

鐵路职工教材

代数教学參考資料

(綜合类)

杭州鐵路局編

人民鐵道出版社



铁路职工教材
代数教学参考资料
(综合类)

杭州铁路局编
人民铁道出版社出版
(北京市霞公府17号)

北京市书刊出版业营业许可证出字第010号
新华书店发行

人民铁道出版社印刷厂印
(北京市建国门外七圣庙)

书号 1307 开本 787×1092 1/32 印张 2 1/2 字数 73 千

1959年4月第1版

1959年4月第1版第1次印刷

印数 0,001—3,500 册

统一书号: 7043·36 定价 (7) 0.20元

出版者的話

鐵路职工教材（高小至初中阶段的）出版后，很多鐵路局的紅专学校、业余文化学校都作为职工教育的文化基础課本。近来各校教师来信要求我社出版有关教材的教学参考資料，以便掌握教学进度和掌握教材內容。鐵路教育工作会议后，杭州及上海鐵路局本着大跃进的精神，在短期內組織了管内教师及有关人員編写了語文（已出版）及綜合类算术、代数、几何、物理和化学以及工务类算术等十余种教学参考資料。这些教学参考資料的出版将会对有关教师在教学上有所帮助。但是，必須說明，教学参考資料只是供給教师在鑽研和掌握教材的参考，不能代替授課計劃，希望教师在熟悉教材的基础上，發揮积极性和創造性，进一步地作好教学工作，不要受教学参考資料的限制。

上述的这些教学参考資料，由于時間短促，內容还有某些缺点，希望使用这些書的教师及从事教育工作的同志們多提示意見，以便再版时，进一步修改补充。

1959年1月20日

說 明

为了貫徹党的“教育为无产阶级政治服务，教育与生产劳动相结合”的方针，适应铁路运输事业和教育工作的需要，在党的领导下，組織教师編写了铁路职工教材代数（綜合类）教学参考資料。主要目的在于帮助教师鑽研和掌握教材，提高教学质量。在編写内容上，本着教学改革的精神，采取按章提出教学目的和教学进度，按章按节提出教学建議，并补充了原教材勘誤表。

代数教課时数共107課时，具体安排，詳見各章教学进度。

现将教学目的和教学注意事項分別加以說明：

一、代数教学目的：

通过教学使学员了解有关扩大数的概念、恒等变形、函数及方程等基础数学知識；并将知識运用到实际生产中去，为进一步学习其他高深科学知識打下基础；同时通过学习和習题作业的演算培养学员的邏輯思維能力，培养学员热爱科学、热爱学习和刻苦鑽研的精神。

二、代数教学注意事項：

1. 教学必須由具体到抽象，要尽可能联系学员已掌握的算术知識，还必须根据学员的接受程度，掌握教学进度；

2. 为了加深学员对有关概念、法则、定律和性質的理解，希望尽可能联系学员生产和生活上的具体事例进行教学；以培养学习兴趣；

3. 为了巩固学员所获得的知識，并能熟練地应用，在教学中要把講課与練習有机地結合起来。要经常教育学员重視作业練習，以培养学员独立思考，并要求学员按时完成作业；

4. 本書每章附有簡要复習提綱，希望教师結合班級具体情况，掌握每章教材的重点进行复習；

5. 在教学中，希望教师經常搜集反映祖国社会主义建設和生产技术的資料，結合教材編写習題，讓学员演算，从而培养学员热爱劳动、热爱祖国。

这本教学参考資料，由于編写倉促，加以編写人員水平限制，内容上有很多錯誤和缺点，希望教师及从事教育工作的同志們，多提出意見，以便改正。

目 录

第一章 代数式	4
第二章 有理数	12
第三章 整 式	25
第四章 因式分解	41
第五章 分 式	54
第六章 一元一次方程式	54
第七章 一次方程组	62
第八章 开平方	70
附录 代数课本(综合类)勘误表	75

