

广东名校名师辅导

华附 / 省实 / 执信 / 广雅

主编 金庆莉

2007 新高考 考点强化练 天天10分钟

数学

- 最新考纲——与高考同步
- 最新考点——与教学同步
- 最新练习——与名校同步

中国大地出版社

2007 新高考

考点强化练

天天10分钟

数学

主编：金庆莉（广东省广州执信中学）

编者：刘草明（广东省广州执信中学）

彭雨茂（广东省广州执信中学）

中国大地出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

2007 新高考考点强化练·数学:天天十分钟/金庆莉

主编. —北京:中国大地出版社,2006.7

ISBN 7-80097-863-X

I. 2... II. 金... III. 数学课—高中—习题—升学

参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 082621 号

新高考考点强化练 (数学)

责任编辑:赵辉 杨云

出版发行:中国大地出版社

社址邮编:北京市海淀区学院路 31 号 邮编:100083

电 话:010-82329127(发行部) 010-82329120(编辑部)

传 真:010-82329024

印 刷:广东广彩印务有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:70

字 数:1030 千字

版 次:2006 年 8 月第 1 版

印 次:2006 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1-3000 套

书 号:ISBN 7-80097-863-X/G·157

定 价:110 元(共 5 册)

(凡购买中国大地出版社的图书,如发现印装质量问题,本社发行部负责调换)

前言

寒来暑往,转眼 2007 年的高考又向我们走近了。这是使用新课程标准教材后的首次高考,其考试方法和考试内容都是一次全新的变革。为了使广大考生提前进入状态,我们组织了广州执信中学、华南师范大学附属中学、广东省实验中学、广雅中学、培正中学等名校的特、高级教师,根据广东省 2007 年考试大纲和说明编写了本书,并根据新高考样卷在书末附模拟试题一套,是广大考生备考的理想用书。

《红楼梦》第八十六回有一句俗语:“三日不弹,手生荆棘。”这也形象地反映了高考复习的一个共识:考点要靠强化才能烂熟于心,得以妙用。当学生复习到一定阶段,特别是进入到第二轮复习时,有不少同学感到进展不大,又苦无良策,遭遇复习中所谓的瓶颈。这时候,如果在按计划复习的同时,每天利用课堂上或课外的一点时间进行限时的强化训练,应当是一种巩固基础知识、加深题型印象、熟悉做题方法、提高答题速度的有效措施。根据不同学科的特点,可以有不同的时间安排,5 分钟、10 分钟、20 分钟、30 分钟不等;学生自觉限时做题,自对答案;老师挑选一些重点、难点在下一节课用几分钟讲一讲,以督促学生完成。在某个时间段内每天坚持,日有所得,必日有所进。如汉代徐幹在《中论·治学》中说的:“日习则学不忘,自勉则身不堕。”

有好的训练方法,还要有好的训练材料。这套丛书的宗旨是:①选题注意强调基础,带动能力,以此作为课堂复习的延续和提升;②题目是编选老师做过、用过的,难度适中,信度要高,具有可靠的训练效果;③不选高考题,避免与考题分类解析之类的书籍重复,保证练习的有效性、实用性;④鼓励自创题,但要求通过试验、论证、修改,避免学生走弯路而事倍功半;⑤答案要有详解,重要的、复杂的题目要有答题的提示,有思路、技巧的指导。总之,真正做到省时省力、高质高效。

本套丛书编写体例采用两种方式,按各学科学习规律,依考点或单元顺序排列,有利于同学们复习的进程安排;每个练习都有用时指导,每个练习答案都紧跟在练习之后,方便同学们限时做题,及时检查。最后附有最新的高考模拟题,是按照 2007 年新课程高考大纲要求命制的,对同学们的复习有很强的指导意义。

这套丛书中有许多学科习题已在全国多所重点中学和非重点中学使用过,取得了很好的效果。今年我们又组织了华南师范大学附属中学、广州执信中学、广东省实验中学、广雅中学、培正中学等重点学校的特、高级教师合力编写、修订此书,进一步提升了丛书的品质,更好地服务于拼搏在高三一线的广大师生。

