2007年

一级注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试

基础考试复习题集

注册工程师考试复习用书编委会　编

人民交通出版社
China Communications Press

2007年

一级注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试

基础考试复习题集

注册工程师考试复习用书编委会　编

人民交通出版社
China Communications Press

内 容 提 要

本书第一版由北京市注册工程师管理委员会(结构)组织编写,现根据需要修订再版。

本习题集依托考试大纲和历年考题,基于考培人员多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成,共收录习题2400余道,习题覆盖面广,切合考试特点,满足大纲要求;同时,本书还为每道习题提供了参考答案,为绝大部分习题提供了解答提示,以便为考生提供辅导和帮助。相信本书能帮助考生复习好各门课程,巩固复习效果,提高解题准确率和解题速度,以顺利通过考试。

本书还为考生准备了两套模拟试题,供考生模拟考试之用。

本书适合参加一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试的工程师们复习备考使用,同时由于一级考试内容覆盖了二级考试大纲的全部内容,因此亦可供参加二级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试的人员备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集/注册工程师考试复习用书编委会编 .—北京:人民交通出版社,2007.1

ISBN 978-7-114-06346-6

Ⅰ.一… Ⅱ.注… Ⅲ.建筑结构-工程师-资格考核-习题 Ⅳ.TU3-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第153350号

Yi Ji Zhuce Jiegou Gongchengshi(Fang Wu Jie Gou)Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Tiji

书　　名:一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集

著 作 者:注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑:陈志敏

出版发行:人民交通出版社

地　　址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网　　址:http://www.ccpress.com.cn

销售电话:(010)85285838,85285991

总 经 销:北京中交盛世书刊有限公司

经　　销:各地新华书店

印　　刷:北京牛山世兴印刷厂

开　　本:787×1092　1/16

印　　张:35.25

字　　数:891千

版　　次:2004年3月第1版

2007年2月第2版

印　　次:2007年2月第1次印刷

书　　号:ISBN 978-7-114-06346-6

定　　价:55.00元

前　　言

本书编写人员自1997年起就开始参加北京市注册结构工程师考试的考前辅导培训工作，总结多年的教学实践经验和考生回馈意见，正式出版本考试复习教程和复习题集，经过多年的使用和不断修订完善，本套考试辅导用书已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本习题集依托考试大纲和历年考题，基于考培人员多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成，共有习题2400多道，平均相当于每年考试试题量180道题的13倍多；同时本书为每道习题均提供了参考答案，为绝大多数习题提供了解题提示；并在习题集后编制了两套模拟试题。

我们建议考生先认真复习好各门课程，真正掌握考试大纲要求掌握的基本概念和标准、规范内容。在此基础上，再认真做这本复习题集，通过解答习题，参照书中提供的答案和提示，纠正错误概念，巩固复习成果，进一步理解考试大纲的要求，更加熟悉各门课程中的基本概念及标准、规范。在复习基本完成之后，再模拟考试，做一遍模拟试题以检验复习效果。相信这本复习题集能帮助考生提高解题的准确率和解题速度，以帮助考生顺利通过考试。

本书主编：**曹纬浚**

各科目习题编制的作者如下：

高等数学	**吴昌泽、贾玲华**	土木工程材料	**朋改非**
普通物理	**程学平**	工程测量	**杨松林**
普通化学	**毛怀珍**	职业法规	**李魁元**
理论力学	**刘　燕**	土木工程施工与管理	**刘宝生**
材料力学	**钱民刚**	结构力学	**刘世奎**
流体力学	**李兆年**	结构设计	**冯　东、张丽娟**
计算机应用基础	**许小重**	土力学与地基基础	**王　健、张怀静**
电工与电子技术	**许怡生**	结构试验	**孙惠镐**
工程经济	**陈向东**		

注册工程师考试用书编委会

2007年2月

目　录

一、高 等 数 学

(一)复习指导

根据考试大纲的要求,全国一级注册结构工程师和注册岩土工程师数学试题,内容覆盖了高等数学、线性代数、概率统计及矢量代数课的知识,内容全面、丰富。我们在复习时,首先要熟悉大纲,按大纲的要求分类进行;分清哪些是考试要求的,哪些不属于考试范围内的,做到有的放矢。对于要求的内容,必须把相关的知识掌握住,如定义、定理、性质以及相关的计算题等。对于概念的理解不能只停留在表面上,要理解深、理解透。对于计算题要达到熟练掌握的程度,对于相关的计算题,一定要记住解题思路。

