

徐品方, 1935年生, 四川西昌市人。1958年毕业于四川师范学院(今四川师范大学)数学系。四川西昌学院副教授, 四川师范大学兼职教授。中国数学会及数学史分会会员, 四川省科普作家, 凉山州老科技工作者协会副会长, 凉山州数学会秘书长。

编著数学教育和数学史著作20部, 发表论文70余篇, 共200多万字。主要著作有《趣味古算诗题解》、《数学趣话》、《白话九章算术》、《女数学家传奇》、《数学诗歌题解》、《笛卡尔》、《定理多证, 定义多解》、《秦九韶的〈数书九章〉》。主编《数学简明史》, 执行主编《教育科技新探》, 参编师专教材《初等几何研究》、《世界大发现》(数学·物理卷)等。



张红, 1967年生, 四川省内江人。1993年硕士研究生毕业于四川师范大学数学与软件科学学院基础数学专业, 现为四川师范大学数学与软件科学学院副教授, 四川省工业与应用数学会理事, 中国数学会及数学史分会会员, 从事数学史与教学教育研究工作。

主编《数学教育学教程》, 参编《科学技术发展史》, 发表“关于自然科学方法用于社会科学的思考”, “学分制下高师数学教师教育专业课程设置”等论文10多篇。2000年主研四川省教改项目“高师数学与应用数学本科专业教学内容及其课程体系方案改革研究”, 2002年主研四川省教改项目“高师数学研究性教学研究”, 2005年主持四川省教改项目“学分制下数学类学生应用能力与创新意识的培养”, 主持四川省科研项目“数学符号历史研究”。

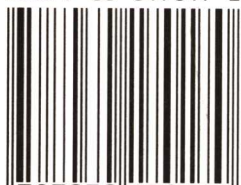
2000年获四川省政府优秀教学成果一等奖, 2004年获四川省政府优秀教学成果二等奖。2005年获第五届全国多媒体课件大赛三等奖。

责任编辑: 孔国平 李俊峰

封面设计: 张放

(N-0246.0101)

ISBN 7-03-017017-2



9 787030 170170 >

ISBN 7-03-017017-2

定价: 29.00 元

数学符号史

徐品方 张 红 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

数学符号是数学文献中用以表示数学概念、数学关系等的记号。本书研究了常见的 200 余个符号的来龙去脉,着重探讨了常用的 100 多个符号的产生、发展历史。作者从卷帙浩繁的古算史书中进行考证,以史为据,自成体系,可读性强。

本书可供大、中学师生教学参考、课外阅读,也可供数学史、文化史爱好者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

数学符号史/徐品方,张红著. —北京:科学出版社,2006

ISBN 7-03-017017-2

I. 数… II. ①徐…②张… III. 数学-符号-历史 IV. O1-09

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 020422 号

责任编辑:孔国平 李俊峰 / 责任校对:钟 洋

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:张 放

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 9 月第 一 版 开本:890×1240 1/32

2006 年 9 月第一次印刷 印张:13 1/8 插页 1

印数:1—3 000 字数:343 000

定价:29.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(科印))

序*

符号是某种事物的记号。人们总是探索用简单的记号去表现复杂的事物,于是产生了各种符号。

数学符号是数学科学专门使用的特殊符号,是一种含义高度概括、形体高度浓缩的抽象的科学语言。具体地说,数学符号是产生于数学概念、演算、公式、命题、推理和逻辑关系等整个数学过程中,为使数学思维过程更加准确、概括、简明、直观和易于揭示数学对象的本质而形成的特殊的数学语言。

可以说,数学的发展史就是数学符号的产生和发展史。

我国数学史家梁宗巨先生(1923~1995年)曾说:“使用符号,是数学史上的一件大事。一套合适的符号,绝不仅仅是起速记、节省时间的作用。它能够精确、深刻地表达某种概念、方法和逻辑关系。一个较复杂的公式,如果不用符号而用日常语言来叙述,往往十分冗长而且含混不清。”(引自《世界数学史简编》)

美国数学家 J. W. Yong (1897~1932年)在《数学教学》(1907年)中写道:“数学内容是运用包含着大量符号的数学语言来表述的,因而数学训练能为学习其他科学作最好的准备……世界上任何科学工作都需要运用与精通符号。”(引自[美]莫里兹编著,朱剑英编译:《数学家言行录》)