此书还可以作为高一、高二年级夯实基础、培养能力的训练材料。在高三复习备考中,学生中有基础不够扎实、知识多有缺漏的现象,老师要花很多时间补课,任务重,压力大。因此,从高一、高二起就应对应考点,逐项落实,只有一步一个脚印,才有可能在新课程高考的变化中立于不败之地。

希望同学们认真使用这本练习,慎思明辨,日增其智;若发现书中纰漏,也请与我们联系。这套丛书所追求的是,让同学们在训练过程中,有效地检测复习所学的效果,查漏补缺,并获得良好的应试技巧和能力,在高考中取得优异的成绩。

编 者

2006年8月

目 录

第一章 常用逻辑用语	(1)	第六章 数列	(39)
检测一 简单逻辑连接词与四种命题	(1)	检测一 等差数列	(39)
检测二 充分条件与必要条件	(2)	检测二 等比数列	(40)
检测三 全称量词与存在量词	(2)	检测三 数列的通项(1)	(41)
检测四 综合练习	(3)	检测四 数列的通项(2)	(42)
第二章 集合与函数的概念	(5)	检测五 数列求和(1)	(43)
检测一 集合	(5)	检测六 数列求和(2)	(44)
检测二 映射及函数	(6)	检测七 综合练习(1)	(44)
检测三 解析式和定义域	(7)	检测八 综合练习(2)	(46)
检测四 求函数的值域	(8)	第七章 不等式	(47)
检测五 函数的奇偶性	(8)	检测一 不等式的概念与性质	(47)
检测六 函数的单调性	(9)	检测二 一元二次不等式	(48)
检测七 函数图象	(11)	检测三 一元二次不等式的应用	(49)
第三章 基础初等函数	(12)	检测四 不等式的解法	(50)
检测一 一元二次函数	(12)	检测五 算术平均数与几何平均数	(51)
检测二 指数、对数运算	(13)	检测六 不等式的证明	(52)
检测三 指数函数和对数函数(1)	(14)	检测七 不等式的应用	(53)
检测四 指数函数和对数函数(2)	(15)	检测八 简单的线性规划	(54)
检测五 反函数	(16)	第八章 导数	(56)
检测六 幂函数	(17)	检测一 导数的概念及运算	(56)
检测七 函数与不等式	(18)	检测二 导数的几何意义和物理意义	(57)
检测八 函数与方程	(19)	检测三 导数的应用(1)	(58)
检测九 函数建模	(20)	检测四 导数的应用(2)	(59)
第四章 平面向量	(22)	检测五 定积分(1)(理)	(59)
检测一 向量及向量的基本运算	(22)	检测六 定积分(2)(理)	(60)
检测二 向量的坐标运算	(23)	第九章 立体几何	(62)
检测三 向量的数量积	(24)	文科数学	(62)
检测四 向量的应用	(25)	理科数学	(62)
第五章 三角函数	(26)	检测一 三视图、直观图	(63)
检测一 三角函数的基本概念	(26)	检测二 简单几何体的体积和面积	(65)
检测二 同角的基本关系、诱导公式	(27)	检测三 球	(66)
检测三 两角和、差公式	(28)	检测四 空间位置关系(1)	(67)
检测四 化简求值(1)	(28)	检测五 空间位置关系(2)	(67)
检测五 化简求值(2)	(29)	检测六 求角(1)	(68)
检测六 三角函数的图象变换	(30)	检测七 求角(2)	(69)
检测七 三角函数的性质(1)	(32)	检测八 求角(3)	(70)
检测八 三角函数的性质(2)	(33)	检测九 空间距离(1)	(71)
检测九 三角函数的最值(1)	(35)	检测十 空间距离(2)	(71)
检测十 三角函数的最值(2)	(36)	检测十一 空间向量与立体几何(1)(理)	(72)
检测十一 解斜三角形(1)	(37)	检测十二 空间向量与立体几何(2)(理)	(73)
检测十二 解斜三角形(2)	(38)		

