学科主编：刘汉文

【奥赛急先锋 系列丛书之 奥赛急先锋ABC卷】

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

奥赛急先锋

一个挑战自己的对手

ABC卷

一个丰富知识的朋友

一个出类拔萃的理由

高中二年级

数学

中国少年儿童出版社

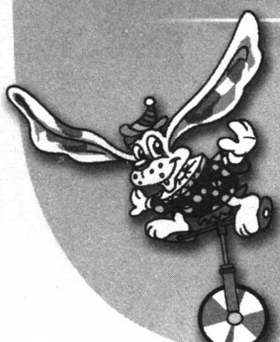
【奥赛急先锋 系列丛书之 奥赛急先锋 ABC 卷】

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

奥赛急先锋

ABC卷



丛书主编：师　达

本书主编：刘汉文　　兰天行

编　　者：朱君海　　卢　平　　刘仲伟

郭熙彪　　张在先　　吴有祥

江文红　　兰天行　　赵志平

钱高亮　　李　军　　陈　俊

奚　伟　　高　峰　　秦　耕

晨　光　　黄　刚

高二数学

中国少年儿童出版社

图书在版编目（CIP）数据

奥赛急先锋题库丛书.高中二年级：奥赛急先锋 ABC 卷/ 师达主编.
—北京：中国少年儿童出版社，2003.4
ISBN 7－5007 －6548－7

Ⅰ.奥… Ⅱ.师… Ⅲ.课程－高中－习题
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 026898 号

奥 赛 急 先 锋 ABC 卷

高二数学

出 版 发 行：中国少年儿童出版社
出 版 人：

主　　编：	师　达	封面设计：	徐　徐
责任编辑：	惠　玮	版式设计：	徐　徐
责任校对：	刘　新	责任印务：	栾永生
社　　址：	北京东四十二条二十一号	邮政编码：	100708
电　　话：	010-64032266	咨询电话：	010-65023925
印　　刷：	南京通达彩印有限公司	经　　销：	全国新华书店

开 本：787×1092　1/ 16　　印 张：17.25　　字 数:397 千字
2003 年 5 月北京第 1 版　　2003 年 7 月南京第 1 次印刷

ISBN　7－5007－6548－7 /G ·5094
语、数、英、物、化、生（全六册）总定价：96.00 元

使用说明暨前言

为了引导读者更好地选择和使用这套精品图书，还是让我们先从奥林匹克说起。

国际数学奥林匹克（International Mathematical Olympiad 简称IMO），是一种国际性的以中学数学为内容，以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于1959年夏天在罗马尼亚举行。我国的数学竞赛活动始于1956年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京、上海、天津、武汉四大城市举办了我国第一届数学竞赛。1985年我国首次正式派代表参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。

经过40多年的发展，奥林匹克竞赛活动已经远远超出了一门学科竞赛的意义，它已在竞赛的基础上形成了自己特有的人才培养模式；形成了自己特有的教材、辅导书系列，形成了一套完整的竞赛考试、评估机制。而它的培养和评估机制，不仅对于各种门类的学科竞赛，并且对于我们的课堂教授、教材制订都有着极大的参考价值。

奥林匹克教材及辅导图书相对于现行的课内教材而言，最大的优势就在于——

○它承认并适应学生的个体差异，在培养个人特长、开发个人潜能、造就拔尖人才方面具有独特的功能。

更为可喜的是，数学学科的竞赛活动影响并带动了物理学、化学、生物学、计算机学、俄语、英语等学科的竞赛活动，培养了大批有个性有天赋的学生。

我们研究竞赛的意义在哪里？

1、用精英的标准要求自己，是成为精英的开始。

竞赛是精英选拔的重要方式，特别是奥林匹克这样的具有强大号召力的大型比赛，更是集中了精英的智慧，它所采用的评判体系、评判标准，对于我们新的人才培养和选拔机制的形成都具有巨大的引导作用和前瞻性。

2、棋高一着，先行一步掌握中、高考新题型。

竞赛题的魅力在于“难”。“难题”，一种是指综合性强的题，另一种是指与实际联系比较密切、应用性强的题。而这两类题，正是近年素质教育中强调的最新的命题趋势，在中、高考命题中的比例也逐年增加。解析综合性强的题需要把学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。解析实际应用型的题，需要从大量事实中找出事物的遵循规律。征服了这两类难题，对于中、高考命题中出现的新题、难题，自然可以棋高一着，应对自如了。