第一章 代 数 式

一、教学目的：

1. 使学员理解用拉丁字母表示数的目的，能够把语言叙述的数量关系用字母和符号表示出式子来；

2. 使学员了解代数式，代数式的值、系数和幂的意义，熟悉运算顺序和括号的使用，熟练地用整数或分数代替字母求出代数式的值，并能用系数及指数法则进行运算。

二、教学建议：

1. 代数课开始，可以简要地说明代数的内容和学习代数的意义。如我們已经学完了算术，现在开始学习代数，代数同算术一样，是一种研究数量关系的一门科学知识，通过这门课程的学习，不但在日常生产工作中能够用它解答应用的实际问题，同时培养我们辩证唯物主义的思维能力，并能够帮助我们今后不断的学习其他自然科学知识和社会科学知识；

2. 指出代数与算术不相同的地方，首先是算术里一般地是用数来表示数，代数里是常用字母来表示数，并且要用表示数的字母进行运算，从而指出开始学代数，必须学习拉丁字母，这是一般职工开始就感到一个困难的问题，最好帮助他们具体的解决，以提高职工们的学习信心。可组织学习过拉丁字母的同志实行分工包干课外互相帮助，或采用将大小写拉丁字母印在一張較厚的紙上发給學員放在口袋里随时进行学习；

3. 在进行“用字母表示数”一节里，通过教学主要使学员说出使用字母表示数的优越性：简明概括地表示数的共同性质，簡單而明确表示出数量之間的相互关系；

4. 通过代数式和代数式的值的概念研究，要使学员明确代数式的写法和讀法，并能化代数式为語言，并把語言写成代数式，并且明确代数式的值是随着代数里字母所取不同的值数的变化而变化的，从而掌握

这些概念的基本意义；

5. 系数和幂是这一章里的重要概念，要特别注意职工初学容易混淆的系数和指数概念，应着重从实例出发说明它的区别，让学员正确说出它们的意义，并作充分的练习；

6. 开始学习，希望注意培养学员良好的学习方法和作业习惯，如按时完成作业，演算前要阅读教材，写算式要写得正确整洁，及运算过程中要注意计算合理等。同时希望教师的板演尽可能注意这些问题，达到更好地起着示范作用。

三、教学进度：

第一課 §1. 用字母表示数

第二課 §2. 代数式

第三課 §3. 系数

第四課 §4. 幂

第五課 §5. 运算顺序和括号的使用

第六課 复习

§1. 用字母表示数

教学建議：

1. 代数课开始，一般的学员都希望了解学习这门课程的意义，最好参考本章教学建议第一点予以说明。其次要重视拉丁字母的读写，提出让学员克服困难为学习好这门课程，树立起正确的思想认识；

2. 教材里引出算术里的运算性质法则和公式，不管学员过去在算术里是否已经学习过，都应采取复习的方式，有系统地实例以具体的算术式子引证说明，使学员掌握了这些运算性质法则和公式后，再引导改用字母代替数推论出教材内容表示数的共同性质；

3. 接着提问学员，复习算术里的分数乘法和除法的运算法则，要求用字母分别来代替就表示出法则来，教师即可进行小结，指出用字母来代替数不仅可以表示数的共同性质，并且可以表示某一个数学上常用的法则和应用公式等；

4. 希望对采用字母表示数的意义和表示方法予以充分练习。

§2. 代 数 式

教學建議：

1. 首先寫出算術式子： $(2+3) \times (2+2) - 1 = 4$ ，並說明這種算術式子是用數目字和加減乘除等運算符號和括號來組成的。接著指出在代數的式子里，由於用字母表示數，板書 $40t$ ， a ， 10 ， vt ， $a+b+c$ ， $2(x+1)$ ， $\frac{a+b}{x-y}$ ， $\frac{1}{2}x^2+y$ 等，像這些式子是“用一個字母，一個數，或者用運算符號把字母，或者數字連接起來的式子”都叫做代數式；

2. 指出用單獨的一個字母表示一個數，或單獨的一個數如 a ， x ， 0.48 ，等也要看做是一個代數式；

3. 提問 $s = -\frac{a \cdot h}{2}$ 是不是代數式呢？，應當指出用等號連接起來的兩個代數式所組成的公式，不是一個代數式，而是表示兩個代數式即 (s) ， $(-\frac{a \cdot h}{2})$ 的關係；