检测十三 空间向量与立体几何(3)(理)	(74)
第十章 直线和圆	(75)
检测一 直线方程	(75)
检测二 两直线的位置关系	(76)
检测三 对称问题	(77)
检测四 圆的方程	(77)
检测五 直线和圆	(78)
检测六 空间直角坐标系	(79)
第十一章 圆锥曲线	(80)
检测一 椭圆	(80)
检测二 双曲线	(81)
检测三 抛物线	(82)
检测四 直线与圆锥曲线的位置关系	(82)
检测五 轨迹问题	(84)
检测六 最值问题	(84)
检测七 圆锥曲线的综合应用	(85)
第十二章 推理与证明及复数	(87)
检测一 合情推理与演绎推理	(87)
检测二 综合法	(88)
检测三 分析法	(89)
检测四 反证法	(90)
检测五 复数的基本概念	(91)
检测六 复数的代数形式及其运算	(92)
检测七 数学归纳法(理)	(93)
第十三章 算法初步	(95)
检测一 算法与程序框图	(95)
检测二 基本算法语句	(98)
第十四章 统计与概率	(100)
检测一 抽样方法	(100)
检测二 变量间的相关关系	(102)
检测三 随机事件的概率	(103)
检测四 统计案例	(104)
检测五 分类计数原理与分步计数原理(理)	(105)
检测六 排列、组合(1)(理)	(106)
检测七 排列、组合(2)(理)	(107)
检测八 二项式定理(1)(理)	(107)
检测九 二项式定理(2)(理)	(108)
检测十 离散型随机变量的分布列(理)	(108)
检测十一 离散型随机变量的期望与 方差(1)(理)	(110)
检测十二 离散型随机变量的期望与 方差(2)(理)	(112)
检测十三 正态分布(理)	(113)

第十五章 选择题、填空题	(115)
检测一	(115)
检测二	(116)
检测三	(117)
检测四	(118)
检测五	(119)
检测六	(119)
检测七	(120)
检测八	(121)
检测九	(122)
检测十	(123)
检测十一	(124)
检测十二	(125)
检测十三	(126)
检测十四	(127)
检测十五	(128)
检测十六	(129)
检测十七	(130)
检测十八	(131)
检测十九	(132)
检测二十	(133)
第十六章 解答题	(134)
检测一	(134)
检测二	(135)
检测三	(136)
检测四	(137)
检测五	(138)
检测六	(139)
检测七	(140)
检测八	(141)
检测九	(142)
检测十	(142)
检测十一	(143)
检测十二	(144)
检测十三	(144)
检测十四	(145)
检测十五	(146)
检测十六	(146)
检测十七	(147)
检测十八	(147)
检测十九	(148)
检测二十	(149)
综合测试卷(文)	(150)
综合测试卷(理)	(153)
参考答案	(157)



第一章 常用逻辑用语

考试内容

1. 逻辑联结词.
2. 四种命题、充分条件和必要条件.

考试要求

1. 理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.
 2. 理解四种命题及其相互关系. 掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.
- 本章难点: 充要条件的证明.

检测一

简单逻辑连接词与四种命题

1. 已知命题 p : 函数 $y = \log_{0.5}(x^2 + 2x + a)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 命题 q : 函数 $y = -(5 - 2a)^x$ 是减函数. 若 $p \vee q$ 为真命题, $p \wedge q$ 为假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a \leq 1$ B. $a < 2$ C. $1 < a < 2$ D. $a \leq 1$ 或 $a \geq 2$
2. 条件 $p: |x + 1| > 2$, 条件 $q: \frac{1}{3-x} > 1$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
3. 如果 p 是 q 的充分不必要条件, r 是 q 的必要不充分条件, 那么 ()
 A. $\neg p \Rightarrow \neg r$ B. $\neg p \Leftarrow \neg r$
 C. $\neg p \Leftrightarrow \neg r$ D. $\neg p \Leftrightarrow r$
4. 设命题 $p: |4x - 3| \leq 1$, 命题 $q: x^2 - (2a - 1)x + a(a + 1) \leq 0$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分的条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.
5. 已知命题 $p: f^{-1}(x)$ 是 $f(x) = 1 - 3x$ 的反函数, 且 $|f^{-1}(a)| < 2$. 命题 q : 集合 $A = \{x | x^2 + (a + 2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$. 当 p, q 中有且只有一个为真命题时, 求实数 a 的取值范围 (其中 $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数).