3、知识与能力并重，积累与探究互进，不仅“学会”，而且“会学”。

竞赛是源于课堂而高于课堂的，所以要能应对自如地解答竞赛题，就须正确处理知识积累与能力培养、打好基础与研究难题的关系。知识的占有是能力形成的基础，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。只有打好坚实的基础，才会具有研究难题、探究未知的能力。所以，竞赛要求学生的品质，不仅是“学会”，更重要的是“会学”，也就

是我们一直在提的研究性学习。

4、课后加餐，课内加分；自学的成功，在课堂学习中得到检验。

对于学生来说，课后的练习和自学的成功，如果能够在课堂学习和课内测试中得到验证，是最具说服力的，也是真正让学生在奥赛的先进命题理念和训练方式中受益的表现。真正熟练并理解了竞赛题的解题技巧，学生必然能增强学习的兴趣和动力，在平时的考试中游刃有余。

因此，我们集成了近年国内外竞赛和中高考的优秀试题；并且对这一批优秀试题的解题思路、方法进行了总结归纳，给出全新的解题方略。

竞赛和课堂的关系

为了恰当处理竞赛和课堂学习的关系，本书作者认真研究了最新的中小学教学大纲和考纲，参照各版本的中小学教材，在知识层面上，进行了严格的年级设计，对应课堂教学进行针对性训练和提高；在能力层面上，遵循竞赛规则，帮助学生真正实现内在能力的强化，不仅自如应对各类升学考试，而且能够在学科竞赛中取得名次，获得全面的自信提升！

奥赛急先锋

正是因为**《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》**丛书在体例设计和内容编写上的高起点、新视角和实效确凿性，这套书自2002年推出伊始便好评如潮，随后我们推出了姊妹套系**《奥赛急先锋——题库》**和**《奥赛急先锋——ABC卷》**，读者纷纷反映受益匪浅。结合读者和市场的反馈，我们今年在修订和完善原套系的同时，又增添了一个新品种**《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》**。这四套书在内容上互为补充，在功能上互相促进。

○从基础做起，内强筋骨，稳扎稳打。

《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》

从各科各阶段的知识要点出发，理清重点知识及运用，在此基础上给出范例剖析，着重进行思路分析。每章节配有典型练习题，都是优秀竞赛题和精选的中高考试题。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	☺	☺	☺	☺	☺	
高二	☺	☺	☺	☺	☺	
高三	☺	☺	☺	☺	☺	
全一册	高中计算机信息工程　高中语文基础　高中语文阅读　高中语文写作　高中生物					

○最丰富、最具针对性、个性化的训练方案，会做题还会选择，真正让学生聪明起来！

《奥赛急先锋——ABC卷》

本套丛书以知识要点分列章节，每章节提炼黄金讲解，随后给出A、B、C三个等级的测试卷，即基础级、提高级、综合能力级。每一级的测试都以试卷的形式给出，不同水平级的学生可以针对性地选择训练，同一学生在不同的学习阶段也可以合理搭配使用，拥有属于自己的个性化方案。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	☺	☺	☺	☺	☺	☺
高二	☺	☺	☺	☺	☺	☺
高三	☺	☺	☺	☺	☺	
全一册						

○以解题法为纲领，从题库里选你所需要的，从答案里寻找你所不知道的。

《奥赛急先锋——题库》

以知识点划分章节，每章从高度精炼和归纳而成的黄金解题法出发，讲解方法后，再集中给出试题来检验学生对方法的掌握。习题根据难度分为A级、B级、C级。与丰富的题量相比，答案更加丰富多彩，解析思路，解读命题方法，指导应试策略，全面而且精到。每章结束给出综合练习。可以说，《题库》在大量的练习的基础上帮助学生达到最高效的训练效果。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一			☺	☺	☺	
高二			☺	☺	☺	
高三			☺	☺	☺	
全一册						

注：第一期已推出数学，第二期推出物理和化学

其他各科正在制作中

○在最真实的赛场上展现你最大能量的才华，帮助你更清楚地了解自己！

《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》

精选自近几年全国市级以上（包括市级）的各个学科优秀竞赛试题，部分学科还收录了2004年最新试题。我们邀请了具有多年奥赛教学经验的一线老师对每一套题做出科学评析，理清竞赛和平时学习的重点，联系中高考，从学生的角度分析讲解。