另外,从试题的题型讲,题目均为单选题,给出四个答案,挑出其中一个正确答案。这些选择题,包括基本概念、基本定理、基本性质、分析题、计算题及记忆判别类项目,有的试题还具有一定的深度。试卷中总共有 120 道题,答卷时间为 4 个小时,平均每道题 2 分钟。这一点也是我们在复习中应该注意到的。高等数学占 20 道题,工程数学占 4 道题,共有 24 道题,占总题数的 1/5。冗长的定理证明、复杂的计算题不可能在试卷中出现,但强调的是应用这些定义、定理,利用由它们推出的性质去解题。最好能记住过去曾做过的题目的结论,并把这些结论灵活地应用于各种类型的计算题目中。对各类计算题的解题思路必须要记清。另外,在做选择题时,应注意解题时的灵活性和技巧性。还要注意,由于题目都是单选题,在四个答案中,如能准确地选出某一答案,其余答案可不再考虑,这样就能节省时间。有时,如果正确答案一时确定不下来,可用逐一排查的方法,去掉其中三个错误答案,得到所要求的答案。以上这些,仅供参考。

以下举例说明。

【例 1-1】 设 $f(x)$是奇函数,且 $F(x)=f(x)\cdot\left(\frac{1}{a^x+1}-\frac{1}{2}\right)$。其中 a 为不等于 1 的正常数,则函数 $F(x)$是:

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 非奇非偶函数　　D. 奇偶性与 a 有关的函数

解 这是一道概念题,应用奇函数、偶函数的定义,通过代数变形导出最后的结果。

$$F(-x)=f(-x)\left(\frac{1}{a^{-x}+1}-\frac{1}{2}\right)=-f(x)\left[\frac{1}{\frac{1+a^x}{a^x}}-\frac{1}{2}\right]=-f(x)\left(\frac{a^x}{1+a^x}-\frac{1}{2}\right)$$

$$=-f(x)\frac{2a^x-(1+a^x)}{2(1+a^x)}=-f(x)\frac{a^x-1}{2(1+a^x)}$$

$$=-f(x)\frac{a^x+1-2}{2(1+a^x)}=-f(x)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{1+a^x}\right)$$

$$=f(x)\left(\frac{1}{1+a^x}-\frac{1}{2}\right)=F(x)$$

$\therefore F(x)$是偶函数。

∴选 B。

【例 1-2】 已知函数 $f(x)$在 $x=1$ 处可导，且$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(4-3x)-f(1)}{x-1}=2$，则 $f'(1)$等于：

A. 2　　　B. 1　　　C. $\dfrac{2}{3}$　　　D. $-\dfrac{2}{3}$

解　这道题利用函数在一点 x_0 可导的定义，通过计算得到最后结果。

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f[1+(3-3x)]-f(1)}{3(x-1)}\cdot 3$$

$$\xlongequal[x\to 1,t\to 0]{\text{设}3(x-1)=t} 3\lim_{t\to 0}\frac{f(1+t)-f(1)}{t}=3f'(1)=2$$

$\therefore f'(1)=\dfrac{2}{3}$

∴选 C。

【例 1-3】 下列函数在所给区间中，满足罗尔定理条件的是：

A. $f(x)=x^2\quad[0,3]$　　　B. $f(x)=\dfrac{1}{x}\quad[-1,1]$

C. $f(x)=|x|\quad[-1,1]$　　　D. $f(x)=x\sqrt{3-x}\quad[0,3]$

解　这道题属于概念题，根据满足罗尔定理的三个条件（在闭区间连续，在开区间可导，两端函数值相等）来判定。

A. $f(x)=x^2$ 在$[0,3]$两端函数值不相等。

B. $f(x)=\dfrac{1}{x}$　$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$在$(-1,1)$可导的条件不成立，在 $x=0$ 不可导。

C. $f(x)=|x|$在 $x=0$ 处求导数，用左右导数定义计算，$f'_+(0)=1$，$f'_-(0)=-1$，因而在 $x=0$ 处不可导，从而$(-1,1)$内可导不成立。这道题的结论应记住。

D. $f(x)=x\sqrt{3-x}$在$[0,3]$上连续，$f'(x)=\sqrt{3-x}-\dfrac{x}{2\sqrt{3-x}}$在$(0,3)$上可导，$f(0)=f(3)$，满足罗尔定理。

∴选 D。

【例 1-4】 求$\int xf(x^2)\cdot f'(x^2)\mathrm{d}x$ 等于：

A. $\dfrac{1}{2}f(x^2)$　　B. $\dfrac{1}{4}f(x^2)$　　C. $\dfrac{1}{8}f(x^2)$　　D. $\dfrac{1}{4}[f(x^2)]^2$

解　这道题为抽象函数的不定积分。检验不定积分凑微分方法的掌握程度，以及是否会用不定积分的性质$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+c$。