检测二 充分条件与必要条件

- “ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 若 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 则 $b^2 - 4ac < 0$ 是不等式 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} > 0$ 恒成立的()
 A. 充分必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是不共线的向量, $\vec{AB} = \vec{a} + k\vec{b}$, $\vec{AC} = m\vec{a} + \vec{b}$ ($k, m \in \mathbf{R}$), 则 A, B, C 三点共线的充要条件是()
 A. $k + m = 0$ B. $k = m$ C. $km + 1 = 0$ D. $km - 1 = 0$
- 若 P, Q 是两个非空集合, $p \in P$ 是 $p \in P \cap Q$ 成立的()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = ax - bx^2$.
 (1) 当 $b > 0$ 时, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) \leq 1$, 证明 $a \leq 2$;
 (2) 当 $b > 1$ 时, 证明: 对任意 $x \in [0, 1]$, $|f(x)| \leq 1$ 的充要条件是 $b - 1 \leq a \leq 2\sqrt{b}$.
- 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 满足: $b_n = a_n - a_{n+2}, c_n = a_n + 2a_{n+1} + 3a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
 证明: $\{a_n\}$ 为等差数列的充分必要条件是 $\{c_n\}$ 为等差数列且 $b_n \leq b_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

检测三 全称量词与存在量词

- 下列几个命题: ① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2 > 0$; ② $\forall x \in \mathbf{N}, x^4 \geq 1$; ③ $\exists x \in \mathbf{Z}, x^3 < 1$; ④ $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 = 3$. 正确的命题是()
 A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④
- 下列语句: ①有一个实数 a , a 不能取对数; ②所有不等式的解集 A , 都有 $A \subseteq \mathbf{R}$; ③三角函数都是周期函数吗? ④有的向量方向不定. 以上语句是特称命题的有()
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- 命题“平行四边形的对角线相等且互相平分”是()
 A. 简单命题 B. “ $p \vee q$ ”形式的复合命题
 C. “ $p \wedge q$ ”形式的复合命题 D. “ $\neg p$ ”形式的复合命题

4. 若“ $p \wedge q$ ”与“ $\neg p \vee q$ ”均为假命题,则()
 A. p 真 q 假 B. p 假 q 真 C. p 真 q 真 D. p 假 q 假
5. 全称命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”的否定是_____.
6. 特称命题“ $\exists \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$ ”的否定是_____.
7. 设 $q(x): x^2 = x$, 试用三种不同的表示方法写出特称命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, q(x)$ ”.
8. 已知命题 P : 复数 $z = \lg(m^2 - 2m - 2) + (m^2 + 3m + 2)i$ 对应的点落在复平面的第二象限; 命题 Q : 以 m 为首项, 公比为 q 的等比数列的所有项的和为 2. 若命题“ $P \wedge Q$ ”是假命题, “ $P \vee Q$ ”是真命题, 求实数 m 的取值范围.