4. 說明代數式的值的概念時，要突出的將代數式的值，隨著字母所取得的數值的變化而確定，從而培養學員函數的觀念，可採用下表來說明：

a	10	5	5	0.75	1
b	8	3	16	1.4	1
$\frac{1}{2}ab$	40	$7\frac{1}{2}$	40	0.15	$\frac{1}{2}$

接著指出代數式的字母所取的值，可以是整數、分數、小數或者是零，但是字母所取的值，不能使代數式失去意義，可以導出教材中最後的注意點。

§3. 系 數

教學建議：

1. 這節課開始提問學員在算術里整數乘法的定義，並指定學員把

板書的“ $25+25+25=25 \times 3$ ”由加法写成乘法，从而指出系数意义：

$$\underbrace{25+25+25}_{\text{3个相同的加数}} = 25 \times \underbrace{3}_{\text{相同加数的个数}}$$

并推論出：

$$\underbrace{a+a+a}_{\text{3个相同的和数}} = a \cdot \underbrace{3}_{\text{相同加数的个数}} = 3a$$

指出

$$\underbrace{a+a+a+a}_{\text{4个}} = a \cdot 4 = 4a;$$

$$\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{\text{50个}} = a \cdot 50 = 50a;$$

$$\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{\text{n个}} = a \cdot n = na.$$

说明通常先写数字的系数再写字母的因数；

2. 通过以上的讲解联系教材提出系数的定义，并指出系数是1的时候就省略不写，例如 $1a$ 写成 a ， $1x$ 写成 x ；

3. 在学员明确系数定义以后联系教材例题进行板演，从而加深学员的理解能力和掌握系数运算的应用法则；

4. 为了帮助学员牢固掌握系数的意义，可以联系具体事物，如一系列貨物列車挂有30吨的車8輛，40吨的車12輛和50吨車15輛，如果用字母代替各种不同的車輛，写出代数式来：

如 a 表示30吨的車， b 表示40吨的車， c 表示50吨的車。写出代数式： $8a+12b+15c$ 。这样很容易答出这列貨車牽引了多少吨。即 $8 \times 30 + 12 \times 40 + 15 \times 50 = 240 + 480 + 750 = 1470$ 吨。

§4. 課

教學建議：

1. 讲解这节课最好提醒学员复习一下算术里分解质因数。

提問：49，32两个数讓学员进行质因数分解，如， $49 = 7 \times 7$ ； $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ 。

接着提問几个相同的数相乘，可以簡單地写成什么形式呢？

如 $49 = 7 \times 7 = 7^2$ ← 相同因数的个数
 $\underbrace{\quad\quad}_{2\text{个}} \quad \uparrow$
 相同的因数

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ ← 相同因数的个数
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{5\text{个}} \quad \uparrow$
 相同的因数

这时可以指出具体的数字说出，乘方，底数，指数和幂的定义；

2. 与学员一起把下面用字母表示相同因数的乘式写成乘方的形式，并指出它的读法和写法。

$a \cdot a = a^2$ ← 相同因数的个数
 $\underbrace{\quad\quad}_{2\text{个}} \quad \uparrow$
 相同的因数

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n\text{个}} = a^n$ ← 相同因数的个数
 $\uparrow$
 相同因数

3. 接着与学员一起板演例题，通过具体的演算来加深学员的理解，并联系与系数不同的地方，强调指出不要混淆起来；

4. 说明 a^1 仍写成 a ，推结通常指数是1的时候，就省略不写指数的原因；

5. 关于 a^2 又称 a 的平方， a^3 又称 a 的立方的几何意义向学员说明。

§5. 运算顺序和括号的使用

教学建议：

1. 首先提出在算术里已学习过的加、减、乘、除等四种运算，它们的运算顺序是怎样规定？指出我们现在学习过的乘方也是一种运算。总的说，我们已经学习了五种运算了。在算术里把加法和它的逆运算减法列为第一级运算，乘法同它的逆运算除法列为第二级运算，那末乘方就列为第三级运算（乘方的逆运算是开方我们尚未学习到），并指出这种第一二三级的运算，总称为运算顺序。接着板书五种运算的表示图来说明：