$$\because \int xf(x^2)f'(x^2)\mathrm{d}x=\int f'(x^2)f(x^2)\mathrm{d}\,\frac{1}{2}x^2$$

$$=\frac{1}{2}\int f'(x^2)\cdot f(x^2)\mathrm{d}x^2=\frac{1}{2}\int f(x^2)\mathrm{d}f(x^2)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}[f(x^2)]^2=\frac{1}{4}[f(x^2)]^2+c$$

∴选 D。

【例 1-5】 下面等式中正确的是：

A. $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}$　　B. $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}$　　C. $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}$　　D. $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}$

解　这道题检验向量代数的基本概念，用到两向量的加法、两向量的数量积、向量积的定义。

分析：A. $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}$ 错误在于两向量相加，利用平行四边形法则得到平行四边形的对角线向量，而不等于 $\boldsymbol{k}$。

B. $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}$ 错误在于两向量的数量积得一数量，$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=|\boldsymbol{i}||\boldsymbol{j}|\cdot\cos\frac{\pi}{2}=0$。

D. $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}$ 错误在于等号左边由向量积定义求出，为一向量；右边由数量积定义求出，为一数量。因而两边不等。

答案 C 正确。$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=|\boldsymbol{i}||\boldsymbol{i}|\cos 0=1$，$\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=|\boldsymbol{j}||\boldsymbol{j}|\cos 0=1$，左边等于右边。

∴选 C。

【例 1-6】　设二重积分 $I=\int_0^2 \mathrm{d}x\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 f(x,y)\mathrm{d}y$，交换积分次序后，则 I 等于：

A. $\int_{-1}^0 \mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$　　B. $\int_{-1}^1 \mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$

C. $\int_{-1}^0 \mathrm{d}y\int_0^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1+y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$

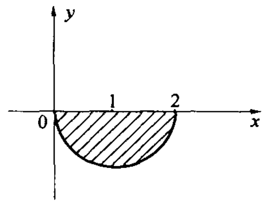
解　这道题检验二重积分交换积分次序方面的知识。解这类题的基本步骤：首先根据原积分次序画出积分区域的图形，得到阴影部分的图形；然后写出先 x 后 y 的积分表达式。

由 $y=-\sqrt{2x-x^2}\Rightarrow y^2=2x-x^2\Rightarrow x^2-2x+y^2=0\Rightarrow(x-1)^2+y^2=1$。

$$D_{xy}=\begin{cases}-1\leqslant y\leqslant 0\\ 1-\sqrt{1-y^2}\leqslant x\leqslant 1+\sqrt{1-y^2}\end{cases}$$

$$\therefore I=\int_{-1}^0 \mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$$

∴选 A。



例 1-6 图

【例 1-7】　已知幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a^n-b^n}{a^n+b^n}x^n\ (0<a<b)$，则所得级数的收敛半径 R 等于：

A. b　　B. $\frac{1}{a}$　　C. $\frac{1}{b}$　　D. R 值与 a、b 无关

解　这道题检验幂级数收敛半径的求法。

可通过连续两项系数比的极限得到 ρ 值，由 $R=\frac{1}{\rho}$ 得到收敛半径。

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a^{n+1}}{a^n}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^{n+1}+b^{n+1}}}{\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^{n+1}+b^{n+1}}\cdot\frac{a^n+b^n}{a^n-b^n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{b^{n+1}\left(\dfrac{a^{n+1}}{b^{n+1}}-1\right)}{b^{n+1}\left(\dfrac{a^{n+1}}{b^{n+1}}+1\right)}\cdot\frac{b^n\left(\dfrac{a^n}{b^n}+1\right)}{b^n\left(\dfrac{a^n}{b^n}-1\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\dfrac{a}{b}\right)^{n+1}-1}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^{n+1}+1}\cdot\frac{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n+1}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n-1}$$