	数学	英语	物理	化学	生物
高中	☺	☺	☺	☺	☺

《奥赛》系列丛书由刘汉文总体策划并担任丛书主编，由周向霖、金新等担任学科主编，由北京、浙江、江苏、湖北等重点中小学的奥赛教练及特、高级教师编写，尤其是湖北黄冈市教研室的著名老师们的加盟，更给了我们质量和信心的保证！

丛书推出，意味着我们的工作进入了新的阶段；我们希望听到的是读者的批评和建议，我们希望看到的是每一位读者的成功，我们希望做到的是全心全意为学生服务！

欢迎来函或致电与我们联系，不论是建议、咨询或是购书，我们都热忱地感谢您的关心和支持！

编者

2004年4月

目　录

测试卷 1　不等式的解法

知识要点　1. 解不等式的基本思路是由复杂向简单转化. 即将超越不等式化为代数不等式，无理不等式化为有理不等式，等等. 最后再转化为一次、二次不等式或不等式组去求解. 在上述转化过程中，必须依据不等式的性质进行同解变形.

2. 高次或分式不等式，尽量化解为一次因式，然后用数轴极限法求解.

3. 无理不等式的解

$$\sqrt{f(x)}>g(x)\Rightarrow\begin{cases}g(x)<0\\f(x)\geqslant 0\end{cases}\text{或}\begin{cases}g(x)\geqslant 0\\f(x)>0\\f(x)>g^2(x)\end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)}<g(x)\Rightarrow\begin{cases}g(x)>0\\f(x)\geqslant 0\\f(x)<g^2(x)\end{cases}.$$

4. 指数不等式 $a^{f(x)}<a^{g(x)}\quad(a>0\text{ 且 }a\neq 1)\Rightarrow$

$$\begin{cases}f(x)<g(x)&(a>1)\\f(x)>g(x)&(0<a<1)\end{cases}\qquad a^{f(x)}=b\ \Rightarrow f(x)\cdot\lg a=\lg b(a>0,b>0,a\neq b)$$

5. 对数不等式

$$\log_a{}^{f(x)}<\log_a{}^{g(x)}\ (a>0\text{ 且 }a\neq 1)\Rightarrow\begin{cases}g(x)>f(x)>0&(a>1)\\f(x)>g(x)>0&(0<a<1).\end{cases}$$

6. 绝对值不等式

(1) $|f(x)|>|g(x)|\Leftrightarrow f^2(x)>g^2(x)$；

(2) $|f(x)|>g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>g(x)\\f(x)\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}f(x)<-g(x)\\f(x)<0\end{cases}$；

(3) $|f(x)|<g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}-g(x)<f(x)<g(x)\\g(x)\geqslant 0.\end{cases}$

A　卷

1. (1998 年全国联赛题)若非空集合 $A=\{x|2a+1\leqslant x\leqslant 3a-5\}$，$B=\{x|3\leqslant x\leqslant 22\}$则能使 $A\subseteq(A\cap B)$成立的所有 a 的集合是　　(　　)

A. $\{a|1\leqslant a\leqslant 9\}$　　B. $\{a|6\leqslant a\leqslant 9\}$　　C. $\{a|a\leqslant 9\}$　　D. $\{4\}$

2. (1998 年全国联赛题)设命题 P：关于 x 的不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 与 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$

的解集相同，命题 Q：$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$，则命题 Q （　　）

A. 是命题 P 的充分必要条件

B. 是命题 P 的充分但不必要条件

C. 是命题 P 的必要但不充分条件

D. 既不是命题 P 的充分条件也不是命题 P 的必要条件

3. 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x+1}-x)<2$ 的解集是 （　　）

A. $[-1,\frac{5}{4}]$　　B. $(-1,\frac{5}{4})$　　C. $(\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2})$　　D. $[-1,\frac{1+\sqrt{5}}{2})$

4. (2001 年"希望杯"试题)若 $0<x<\frac{1}{2}$ 是不等式 $x^2-\log_a x<0$ 成立的必要而非充分条件，则 a 的取值范围是 （　　）

A. $(0,\frac{1}{16})$　　B. $(0,\frac{1}{16}]$　　C. $(\frac{1}{16},1)$　　D. $[\frac{1}{16},1)$

5. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上是增函数，且 $f(\frac{1}{3})=0$，则满足 $f(\log_{\frac{1}{8}}x)>0$ 的 x 的取值范围是________.