	乘方
乘法, 除法	第三級运算
加法, 減法	第二級运算
	第一級运算

2. 接着提出下面各式在算术里是怎样的顺序来进行运算, 最后在算式右边写上运算的顺序。

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 3 + 4, 5 \div 3 + 4; \\ 5 \times 3 \div 4, 5 \div 3 \times 4; \\ 5 - 3 \div 4, 5 + 3 \times 4. \end{array} \right\} \rightarrow \text{自左至右依次計算。}$$

$\leftarrow$ 先做乘除, 后做加減。

这时可以指出代数里的运算顺序和算术里的一样, 不过代数里还常常碰到第三級运算, 这样在没有括号的算式里, 明确指出第三級运算要先做;

3. 最后简单地复习算术里的括号种类和使用方法, 引入在代数里使用括号的种类和去括号的顺序, 完全同算术里的一样, 結合教材例题进行板演和說明这些顺序和括号的使用方法。

第一章 代 数 式

复习建議:

1. 采取提問方式, 提出以下各問題进行研究。

(1) 用字母表示数有那些好处?

(2) 什么叫代数式? 代数式和公式有什么区别? 代数式如何讀法和写法?

(3) 什么叫代数式的值? 求代数式的值应当按照怎样的运算顺序? (应该区别有括号及没有括号的式子)。

(4) 什么叫系数和指数? 系数和指数如何区别它?

(5) 代数里的运算顺序是怎样规定的? 去括号的方法与算术有无不同?

2. 根据以上的問題, 可以利用小黑板写出以下的內容, 指定學員照提出的問題, 結合下列具体内容, 引导解答問題: ——

(1) A 与 B 的积加上 c ;

(2) R 加上 s 与 t 的积所得的和;

$$(3) a - (b - c) = a + c - b;$$

$$(4) (a - b) c = a c - b c;$$

(5) 两个数的和等于25, 一个加数等于 a , 用代数式表示出另一个加数来;

(6) 两个数的差等于 R , 被减数等于 a , 写出表示减数 x 的公式;

(7) 当 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ 的时候, 计算代数式 $2a^3 + 3ab + b^2$ 的值;

(8) 当 $p=42$, $q=28$ 的时候, 计算代数式

$$\frac{(p+q)^2 - (p-q)^2}{4pq}$$
 的值;

(9) 化简 $x + x + x + x$, 并将 $3a^2b$ 写成不含1以外的系数和指数的式子;

3. 进行十分钟左右的小测验: 在教师掌握具体情况认为有测验的必要及时间允许的情况下, 提出下列参考题两类由教师任选应用, 或自行编题更好:

(1) 当 $x = \frac{3}{4}$, $y = -\frac{1}{2}$, 求代数式

$$\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 - \frac{x^2-y}{x-y^2}$$
 的值;

(2) 当 $a = \frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{2}$ 求代数式

$$\left(\frac{a^2b}{a-b}\right)^2 + \frac{a+b}{a-b^2}$$
 的值;

(3) 把代数式: $a^3 - 3a + 2ab^2$ 写成:

- ① 不含1以外的系数;
- ② 不含1以外的指数;
- ③ 不含1以外的系数和指数。

(4) 把代数式 $3xy^2 - 2x + x^3$ 写成:

- ① 不含1以外的系数;
- ② 不含1以外的指数;

③ 不含 1 以外的系数和指数。

4. 第一章學習情况小結：

(有無必要由教師自行掌握)