检测四 综合练习

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 > 4\}$, $B = \{x | \log_7 x > \log_3 7\}$, 则 $A \cap (\complement_U B)$ 是()
 A. $\{x | x < -2\}$ B. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
 C. $\{x | x \geq 3\}$ D. $\{x | -2 \leq x < 3\}$
2. “ $\lg x > \lg y$ ”是“ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ”的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 条件 $p: |x - 1| > 1 - x$, 条件 $q: x > a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围是()
 A. $a > 1$ B. $a \geq 1$ C. $a < 1$ D. $a \leq 1$
4. 已知对任意的 $a \leq 3$, 都有 $a < x < b$ 恒成立, 且 x 在其取值范围内有且只有三个整数解, 则 b 的取值范围是()
 A. $3 < b \leq 6$ B. $3 \leq b < 6$ C. $6 < b \leq 7$ D. $b \geq 7$
5. 设 $A = \{(x, y) | x^2 + (y - 1)^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x + y + c \geq 0\}$, 则使 $A \subseteq B$ 的 c 的取值范围是()
 A. $[-\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} - 1]$ B. $[\sqrt{2} - 1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -\sqrt{2} - 1]$ D. $(-\infty, \sqrt{2} - 1]$
6. 有限集合 S 中元素个数记作 $\text{card}(S)$, 设 A, B 都为有限集合, 给出下列命题:
 ① $A \cap B = \emptyset$ 的充要条件是 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$;
 ② $A \subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;
 ③ $A \not\subseteq B$ 的充分条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;
 ④ $A = B$ 的充要条件是 $\text{card}(A) = \text{card}(B)$;
 其中真命题的序号是()
 A. ③④ B. ①② C. ①④ D. ②③



7. 若命题 $p: x \in A \cup B$, 则 p 是()

A. $x \notin A$ 且 $x \notin B$

B. $x \notin A$ 或 $x \notin B$

C. $x \notin A \cap B$

D. $x \in A \cap B$

8. 设有两个命题: ①关于 x 的不等式 $mx^2 + 1 > 0$ 的解集是 $\mathbf{R}$, ②函数 $f(x) = \log_m x$ 是减函数. 如果这两个命题中有且只有一个真命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

第二章 集合与函数的概念

考试内容

1. 集合、子集、交集、并集、补集.
2. 映射、函数.
3. 函数的单调性、函数的奇偶性.
4. 指数概念的扩充,有理指数幂的运算性质,对数、对数的运算性质.

考试要求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,并会用它们正确地表示一些较简单的集合.
2. 了解映射的概念,在此基础上理解函数及其有关的概念.
3. 了解函数的单调性和奇偶性的概念,并能掌握判断一些简单函数的单调性和奇偶性的方法,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数图象.

本章难点:函数的图象变换.

检测一 集合

1. 如果 $A = \{x | x > -1\}$, 那么正确的结论是()
 A. $0 \subseteq A$ B. $\{0\} \in A$ C. $\{0\} \subsetneq A$ D. $\emptyset \in A$
2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | (x+2)(x-1) > 0\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 0\}$, 则 $A \cup (\complement_U B)$ 为()
 A. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 0\}$
 C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 0\}$ D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$
3. 已知集合 $M = \{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\} \cup \{y | y \neq 2, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $P = \{x | x < 1 \text{ 或 } 1 < x < 2 \text{ 或 } x > 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 M 和 P 之间的关系是()
 A. $M \subsetneq P$ B. $M \supsetneq P$ C. $M = P$ D. $M \cap P = \emptyset$
4. 集合 $P = \{(x, y) | y = k, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{(x, y) | y = a^x + 1, x \in \mathbf{R}, a > 0, \text{ 且 } a \neq 1\}$, 已知 $P \cap Q$ 只有一个子集, 那么实数 k 的取值范围是()
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$
5. 已知函数 $y = f(x) (a \leq x \leq b)$, 则集合 $\{(x, y) | y = f(x), a \leq x \leq b\} \cap \{(x, y) | x = 0\}$ 中含有元素的个数为()
 A. 0 B. 1 或 0 C. 1 D. 1 或 2
6. 设全集为实数集 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则()
 A. $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$ B. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$
 C. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$ D. $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$



7. 已知集合 $M = \{x \mid y = \sqrt{x-1}\}$, $N = \{y \mid y = -x^2 - 2x + 2\}$, 那么 $M \cap N =$ _____.
8. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