$$=(-1)/(-1)=1=\rho$$

$\therefore R=\dfrac{1}{\rho}=1$

∴选 D。

【例 1-8】 微分方程 $y''-4y'+4y=6x^2+8e^{2x}$ 的一个特解应具有下列哪种形式？（A、B、C、E 为常数）。

A. $Ax^2+Bx+Ce^{2x}$　　B. $Ax^2+Bx+C+Ex^2e^{2x}$

C. $Ax^2+Be^{2x}+Cxe^{2x}$　　D. $Ax^2+(Bx^2+Cx)e^{2x}$

解　这是一道检验二阶常系数线性非齐次方程求特解表达式的题目。

由 $y''-4y'+4y=0$，$r^2-4r+4=0$ 得 $x_{1,2}=2$，且 $f(x)=6x^2+8e^{2x}$ 属于 $f(x)=Q_m(x)e^{\lambda x}$ 类型。所以此题 $f(x)$ 应分成两部分：$f_1(x)=6x^2$，$f_2(x)=8e^{2x}$。分别按照 y^* 的具体算法写出 $y_1^*=Ax^2+Bx+C$，$y_2^*=Ex^2e^{2x}$（A、B、C、E 为待定常数）。

特解 $y^*=y_1^*+y_2^*$

$\therefore y^*=y_1^*+y_2^*=Ax^2+Bx+C+Ex^2e^{2x}$

∴选 B。

(二)复习题、提示及参考答案

1-1　$f(x)=(\sin 3x)^2$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 上为：

A. 周期是 3π 的周期函数　　B. 周期是 $\dfrac{\pi}{3}$ 的周期函数

C. 周期是 $\dfrac{2}{3}\pi$ 的周期函数　　D. 不是周期函数

提示：利用公式 $(\sin 3x)^2=\dfrac{1-\cos 6x}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\cos 6x$，周期 $T=\dfrac{2\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$。

答案：B

1-2　设 $f(x)=\begin{cases} x^3 & -3\leqslant x\leqslant 0 \\ -x^3 & 0<x\leqslant 2 \end{cases}$，则此函数是：

A. 有界函数　　B. 奇函数　　C. 偶函数　　D. 周期函数

提示：分析函数的定义域。$[-3,0]$、$[0,2]$ 为有限区间，但关于原点不对称，所以 B、C、D 均不满足。

答案：A

1-3　$f(x)=(e^x+e^{-x})\sin x$ 在其定义域 $(-\infty,+\infty)$ 上是：

A. 有界函数　　B. 周期函数　　C. 偶函数　　D. 奇函数

提示：用奇偶函数的定义判定。

答案：D

1-4　设 $f(x)=\begin{cases} -\sin^3 x & -\pi\leqslant x\leqslant 0 \\ \sin^3 x & 0<x\leqslant \pi \end{cases}$，则此函数是：

A. 周期函数　　B. 单调增函数　　C. 奇函数　　D. 偶函数

提示：画出函数在定义域中的图形，或用定义判定。

答案：D

1-5 “数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在”是“数列$\{x_n\}$有界”的：

A. 充分必要条件　　B. 充分但非必要条件

C. 必要但非充分条件　　D. 既非充分条件，也非必要条件

提示：数列收敛必有界是课本中的一个定理，但数列有界不一定收敛。可举反例说明，如数列$\{x_n\}$：$x_n=(-1)^n+1$ 有界，但发散。

答案：B

1-6 当 $x\to0$ 时，$x^2+\sin x$ 是 x 的：

A. 高阶无穷小　　B. 同阶无穷小，但不是等价无穷小

C. 低阶无穷小　　D. 等价无穷小

提示：通过求极限的结果等于 1 来确定。

答案：D

1-7 设 $f(x)$的定义域为$[0,1]$，则 $f(x+a)+f(x-a)$ $(0<a\leqslant\frac{1}{2})$的定义域是：

A. $[-a,1-a]$　　B. $[-a,1+a]$　　C. $[a,1-a]$　　D. $[a,1+a]$

提示：分别写出 $f(x+a)$，$f(x-a)$的定义域，然后求它们的交集。

答案：C

1-8 设 $f(x-1)=x^2$，则 $f(x+1)$等于：

A. $(x-2)^2$　　B. $(x+2)^2$　　C. x^2-2^2　　D. x^2+2^2

提示：设 $x-1=t$，则 $x=t+1$，代入函数表达式，得 $f(t)=(t+1)^2$，即 $f(x)=(x+1)^2$，从而易于求得 $f(x+1)$的表达式。