(1) 小測驗及時批閱，結合檢查了這一階段的作業情况作出分析，找出优缺点，并指出今后努力的方向。向學員宣布，并主动的征求教學意見以便改正；

(2) 指出課堂和課外能完成作業的學員姓名并指定他介紹作練習的經驗和方法，并指出为了学好這門課程，必須加強練習作業的重要性；

(3) 找出水平較差的學員，并擬出个别进行輔導的办法。

第二章 有 理 数

一、教學目的：

1. 通过有理数的學習，使學員进一步理解任何事物都是在矛盾中发展起来的而最后又归結于統一；

2. 使學員了解有理数，相反的数，数軸，数的絕對值等概念和比較兩個有理数大小的方法；

3. 使學員了解有理数加法、減法、乘法、除法的運算法則，并且能够熟練地进行運算；

4. 使學員認識在算術里所學过的運算定律和運算性質适用于有理数，并且能够运用这些定律和性質，使有理数的計算簡便而合理。（綜合算術課本缺乏这部分材料希予注意）

5. 使學員能够用有理数代替代数式里的字母来計算代数式的值。

二、教學建議：

1. 毛主席在矛盾論中說道：“对于某一現象的領域所特有的某一种矛盾的研究，就構成某一門科学的对象。”例如数学中的正数和負数……这一段話可以作为讲解有理数前的一个啓示；

2. 扩大學員关于数的概念，是代数教学中的主要任务之一，这一章开始引进了負数，教材里用“具有相反方向的量”的实例来说明有一些量不仅要研究它的大小，而且还要研究它的方向，这样使學員从具体

事例中体会到引进負数的必要性，从而認識有理数的意义和重要性；

3. 有理数的基本概念和有理数的四則运算是学习整个代数的基础，因此，这一章要求教师予以足够的重視；

4. 关于有理数的概念，教材的重点是放在負数的概念上，而后說明正数和导出有理数的定义。对于負数的概念，教材从距离具有相反方向的量引入，說明負数的必要，并联系工作生活中所遇到的一些具有相反方向的量，如前进和后退；上行和下行；收入和支出；盈余和亏损；零上和零下；上升和下降；……等來說明这种量是有普遍性以加深学员的概念理解；

5. 教材在运算方面，加法和乘法里采用先提出实际问题，然后从研究实际问题的各种情况，归納出有理数的加法和乘法的法則，在有理数減法和除法里采用以定义出发，再分別說明各种情况，然后归納出有理数的減法和除法的法則；

6. 关于运算定律和性質，在引进負数，扩大了数的范围后是不是通用呢？教材里在有理数四則运算以后，分別予以說明这些定律性質，仍然是适用于有理数的运算，这一点也希望予以应有的注意。

三、教学进度：

第一課 §6. 具有相反意义的量

§7. 有理数

第二課 §8. 数軸

第三課 §9. 数的绝对值

§10. 有理数的大小比較

第四課 §11. 有理数加法的实例

§12. 两个有理数的加法

§13. 多个数的加法

第五課 §14. 有理数的減法意义与法則

第六課 §15. 代数和

第七課 §16. 两个数的乘法

第八課 §17. 多个数的乘法

§18. 負数的乘方

第九課 §19. 除法的意义和法則

第十課 §20. 运算定律和性質

第十一課 复習

第十二課 复習

(一) 有理数的概念

§6. 具有相反意义的量

教學建議：

1. 首先提出复習一下算术里已經学过的数，从而談起人类开始只需要整数（如动物的数目，太阳出現的次數等），来数东西和記东西，这就是自然数的产生。（1开始的整数，0表示没有物体，称为整数）由于社会的发展，就需要对某些事物进行实际測量（長度的測量，重量的測量，時間的測量等等），这样人們就感到需要表示測量所得結果的数，如果只有整数就不能表达出来，因而产生了分数。过去在算术里学习的整数和分数，这就是說人类是怎样从劳动实践中产生了数的概念，同时也說明了数的概念，又是随着社会发展而发展的；

2. 接着指出教材中所提出的实际問題，引导學員認識现实世界上存在着具有相反方向的量，指出这种量不仅要研究它的大小，而且还要研究它的方向，为了表示这种量就产生了負数；

3. 为了使學員深入巩固这一概念知識，应再举类似教材上的实例或溫度計（預先画成图），說明距离以外，这种量在日常生活中有着普遍性。如联系到上升、前进；收入等为正，那末下降、后退、支出等为負，并深入一步地告訴學員，下降就是負的上升，后退就是負的前进，支出就是負的收入等等。还可以提出“水位第一天上升12厘米，第二天上升7厘米，第三天上升5厘米”。“汽車起先前进了50米，后来又前进了-8米”。“溫度計在日間中午12度，午夜-2度”。“某工人昨天收入50元，今天收入-6元”等語句的意义，讓學員分別加以說明。

