上讀出。对于充分发展的紊动剪切情况, T/P 值将趋向于一个小的常数0.32左右, 而当粘滞作用占主要时将达另一較大的常数值0.76。根据大部份天然砂的极限安息角为 32° , 而大致求出 $\tan\alpha$ 的静止值为0.63, 則介于上述二种极限动力值之間, 在重力沙床中很可能找到像这样的数值。将可发现这一情况与沙紋的形成是有关系的 (§§4, 5)。

(c) 实验成果在重力沙床上颗粒流动的应用

在轉筒实验中, 外力完全作用于边界上, 在各层次間浓度及剪切率大致不变。在重力沙床上颗粒的流动就不是如此。但用来限制分散体的扩张而垂直作用在二个边界上的向心的应力, 对任何一个边界而言, 都可以用沿同一方向作用于颗粒上的大小相等的体力来替代, 而不致影响作用在另一边界上的应力。其次, 在轉筒試驗中, 作为常数的各剪力层間的动力作用, 将与在重力沙床边界上任一窄狭剪力层內的动力作用完全相同。只有在边界层本身以及紧靠近边界层以上的地方, 这些条件是否相等尚可怀疑。这一点将在下节中予以討論。

假定实验的结果一般可以应用, 則其意义如下: 在沒有为流体紊动漩渦所支持的悬浮颗粒时, 即使稍微有一些, 在重力边界的正交的颗粒应力 P , 不論颗粒如何分散, 也不論边界以上的流动条件如何, 在稳定条件下, 应等于单位床面面积上所有运动的颗粒的水下浸沒重量的正交分力。

因此, 知道了运动分散体底面上的参变数 G , 亦即知道了动应力比 T'/P , 就可以定出运动颗粒的重量或負荷与在床面上剪应阻力 T 之間的平衡关系。再者, 如下节所述, 如松散沙床的表面能看成是在分散体内的一个剪切平面, 正交应力

P 因此将完全作用于静止床面的顆粒上，則在稳定条件下，其平衡情况可用靜应力比或摩擦系数来确定。

2. 受重力与不受重力情况的比較；跃移作用

(a) 液体中的躍移

当靠近沙床上有足够多的少数沙粒沿着各自的途徑的运动可以被观察到时，也就是說，在流动强度略大于使床面发生扰动的临界强度时，将可看到超过一定尺寸的床沙，似乎是并无一定規則的静止位置向上跳入流体中。跳起的沙粒沿着流动的方向开始加速运动，其运动軌跡向前弯曲。重力作用最后又把沙粒拉回床面。顆粒所經軌跡如一低拱，如第3a图所示。它沒有显示不規則的折射，好像在紊流漩渦作用很有效时所能預期的情况一样。在上述微弱的流动强度的情况下，由于液体的粘滯作用，沙粒在回到床面时的速度不足以产生任何可以觀察到的回跳、或对床沙产生任何扰动。

这种拱形不折射的运动，习知为“跃移”运动，常在一些著作中被提到[5,8,9]。最初从底床向上的加速度被看成是由于一种流体动力“上举力”的作用[13]；当床面上一个顆粒被沿切綫方向的水流作用力推压在另一顆粒上时，在接触点上产生了倾斜的接触力，这一接触力的正交的分力也有可能和上举力联合在一起发生作用。不論精确的原因是什么，当顆粒离开边界的距离超过半个直徑或更小的时候，任何向上的力都不可能再繼續作用在顆粒上。所以大部分在液体中觀察到的顆粒上昇一至二个直徑的距离的現象，应当說是由于顆粒本身的慣性，这种慣性的作用将繼續和重力相抗衡而將顆粒向上举起。

在轉筒試驗中，不受重力作用影响的情况下，同样也发

生自受剪切的边界向外跳出的运动。当顆粒含量及轉速很小、每一单独顆粒的运动途徑能由肉眼所观察时，都能看到这种现象。在第3b图中，当循一定軌道前进的顆粒A为第二粒較快的顆粒B撞上而被打到边界上以后，就会发生这样的跳跃运动。在跳起以后，顆粒A又重新沿一定的軌道前进，一直到与另一顆粒偶然发生碰撞为止。跳跃的高度随剪切率而增加，在肉眼所能观察到的极限情形下，将超过三倍直径。



第3图

試驗中剪切率大約在30 1/秒左右，要比重力沙床上起動剪切率大得很多。既然在这一試驗中顆粒必須具有与流体(水)相同的密度，因此，在重力床上起動剪切率必須是零。

在这种情况下，即使顆粒的密度不比液体的密度大，顆粒之能沿正交方向穿过液体达三倍直径的距离，还是可以意料得到的。在沙粒突然与另一顆粒或边界相撞以后，流体的粘滯阻力逐渐发展以达于全部顆粒所需時間大約为 $D^2/4\nu$ [13]。假定在这一时段內所通过的距离，与在一半時間內以初速作无阻力的运动所經過的距离相当的話，則行經三倍直径所需离开边界层的起始正交速度将为 $3D \times 8\nu/D^2$ 。在 $D = 0.136$ 公分及 $\nu = 0.01$ (对于水而言) 时，起始速度将为 1.76 公分/秒。顆粒最初在未受碰撞前沿运动軌道前进的速度約为 5~10 公分/秒。这似乎是很可能的。如果顆粒的密度更大，在流体的阻力充分发展以后，顆粒的慣性无疑地会把它們带得更远。在另一方面，正交方向的重力将减少这种跳动。离开

边界时的初始加速度可能是由于简单的弹性回跳作用，也可能是由于颗粒在碰到边界后由于摩擦而突然减速所产生的上举力的作用，或是由于这二种原因的联合作用。

如不考虑如第3a及3b图虚线所示的不规则短途运动，这二种情况下事态的周期变化是十分相似的。这二种情况下，边界上均受到由于颗粒跃移所产生的切线方向及正交方向的冲击作出。在第3a图中，切线方向的冲量是自流体流动得来，因此流体将失去动量；而正交冲量则是由于重力。在第3b图中，二种冲量均通过中间颗粒B而来自对面的边界。由于切线方向和正交方向的冲量必须同时传达给边界，它们的比例也是应力 T'/P 之比。只要我们能够假定这一比例主要取决于颗粒惯性及流体粘滞性的相对影响，它的数值将不致因为用正交重力应力来代替第二个边界上的外加应力而有很大的改变。

可能发生偏差的主要来源似乎是在传递给边界的正交冲量的性质。如果当颗粒打到边界上时，其中一部分动量是由颗粒四周的流体所带走（这一部份动量是颗粒在接近边界的行程中由颗粒传递给液体的），则在全部冲量中来自液体的那一部分可能不传递给床面的颗粒，而是传递给颗粒之间的静止的流体。在转筒试验中，整个冲量的作用是作为一种应力、在不透水的筒壁上量出的。

但就边界上正交应力的平均值来说，来自流体的要比来自颗粒的为小。流体传递一定的切线动量到颗粒上，从而产生了平均切线颗粒应力 T' 。这一动量的传递受到颗粒通过流体向后的平均切线位移的影响。不过，在稳定情况下，颗粒对于流体不可能有相应的平均正交方向的位移。所以由于颗粒运动而作用于边界上的任何正交流体应力，应该仅仅是一