6. (1996 年"希望杯"试题)不等式 $\frac{1}{\log_2(x-1)}<\frac{1}{\log_2\sqrt{x+1}}$ 的解是________.

7. 已知 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{(x-1)^2+1}{1+2ax}$.

(1)求 $f(x)$ 的定义域；

(2)求使 $f(x)>0$ 的所有 x 的值.

B　卷

8. (1996 年"希望杯"试题)若 $\frac{\lg 2ax}{\lg(a+x)}<1$ 的解包含 $(1,2]$，则 a 的取值范围是 （　　）

A. $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$　　B. $(0,\frac{2}{3})$　　C. $(0,\frac{1}{3})$　　D. $(0,1)$

9. (2001 年全国联赛题)不等式 $\left|\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}x}+2\right|\geqslant\frac{3}{2}$ 的解集为______.

10. 当 $x\in(-\infty,2]$ 时，不等式 $\sqrt{2-x}>x+a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是________.

11. 不等式 $(\lg x+3)^7+\lg^7 x+\lg x+3\geqslant 0$ 的解集为______.

12. 求所有的正实数 a，使得对任意实数 x，都有 $a^{\cos 2x}+a^{2\sin^2 x}\leqslant 2$.

13. 解不等式$\sqrt{3\log_a x-2}<2\log_a x-1$.($a>0$且$a\neq1$)

C 卷

14. 设$f(x)$是定义在〔$-1,1$〕上的奇函数,且对任意$a,b\in$〔$-1,1$〕,当$a,b\neq0$时,都有$\frac{f(a)+f(b)}{a+b}>0$.

(1)若$a>b$,试比较$f(a)$与$f(b)$的大小;

(2)解不等式$f(x-\frac{1}{2})<f(x-\frac{1}{4})$;

(3)如果$g(x)=f(x-c)$和$h(x)=f(x-c^2)$这两个函数的定义域的交集为空集,求C的范围.

15. (1996年"希望杯"试题)非负实数x,y满足$x+2y\leqslant6$,$x^2-6x+5\leqslant y$.求$f(x,y)=x^2+y^2-6x-8y$的最大值和最小值.

测试卷 2　函数不等式与超越不等式

知识要点　利用函数的单调性等性质，构造函数解决有关不等式问题；对数不等式、指数不等式以及三角不等式等都属超越不等式.

A　卷

1. 已知 $x\in R^{+}$，$x\neq 1$，$P=(1+\frac{1}{x})^{3}$，$Q=\frac{16}{1+x^{3}}$，则 P 与 Q 的大小关系是　　(　　)

A. $P>Q$　　B. $P=Q$　　C. $P<Q$　　D. 不确定

2. 已知 $f(x)=|\lg x|$，若 $0<a<b<c$，且 $f(a)>f(c)>f(b)$ 则有　　(　　)

A. $(a-1)(c-1)>0$　　B. $ac>1$　　C. $ac=1$　　D. $ac<1$

3. 已知 $f_1(x)=a^{\log_{\sin\alpha}x}$，$f_2(x)=a^{\log_{\cos\alpha}x}$. 其中 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，当 $0<a<1$，$x>1$ 时，使 $f_1(x)<f_2(x)$ 成立的角 α 的取值范围是　　(　　)

A. $(0,\frac{\pi}{4})$　　B. $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$　　C. $(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$　　D. $(0,\frac{\pi}{2})$

4. 设 $x=0.82^{0.5}$，$y=\sin 1$，$z=\log_3\sqrt{7}$，则 x,y,z 的大小关系是　　(　　)

A. $x<y<z$　　B. $y<z<x$　　C. $z<x<y$　　D. $z<y<x$

5. 已知对于任意实数 x，不等式 $-3<\frac{x^{2}+ax-2}{x^{2}-x+1}<2$ 恒成立，则 a 的取值范围是______.

6. 实数 x 与 y 满足 $4x^{2}-5xy+4y^{2}=5$，设 $S=x^{2}+y^{2}$，则 $\frac{1}{S_{\max}}+\frac{1}{S_{\min}}$ 的值为________.

7. 设函数 $f(x)=ax^{2}+8x+3(a<0)$，对于给定的负数 a，有一个最大正数 $l(a)$，使得在整个区间〔$0,l(a)$〕上，不等式 $|f(x)|\leqslant 5$ 都成立. 问：a 为何值时，$l(a)$ 最大？求出这个最大的 $l(a)$，并证明你的结论.