答案：B

1-9 设 $f(x)$是定义在$[-a,a]$上的任意函数，则下列答案中哪个函数不是偶函数？

A. $f(x)+f(-x)$　　B. $f(x)\cdot f(-x)$　　C. $[f(x)]^2$　　D. $f(x^2)$

提示：利用函数的奇偶性定义来判定。答案 A、B、D 均满足定义 $f(-x)=f(x)$，所以为偶函数，而 C 不满足，设 $F(x)=[f(x)]^2$，$F(-x)=[f(-x)]^2$，因为 $f(x)$是定义在$[-a,a]$上的任意函数，所以 $f(x)$可以是奇函数，也可以是偶函数，也可以是非奇非偶函数，从而推不出 $F(-x)=F(x)$或 $F(-x)=-F(x)$。

答案：C

1-10 函数 $y=\sin\dfrac{1}{x}$在定义域内是：

A. 单调函数　　B. 周期函数　　C. 无界函数　　D. 有界函数

提示：利用 $\sin\dfrac{1}{x}$的图形或取绝对值$\left|\sin\dfrac{1}{x}\right|\leqslant1$ 确定。

答案：D

1-11 设 $f(x)=\begin{cases}\cos(x-1) & x>1\\ g(x) & x<1\end{cases}$，若$\lim\limits_{x\to1}f(x)=1$，则 $g(x)$等于：

A. $\arctan\dfrac{1}{x-1}$　　B. $\arcsin\dfrac{1}{x-1}$　　C. $\tan(x-1)$　　D. $1+e^{\frac{1}{x-1}}$

提示：$\because\lim\limits_{x\to1^+}\cos(x-1)=1$，选择 $g(x)$的条件为 $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=1$，通过计算，取 $g(x)=1+e^{\frac{1}{x-1}}$时 $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=1$。

答案:D

1-12 当 x 趋向下列中何值时,$\arctan\dfrac{1}{1-x}$趋向$\dfrac{\pi}{2}$?

A. 1^+　　B. 1^-　　C. $+\infty$　　D. $-\infty$

提示:$\because \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{1-x}=+\infty$,$\lim\limits_{x\to 1^-}\arctan\dfrac{1}{1-x}=\dfrac{\pi}{2}$。

答案:B

1-13 若$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2+ax+b}=\dfrac{1}{8}$,则 a、b 的值分别是

A. $a=-a,b=4$　　B. $a=4,b=-12$　　C. $a=2,b=-8$　　D. $a=1,b=-6$

提示:因为分子的极限$\lim\limits_{x\to 2}(x-2)=0$,分母的极限$\lim\limits_{x\to 2}(x^2+ax+b)$只有在为 0 时分式才会有极限。从$\lim\limits_{x\to 2}(x^2+ax+b)=0$,得极限 $4+2a+b=0$,$b=-4-2a$,代入原式得

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2+ax-4-2a}=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)(x+2+a)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x+2+a}=\frac{1}{4+a}=\frac{1}{8}\quad\therefore a=4,b=-12$$

答案:B

1-14 若$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(1+a)x^4+bx^3+2}{x^3+x^2-1}=-2$,则 a、b 的值分别为:

A. $a=-3,b=0$　　B. $a=0,b=-2$　　C. $a=-1,b=0$　　D. 以上都不对

提示:利用公式,当 $x\to\infty$时,有理分函数有极限为-2,所以 x^4 的系数为零,即 $1+a=0$,$a=-1$,x^3 的系数 b 为-2,即求出 a、b 值,$a=-1$,$b=-2$。

答案:D

1-15 设 $f(x)=\begin{cases}(1+kx)^{\frac{m}{x}} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$,则 a 为何值时,$f(x)$在 $x=0$ 点连续?

A. e^{m}　　B. e^{k}　　C. e^{-mk}　　D. e^{mk}

提示:利用连续性的定义$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)$,计算$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}[(1+kx)^{\frac{1}{x}}]^{m}=(e^{k})^{m}=e^{mk}$,而 $f(0)=a$,所以 $a=e^{mk}$。

答案:D

1-16 极限$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin 2x}{x}$的值是:

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. 不存在

提示:利用有界函数与无穷小乘积得出答案,即$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\cdot\sin 2x=0$。

答案:C

1-17 极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x}\sin x\right)$的结果是:

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. 不存在

提示:利用有界函数和无穷小乘积及第一重要极限计算。

答案:A

1-18 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2-2\cos x}}{x}$的结果为:

A. 不存在　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

提示:开平方运算要取算术根,把 $x\to 0$ 分成 $x\to 0^+$ 、$x\to 0^-$ 两种情况求极限。原式$=\lim\limits_{x\to 0}$ $\frac{12(1-\cos x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2\cdot 2\sin\frac{2x}{2}}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{\frac{x}{2}}$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{\frac{x}{2}}=1$, $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{\frac{x}{2}}=-1$

答案:A

1-19　设函数 $f(x)=(1-2x)^{\frac{1}{x}}$,当定义 $f(0)$为何值时,则 $f(x)$在 $x=0$ 处连续?