检测二

映射及函数

1. a, b 为实数, 集合 $M = \left\{\frac{b}{a}, 1\right\}$, $N = \{a, 0\}$, $f: x \rightarrow x$ 表示把集合 M 中的元素 x 映射到集合 N 中仍为 x , 则 $a+b =$ ()
 A. 1 B. 0 C. -1 D. ± 1
2. 设集合 $A = \left[-\frac{3}{4}\pi, \pi\right]$, $B = [-1, 1]$, $f: x \rightarrow \sin 2x$ 是从集合 A 到集合 B 的映射, 则在映射 f 下, 象 $\frac{1}{2}$ 的原象有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
3. 在给定的映射 $f: (x, y) \rightarrow (2x+y, xy)$ ($x, y \in \mathbf{R}$) 下, 点 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$ 的原象是 ()
 A. $\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{36}\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right)$
 C. $\left(\frac{1}{36}, -\frac{1}{6}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$
4. 若函数 $f(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 2) \\ 2^{-x} & (x \geq 2) \end{cases}$, 则 $f(-3)$ 的值为 ()
 A. 2 B. 8 C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ 2\cos x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ 若 $f(f(x_0)) = 2$, 则 $x_0 =$ _____.
6. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ \log_2(x+2) & (0 < x < 2) \\ 2^{\frac{x}{2}} & (x \geq 2) \end{cases}$, 若 $f(x) = 4\sqrt{2}$, 则 x 的值为 _____.
7. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$, 则 A 到 B 的映射且 B 中的每个元素都有原象的映射共有 _____ 个.

检测三

解析式和定义域

1. 对函数 $f(x) = 3x^2 + ax + b$ 作代换 $x = g(t)$, 则总不改变 $f(x)$ 值域的代换是()

A. $g(t) = \log_{\frac{1}{2}} t$ B. $g(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^t$ C. $g(t) = (t-1)^2$ D. $g(t) = \cos t$

2. 函数 $y = \sqrt{\log_a(x-1)}$ ($0 < a < 1$) 的定义域为()

A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, 2)$ D. $(1, 2]$

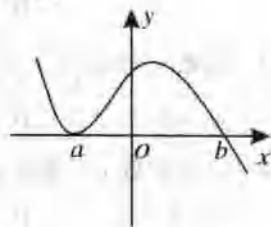
3. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 的解析式为()

A. $f(x) = (x-a)^2(b-x)$

B. $f(x) = (x-a)^2(x+b)$

C. $f(x) = (x-a)^2(x+b)$

D. $f(x) = (x-a)^2(x-b)$



4. 已知 $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x+1) =$ ()

A. $(x+1)^2 + \frac{1}{(x+1)^2}$

B. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$

C. $(x+1)^2 + 2$

D. $(x+1)^2 - 2$

5. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \log_2(x+2)$ 的定义域为()

A. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

B. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

C. $(-2, -1]$

D. $(-2, -1] \cup [3, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = 2^x - 1$ 的图象关于点 $(0, 1)$ 对称, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) =$ _____.

7. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 且当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = x^3$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $[1, 5]$ 上的表达式;

(2) 若 $A = \{x | f(x) > a, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.



检测四

求函数的值域

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是()
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$
2. 函数 $y = x^3 - 3x$ 在 $[-1, 2]$ 上的最小值为()
A. 2 B. -2 C. 0 D. -4
3. 函数 $y = \log_2\left(x + \frac{1}{x-1} + 5\right)$ ($x > 1$) 的最小值为()
A. -3 B. 3 C. 4 D. -4
4. 已知实数 x, y 满足 $2x + y + 5 = 0$, 那么 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 的最小值为()
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{10}$
5. 函数 $y = \sqrt{x} - x$ ($x \geq 0$) 的最大值为_____.
6. 函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) + f(1-x) = \frac{1}{2}$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____;
 $f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{n-1}{n}\right)$ ($n \in \mathbf{N}^+$) =_____.
7. 函数 $y = 2\lg(x-2) - \lg(x-3)$ 的最小值是_____.
8. 已知 $f(x) = (e^x - a)^2 + (e^{-x} - a)^2$
(1) 将 $f(x)$ 表示成 $u = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的函数;
(2) 求函数 $f(x)$ 的最小值.