B　卷

8. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且 $f(x)$ 在〔$0,+\infty$）上是减函数，则 $f(-4)$、$f(-2)$、$f(3)$

的大小关系是 ( )

A. $f(-4)<f(-2)<f(3)$　　B. $f(-4)>f(-2)>f(3)$

C. $f(-4)<f(3)<f(-2)$　　D. $f(-4)>f(3)>f(-2)$

9. 实数 a、x 满足 $a>x>1$，且 $A=\log a(\log_a x)$，$B=\log_a^2 x$，$C=\log_a x^2$． 则下列关系中正确的是 ( )

A. $A>C>B$　　B. $C>B>A$

C. $B>C>A$　　D. $C>A>B$

10. 若 $(a+1)^{-\frac{1}{3}}>(3-2a)^{-\frac{1}{3}}$ 则 a 的取值范围是______.

11. 函数 $y=\sqrt{x-a}+\sqrt{b-x}(a<b)$ 的最大值与最小值分别为______、______.

12. 已知 $x+2y=10$，当 $\lg(\frac{1}{2}x-1)+\lg(y+1)$ 有最大值时，x 与 y 的值分别是______、______.

13. 设 $f(x)=x^2+px+q$，求证：$|f(1)|$、$|f(2)|$、$|f(3)|$ 中至少有一个不小于 $\frac{1}{2}$.

14. (第 24 届全苏中学生数学竞赛题)已知 $a_1, a_2, \cdots a_n$ 均为正实数，且 $a_1+a_2+\cdots+a_n=1$，求证：$\frac{a_1^2}{a_1+a_2}+\frac{a_2^2}{a_2+a_3}+\cdots\cdots+\frac{a_n^2}{a_n+a_1}\geqslant\frac{1}{2}$.

C 卷

15. 已知 $x\in R$，$f(x)=x^2\log_2\frac{4(a+1)}{a}+2x\log_2\frac{2a}{a+1}+\log_2\frac{(a+1)^2}{4a^2}$ 恒为正，求实数 a 的取值范围.

16. 已知实系数多项式 $y=ax^2+bx+c$，对于任意 $|x|\leqslant 1$，均有 $|y|\leqslant 1$，求 $|a|+|b|+|c|$ 的最大值.

17. 设 $a,b,c\in R^+$，求证：$a^a b^b c^c\geqslant(abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$.

测试卷3　证明不等式的基本方法

知识要点　1. 不等式的基本性质；

2. 几个重要不等式：平均不等式、柯西不等式、排序不等式等；

3. 证明不等式的方法有：比较法、分析法、综合法、反证法、数学归纳法、放缩法、构造法、变量代换法等.

A　卷

1. 设 $a,b,c\in R$，则"$a>0,b>0,c>0$"是"$a+b+c>0,ab+bc+ca>0,abc>0$"成立的　(　　)

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

2. 已知 $|a|\neq|b|$，$m=\dfrac{|a|-|b|}{|a-b|}$，$n=\dfrac{|a|+|b|}{|a+b|}$，则 m、n 之间的大小关系是　(　　)

A. $m>n$　　B. $m<n$　　C. $m=n$　　D. $m\leqslant n$

3. 若 $|x|<1$，n 是大于1的整数，令 $y=(1-x)^n+(1+x)^n$，则有　(　　)

A. $y<2^n$　　B. $y>2^n$　　C. $y=2^n$　　D. 不能确定大小

4. 若 $0<a,b,c<1$，并且 $a+b+c=2$，则 $a^2+b^2+c^2$ 的取值范围是　(　　)

A. $[\frac{4}{3},+\infty)$　　B. $[\frac{4}{3},2]$　　C. $[\frac{4}{3},2)$　　D. $(\frac{4}{3},2)$

5. 已知 $f(x)=x^2+x+1$，$g(x)=x^2+1$，则 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 的取值范围是________.

6. 若 $0<x<1$，$a>0$，$a\neq1$，比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小结果是________.

7. 已知 $a,b,c\in R^+$，求证：

$\sqrt{a^2+b^2+ab}+\sqrt{b^2+c^2+bc}+\sqrt{a^2+c^2+ac}\geqslant\sqrt{3}(a+b+c)$.