A. e^2　　B. e　　C. e^{-2}　　D. $e^{-\frac{1}{2}}$

提示:利用函数在一点连续的定义,计算$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$极限值,确定 $f(0)$的值。$\because \lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$ $=e^{-2}$,$\therefore f(0)=e^{-2}$时,就有$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)$成立。

答案:C

1-20　极限$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{1+e^x}$的结果是:

A. 0　　B. 1　　C. 不存在但不是∞　　D. ∞

提示:分别求出 $x\to+\infty$及 $x\to-\infty$的极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{1+e^x}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{1+e^x}=1$,确定 $x\to\infty$时的极限。

答案:C

1-21　$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+5}{5x+2}\sin\frac{2}{x}$的值是:

A. 1　　B. $\frac{6}{5}$　　C. 2　　D. 1

提示:将原式变形,原式$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x+\frac{5}{x}}{5x+2}\cdot\frac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{1}{x}\cdot 2}\cdot 2=\frac{3}{5}\times 1\times 2=\frac{6}{5}$。

答案:B

1-22　如果函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\sin x & x<0\\ p & x=0\\ x\sin\frac{1}{x}+q & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 p、q 的值为:

A. $p=0,q=0$　　B. $p=0,q=1$　　C. $p=1,q=0$　　D. $p=1,q=1$

提示:利用函数在 $x=0$ 点连续的定义 $f(x+0)=f(x-0)=f(0)$,求 p、q 值。

$\because f(0+0)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x\sin\frac{1}{x}+q)=q$, $f(0-0)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{x}\sin x=1$, $f(0)=p$,求出 $p=q=1$。

答案:D

1-23　极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1-tx^2)}{x\sin x}$的值等于:

A. t　　B. $-t$　　C. 1　　D. -1

提示:利用等价无穷小量替换。当 $x\to 0$ 时,$\ln(1-tx^2)\sim -tx^2$,$x\sin x\sim x\cdot x$,再求极限。

答案:B

1-24 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4}{x+1}+a & 0<x\leqslant 1\\ k(x-1)+3 & x>1\end{cases}$,要使 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处连续,则 a 的值应是:

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

提示:利用函数在一点连续的定义,通过计算 $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$、$\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$ 及 $f(1)$ 的值确定 a 值。

答案:D

1-25 极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$ 的结果是:

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. ∞　　D. 不存在

提示:利用分子有理化计算。原式 $=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x-x^2}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+1}=\dfrac{1}{2}$。

答案:B

1-26 设曲线的方程为 $y=\dfrac{\sin x}{x}+\arctan(1-\sqrt{x})$,则有下列哪项结果?

A. 曲线没有渐近线　　B. $y=-\dfrac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线

C. $x=0$ 是曲线的渐近线　　D. $y=\dfrac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线

提示:通过求极限来确定,如 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$,$y=A$ 为一条水平渐近线;如 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$,$x=x_0$ 为一条垂直渐近线。本题 $\because \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x}\sin x+\arctan(1-\sqrt{x})\right]=-\dfrac{\pi}{2}$。$\therefore$ 有一条水平渐近线。

答案:B

1-27 设 $f(x)=\begin{cases}\cos x+x\sin\dfrac{1}{x} & x<0\\ x^2+1 & x\geqslant 0\end{cases}$,则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点　　B. 跳跃间断点　　C. 振荡间断点　　D. 连续点

提示:求 $x\to 0^+$、$x\to 0^-$ 时函数的极限值,利用可去间断点、跳跃间断点、振荡间断点、连续点定义判定,计算如下

$\because \lim\limits_{x\to 0^-}\left(\cos x+x\sin\dfrac{1}{x}\right)=1+0=1$,$\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+1)=1$,$f(0)=1$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=f(0)$,$x=0$ 连续。

答案:D

1-28 设 $f(x)=x^2+\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x-1}$,则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点　　B. 跳跃间断点　　C. 无穷间断点　　D. 振荡间断点