检测五

函数的奇偶性

1. 已知 $y = f(x)$ 是偶函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + \frac{4}{x}$, 且当 $x \in [-3, -1]$ 时, $n \leq f(x) \leq m$ 恒成立, 则 $m - n$ 的最小值是()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$



2. 函数 $f(x) = \log_a |x - b|$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $f(a-3)$ 与 $f(b-2)$ 的大小关系是()
- A. $f(a-3) > f(b-2)$ B. $f(b-2) \geq f(a-3)$
C. $f(b-2) \leq f(a-3)$ D. $f(a-3) < f(b-2)$
3. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调奇函数, 且满足 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{1}{3}x$, 则使 $f(x) = -\frac{1}{3}$ 的 x 值等于()
- A. $4k-1, k \in \mathbf{Z}$ B. $4k+1, k \in \mathbf{Z}$
C. $2k-1, k \in \mathbf{Z}$ D. $2k, k \in \mathbf{Z}$
4. 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, $g(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $g(x) = f(x-1)$, 若 $f(2) = 2$, 则 $f(2004)$ 的值为()
- A. 2 B. 0 C. -2 D. ± 2
5. 对于定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 有下述命题:
- ①若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x-1)$ 的图象关于点 $A(1, 0)$ 对称.
②若对 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x+1) = f(x-1)$, 则 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.
③若函数 $f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则 $f(x)$ 为偶函数.
④函数 $f(1+x)$ 与函数 $f(1-x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.
- 其中正确命题的序号为_____.
6. 函数 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是_____, (指出奇偶性)
7. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上满足 $f(2-x) = f(2+x)$, $f(7-x) = f(7+x)$, 且在闭区间 $[0, 7]$ 上, 只有 $f(1) = f(3) = 0$. 试判断函数 $y = f(x)$ 的奇偶性和周期.

检测六

函数的单调性

1. 已知函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) = f(4-x)$ ($x \in \mathbf{R}$), 且 $f(x)$ 在 $x > 2$ 时为增函数, 记 $a = f(\frac{3}{5})$, $b = f(\frac{6}{5})$, $c = f(4)$, 则 a, b, c 之间的大小关系为()
- A. $c > a > b$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $a > c > b$
2. 在区间 $(-\infty, 1)$ 上递增的函数是()
- A. $y = \log_2(1-x)$ B. $y = 1-x^2$
C. $y = \frac{x}{1-x}$ D. $y = -(x+1)^2$



3. 定义在 $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上的函数 $f(x) = x - \sin x$, 给出下列性质:

- ① $f(x)$ 是增函数 ② $f(x)$ 是减函数 ③ $f(x)$ 有最大值 ④ $f(x)$ 有最小值

其中正确的命题是()

- A. ①④ B. ②③ C. ①③ D. ②④

4. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = -x - x^3$. 设 $x_1 + x_2 \leq 0$, 给出下列不等式:

- ① $f(x_1)f(-x_1) \leq 0$ ② $f(x_2)f(-x_2) > 0$
③ $f(x_1) + f(x_2) \leq f(-x_1) + f(-x_2)$ ④ $f(x_1) + f(x_2) \geq f(-x_1) + f(-x_2)$

其中正确不等式的序号是()

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

5. 给出下面四个条件:

- ① $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ x < 0 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ x > 0 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} a > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} a > 1 \\ x > 0 \end{cases}$

能使函数 $y = \log_a x^{-2}$ 为单调减函数的是_____. (填上使命题正确的所有条件的代号)

6. 求函数 $y = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 的单调区间.

7. 已知函数 $f(x) = x^4 - 4x^3 + ax^2 - 1$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增, 在区间 $[1, 2]$ 上单调递减.

(1) 求 a 的值;

(2) 若点 $A(x_0, f(x_0))$ 在函数 $f(x)$ 的图象上, 求证点 A 关于直线 $x = 1$ 的对称点 B 也在函数 $f(x)$ 的图象上;

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 对任意的实数 x_1, x_2 都满足 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 且 $f(2) = 3$

(1) 试判断函数 $f(x)$ 的奇偶性和单调性;

(2) 当 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(\cos 2\theta - 3) + f(4m - 2m \cos \theta) > 0$ 对所有的 θ 均成立, 求实数 m 的取值范围.