B　卷

8. 设 x,y 是不相等的正数，m,n 是正整数，且 $m<n$，设 $a=\sqrt[m]{x^m+y^m}$，$b=\sqrt[n]{x^n+y^n}$，则 a 与 b 的

大小关系式为 ( )

A. $a>b$ B. $a<b$ C. $a=b$ D. 大小不能确定

9. 在$\triangle ABC$中，各边a,b,c的对角分别为A,B,C,R为外接圆半径．记$N=(a^2+b^2+c^2)$$\left(\frac{1}{\sin^2 A}+\frac{1}{\sin^2 B}+\frac{1}{\sin^2 C}\right)$，则有 ( )

A. $N\geqslant 36R^2$ B. $N\leqslant 36R^2$ C. $N\geqslant 36R$ D. $N\leqslant 36R$

10. 设$m>n>1,m,n\in N^+$，则$(n!)^{m-1}$与$(m!)^{n-1}$的大小关系是______.

11. 已知$f(x)=\tan x,x\in(0,\frac{\pi}{2})$，若$x_1\neq x_2$，求证：$\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]>f(\frac{x_1+x_2}{2})$.

12. 已知关于x的实系数方程$x^2+ax+b=0$有两个实根α、β，证明：

(1)如果$|\alpha|<2,|\beta|<2$，那么$2|a|<4+b$，且$|b|<4$；

(2)如果$2|a|<4+b$，那么$|\alpha|<2,|\beta|<2$.

C 卷

13. 设$a_1,a_2\cdots,a_n$是几个互不相等的自然数，求证：$\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k^2}\geqslant\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$.

14. 给定6个实数，$a_1\leqslant a_2\leqslant\cdots\leqslant a_6$，令$x=\frac{1}{6}(a_1+a_2+\cdots+a_6)$，$y=\frac{1}{6}(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_6^2)$，

求证：$a_6-a_1\leqslant 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{y-x^2}$.

15. 设a,b,c,d是满足$ab+bc+cd+ad=1$的正实数，求证：

$$\frac{a^3}{b+c+d}+\frac{b^3}{a+c+d}+\frac{c^3}{a+b+d}+\frac{d^3}{a+b+c}\geqslant\frac{1}{3}.$$

测试卷 4 证明不等式的几种重要技巧

知识要点 不等式的分解、变形与组合，求函数最值时“凑”或“配”的技巧；综合运用换元法、函数法、放缩法等多种方法证明不等式.

A 卷

1. 设 a,b,c 为实数，$4a-4b+c>0$，$a+2b+c<o$，则下列四个结论中正确的是 ( )

A. $b^2\leqslant ac$　　B. $b^2>ac$　　C. $b^2>ac$ 且 $a>0$　　D. $b^2<ac$ 且 $a<0$

2. 设 $0<a<b$，且 $f(x)=\frac{1+\sqrt{1+x}}{x}$，则下列式子中正确的是 ( )

A. $f(a)<f(\frac{a+b}{2})<f(ab)$　　B. $f(\frac{a+b}{3})<f(b)<f(\sqrt{ab})$

C. $f(\sqrt{ab})<f(\frac{a+b}{2})<f(ab))$　　D. $f(b)<f(\frac{a+b}{2})<f(\sqrt{ab})$

3. 对于 $x\in[0,1]$ 的一切值，$a+2b>0$ 是使 $ax+b>0$ 恒成立的 ( )

A. 充分必要条件　　B. 充分但非必要条件

C. 必要非充分条件　　D. 既非充分又非必要条件

4. 已知 $A,B,A+B$ 都是锐角，设 $x=\sin(A+B)$，$y=\sin A+\sin B$，$z=\cos A+\cos B$，则 x,y,z 的关系正确的是 ( )

A. $x>y>z$　　B. $y>x>z$　　C. $y>z>x$　　D. $z>y>x$

5. 对任意的 $x,y\in R^+$，函数 $f(x,y)=\frac{x^4}{y^4}+\frac{y^4}{x^4}-\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ 的最小值是________.

6. 设 x_i 为自然数 $(i=1,2,3,4,5)$，且 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=x_1x_2x_3x_4x_5$，则 x_5 最大值是________.

7. 设 a、b、$c\in R^+$，求证：

$$\frac{1}{a^3+b^3+abc}+\frac{1}{b^3+c^3+abc}+\frac{1}{c^3+a^3+abc}\leqslant\frac{1}{abc}.$$