提示：计算当 $x\to1^+$ 及 $x\to1^-$ 时函数的极限值，再利用相关的定义判定。计算如下

$$\lim_{x\to1^+}\left(x^2+\operatorname{arccot}\frac{1}{x-1}\right)=1+0=1,\lim_{x\to1^-}\left(x^2+\operatorname{arccot}\frac{1}{x-1}\right)=1+\pi$$

$\therefore \lim\limits_{x\to1^+}f(x),\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$极限值各自存在，但不相等。

答案：B

1-29　设 $f(x)=\dfrac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$的：

A. 可去间断点　　B. 跳跃间断点　　C. 无穷间断点　　D. 振荡间断点

提示：求出当 $x\to0^+$ 及 $x\to0^-$ 时函数的极限值。

$$\because \lim_{x\to0^+}\frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to0^+}\frac{e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{x}}}+1\right)}{e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{2}{e^{\frac{1}{x}}}+1\right)}=1,\lim_{x\to0^-}\frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}}=\frac{1}{2}$$

$\therefore \lim\limits_{x\to0^+}f(x)$、$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$极限值各自存在，但不相等。

答案：B

1-30　极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{|\sin x|}$的值是：

A. 1　　B. 0　　C. 2　　D. 不存在

提示：求出当 $x\to0^+$ 及 $x\to0^-$ 时的极限值。$\because \lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{|\sin x|}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x\cdot x\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=1\cdot0=0$，

$$\lim_{x\to0^-}\frac{x\cdot x\sin\frac{1}{x}}{-\sin x}=-1\cdot0=0$$

答案：B

1-31　设 $x_n=\dfrac{a^n n!}{n^n}$（其中 a 是正的常数，n 是正整数），则数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_{n+1}}{x_n}$的值是：

A. a/e　　B. a　　C. e　　D. 0

提示：利用公式$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=e$。计算如下：$\because \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_{n+1}}{x_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}\cdot\dfrac{n^n}{a^n\cdot n!}\overset{\text{化简}}{=\!=}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{an^n}{(n+1)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}=\frac{a}{e}。$$

答案：A

1-32　极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$的值是：

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 不存在

提示：利用分母有理化和重要极限定理$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ 计算。

答案：B

1-33 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+\tan x}-\sqrt{2+\sin x}}{x^3}$的值是：

A. 2　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$　　D. $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$

提示：分子有理化后，用等价无穷小求极限。如下

$$\text{原式}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3(\sqrt{2+\tan x}+\sqrt{2+\sin x})}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\lim_{x\to 0}\frac{\sin x(1-\cos x)}{x^3\cdot\cos x}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\frac{1}{2}x^2}{x^3}\quad\left(\because x\to 0,\sin x\sim x,1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4\sqrt{2}}$$

答案：D

1-34 设$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+k\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\dfrac{1}{3}f'(x_0)$，则 k 的值是：

A. $\dfrac{1}{6}$　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

提示：利用函数在一点可导的定义计算，原式$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+k\Delta x)-f(x_0)}{k\Delta x}\cdot k=kf'(x_0)=\dfrac{1}{3}f'(x_0)$，求出 k 值。

答案：D

1-35 设 $y=\cos\dfrac{\arcsin x}{2}$，则 $y'\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$的值等于：

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

提示：求出复合函数的导数后，代入 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$得导数值。计算如下：

$$y'=-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\sin\frac{\arcsin x}{2},\ y'\big|_{x=\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{1}{2}$$

答案：A

1-36 设$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)=g(x)$，$h(x)=x^2$，则$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f[h(x)]$等于：

A. $g(x^2)$　　B. $2xg(x)$　　C. $x^2g(x^2)$　　D. $2xg(x^2)$

提示：利用复合函数导数公式计算如下

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f[h(x)]=g[h(x)]\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}=g(x^2)\cdot 2x=2xg(x^2)$$

答案：D

1-37 函数 $y=|x-1|$，在 $x=1$ 处应：

A. 不连续　　B. 连续但不可导　　C. $f'(1)=-1$　　D. $f'(1)=2$

提示:$|x-1|=\begin{cases} x-1 & x\geqslant 1 \\ -x+1 & x<1 \end{cases}$,利用在一点连续及可导的定义计算,如下

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}(x-1) = 0, \lim_{x\to 1^-}(-x+1) = 0, f(1) = 0$$

$\because \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(0)=0$

$\therefore x=1$ 连续

$$\because\ f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x-1-0}{x-1} = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{-x+1-0}{x-1} = -1$$

$$f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

$\therefore x=1$ 不可导,选 B。

答案:B

1-38　函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x} & x<0 \\ x & x\geqslant 0 \end{cases}$,在 $x=0$ 处下列结论中哪个结论正确?