§7. 有 理 数

教學建議：

1. 在學員充分了解“具有相反意义的量”和表示方法后，教師指出，我們把算术里所使用的自然数和分数叫做正数，把帶有“-”号的

自然数和分数叫做負数。同时指出。(零)既不是正数,也不是負数;

2. 规定何種情况是正方向(正数),何種情况是負方向(負数)对于有理数的运算很重要,教师要注意;

3. 結合教材实例和习题三里 1、2、3 各題由學員口答,最后提出有理数的定义,并向學員指出,在算术里,如果说“溫度計指向 5° ”,还必须附带有語言說明它是在零上 5° ,还是在零下 5° 。現在我們学习了有理数,就可以表示出具有相反方向的量,而不要附加什么語言了;

4. 指出“+”“-”加号、正号、減号、負号代表不同意义。

§8. 数 軸

教学建議:

1. 用数軸表示数,是利用直觀的图形帮助學員理解有理数的最好方法,可以为学习有理数的大小比較做好准备,而且也是为學員建立起关于形和数之間的关系的第一步,因此,这节內容是很重要的;

2. 这一节的重点,在于使學員了解数軸要有一定的方向,原点和长度單位,但必須同时指出使學員注意的是,在数軸上是用点来表示数而不是用綫段的长度来表示数的,就象我們的铁路一样,是一站为点而不是一公里为点,公里只不过是計算距离的單位;

3. 結合教材的教学,通过图形的表示,要使學員获得了解(1)“相反的数”的意义;(2)明确表示一个数的相反的数的方法和写法;(3)零既不能算做正数,也不能算做負数,而是他們之間的分界数,即是数軸上的原点;

4. 零的相反数仍然是零;

5. 教法上:可以在黑板上画条直綫,(西——东)指出长度單位方向,确定原点,(用字母)表示“0”,指出在原点右边的各个点表示正数;在原点左边的各个点表示負数。提出-1; -2; -5; $5\frac{1}{2}$; -8等数;讓學員确定在这条綫上的位置,指出这种直綫来表示数的直綫叫做数軸。引导學員自觉地認識到,要用数軸表示数,必須先标明原点、方向和长度單位,并能掌握在原点兩边和原点距离相等的点所表示的数,叫做相反的数,并在課堂上通过學員对习题四第一、二兩題作业,进行巩固。

§9. 数的绝对值

教学建議：

1. 关于数的绝对值的教学过程，最好由举例复习数轴引入，如提出一列客車距离某站是10公里，一列貨車距离某站是10公里，指出如果不論方向的区别，那末客車和貨車离开某站都是10公里，而現在我們覺得它們的方向不同，客車在某站的东边，貨車在某站的西面，也就是說它們到某站的距离是+10公里和-10公里，是不相等的，像这样情况又怎样表示它們距某站的远近都是10公里呢？因此，提出学习有理数的绝对值的意义；

2. 接着指出教材中研究数的绝对值的定义，并讓學員作習題四第(3)題，糾正写法和讀法，并說明“绝对值”这个名詞以后經常用到；

3. 通过學員的答案引出結論是：

(1) 写零的绝对值还是零，以外任何其他数的绝对值都是正数而不是負数；

(2) 两个相反数的绝对值相同，如 $|a| = |-a|$ ；

4. 可以提問學員，两个数的绝对值相等，这两个数有什么关系呢？（或者相等，或者是相反的数。）

§10. 有理数的大小比較

教学建議：

1. 根据前节所提的实例，提出問題里的10公里和-10公里是不是相等，及究竟哪个大哪个小呢？引入我們必須进行研究有理数的大小比較的新問題；

2. 可以提一个問題：甲站完成任务裝15个車，乙站完成任务裝6个車；丙站沒有任务，也沒有裝車；丁站3个車的任务完成0个；戊站7車任务也完成0个。并在黑板上写成如：

甲	乙	丙	丁	戊	}	教师写出
+15	+6	0	-3	-7		