A. 左导数存在,右导数不存在　　B. 右导数存在,左导数不存在

C. 左右导数都存在,但导数不存在　　D. 导数存在

提示:利用导数定义,求在 $x=0$ 处的左右导数。

$$\because f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x-0}{x-0}=1$$

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x\sin\dfrac{1}{x}-0}{x}=\lim_{x\to 0^-}\sin\frac{1}{x}= \text{不存在}$$

答案:B

1-39　若 $f'(x)=g'(x)$,则下列哪个式子成立?

A. $f(x)=g(x)$　　B. $f(x)>g(x)$

C. $f(x)<g(x)$　　D. $f(x)=g(x)+c$　c 为任意常数

提示:函数的原函数只相差一常数。

答案:D

1-40　设 $f(x)$的二阶导数存在,且 $f'(x)=f(1-x)$,则下列式中何式可成立?

A. $f''(x)+f'(x)=0$　　B. $f''(x)-f'(x)=0$

C. $f''(x)+f(x)=0$　　D. $f''(x)-f(x)=0$

提示:对已知式子两边求导;再利用给出的条件 $f'(x)=f(1-x)$变形后确定如下

已知 $f'(x)=f(1-x)$,求导 $f''(x)=-f'(1-x)$,$f''(x)+f'(1-x)=0$

将 $1-x$ 代入式子 $f'(x)=f(1-x)$得 $f'(1-x)=f[1-(1-x)]=f(x)$

$\therefore f''(x)+f(x)=0$

答案:C

1-41　设 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & x>0 \\ ax+b & x\leqslant 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导,则 a、b 的值为:

A. $a=1,b=0$　　B. $a=0$，b 为任意常数

C. $a=0,b=0$　　D. $a=1$，b 为任意常数

提示：函数在一点可导必连续。利用在一点连续、可导定义计算，如下

$\because f(x)$在 $x=0$ 处可导

$\therefore f(x)$在 $x=0$ 处连续，即 $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2\sin\dfrac{1}{x}=0$，$\lim\limits_{x\to 0^-}(ax+b)=b$，$f(0)=b$

$\therefore b=0$

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}-b}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}x\sin\frac{1}{x}=0,\ f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{ax+b-b}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}a=a$$

$\therefore a=0$。

答案：C

1-42　函数 $y=x+x|x|$，在 $x=0$ 处应：

A. 连续且可导　B. 连续但不可导　C. 不连续　D. 以上均不对

提示：$y=x+x|x|=\begin{cases}x+x^2 & x\geqslant 0\\ x-x^2 & x<0\end{cases}$，利用连续、可导的定义判定。计算如下

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}(x+x^2)=0,\ \lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}(x-x^2)=0,\ f(0)=0$$

$\therefore x=0$ 连续

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x+x^2-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}(1+x)=1$$

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x-x^2-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}(1-x)=1$$

$\therefore x=0$ 可导

答案：A

1-43　设 $y=e^{\sin^2 x}$，则 $\mathrm{d}y$ 的值是：

A. $e^x\mathrm{d}\sin^2 x$　B. $e^{\sin^2 x}\sin 2x\mathrm{d}\sin x$　C. $e^{\sin^2 x}\mathrm{d}\sin^2 x$　D. $e^{\sin^2 x}\mathrm{d}\sin x$

提示：计算函数的微分，$\mathrm{d}y=f'(x)\mathrm{d}x$；再通过凑微分得到结果，或利用微分形式不变性计算。

答案：C

1-44　已知$\begin{cases}x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\\ y=\dfrac{2t}{1+t^2}\end{cases}$，则$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$为：

A. $\dfrac{t^2-1}{2t}$　B. $\dfrac{1-t^2}{2t}$　C. $\dfrac{x^2-1}{2x}$　D. $\dfrac{2t}{t^2-1}$

提示：利用参数方程的导数计算公式：$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$计算。

答案：A

1-45　设 $y=(1+x)^{\frac{1}{x}}$，则 $y'(1)$等于：

A. 2　B. e　C. $\dfrac{1}{2}-\ln 2$　D. $1-\ln 4$