数学科学在欧洲有时干脆被叫做符号科学。

凡是接触数学的人,都将看到简洁、端庄、和谐、奇异,兼具艺术美和科学美的数学符号。其实,这些数学符号“看似平凡最崎岖,成如容易却艰辛”(王安石诗)。

数学符号虽然在一些数学史书中有零星的、浅显的介绍,但却没有被专门考察研究,至今也没有一部专门的数学符号史论著出

* 序作者为四川师范大学数学与软件科学学院院长、教授、博士生导师。

版。可以说,数学符号史的提出及专门研究是数学文化及数学史研究上的一个空白。

我院徐品方、张红,在从事数学史教学与研究的工作中,花了大量时间研究这项课题,以史为据,比较全面系统地将一些民族、一些国家或地区不同的历史时期或阶段所创用的数学符号代表,进行认真考察、分析、研究、评介,终于完成了这部学术著作,从而填补了学术研究上的一个空白。

我认为本书有以下几个特点:

(1) 首次提出并进行数学符号史的研究,具创新性。

(2) 对各种数学符号的源流考证得十分细致。

(3) 本书以古今中外数学史书为据,选材典型,其中不乏一些数学符号史的珍贵历史资料,有些资料甚至是首次披露。

(4) 内容丰富,材料全面,重点突出,知识性强,有作者自己的独特见解,对拓宽学生及数学爱好者的知识面有很大帮助。

(5) 本书创作严谨,图文并茂,语言流畅,具有科学性、可读性,是一部不可多得的数学史专著。

(6) 本书经过对史书的考察、论证,纠正了已出版的一些数学书籍杂志中,关于数学符号源流、创用时间与作者的趣轶之误,纠正了少数以讹传讹的问题。

由于历史悠久,数学史典籍繁杂,资料难齐,有许多史料也许作者未能读到,见仁见智各有不同,可能产生遗漏,或挂一漏万,因此,本书可能存在不足,但它从整体上基本反映了当前大中小学数学常见的 100 多个符号的历史,并且融思想性与趣味性于一体,既便于教学,又便于读者了解世界数学符号发展的概貌。

本书可供大中学校数学史教学,大中小学师生、数学史与科学史工作者或研究文化史的读者阅读参考。

张健

2005 年 11 月 20 日

前 言

数学符号是数学的特殊文字,它们像一颗颗耀眼的宝珠,镶嵌在数学思想高原的宏伟殿堂上,表明数学的概念、运算、关系和推理,使数学思维过程准确、概括、简明从而更容易揭示数学对象的本质。简言之,数学符号就是在数学中用以表示数学概念、数学关系等的记号。

数学符号是无声的音符,谱写出一首首动听的数学乐章。数学符号的地位和作用的重要性,就像识字之于写文章一样,不懂数学符号就无法学习数学和研究数学。

数学符号的产生和发展是一部动人的历史。每一个符号的背后都有一个美丽的故事;它有许多迂回和曲折的产生发展史;它有奇特的构思、惊人的演变和偶然的创用趣事。少数符号令人读之如若天书,光怪陆离。但总的来讲,流传沿用至今的数学符号,大都为我们勾画出一幅数学历史发展的绚丽多彩的画卷,充满诗情,读后令人陶醉、感叹、流连忘返。

没有数学符号,数学就不能得到发展。

现在的数学符号通用的有 300 多个,常见的有 200 多个,“源头茫昧虽难觅,活水奔流喜不休”(庞加莱语),聪明的人类很早就运用着数学符号。我们从卷帙浩瀚的古算史书中,像寻觅珍珠一样将古代、近代一些民族的数学符号的产生发展历程,以及当今大中小学常用的 100 余种数学符号漫长的演变历史,如实考证、论述,期望能拨响读者思维的琴弦,激起喜欢数学的思维浪花,从而“开发”创新思维。

令人高兴的是,我国教育部制定的《普通高中数学课程标准(实验)》,已于 2003 年颁布,已将数学史正式列为高中数学选修课程(选修系列 3)。因此,本书可供大中专和中学师生阅读,也可供

数学史、文化史研究者,以及数学爱好者阅读。让我们漫步在古人们发明、创用符号的原野上,体会数学符号对人类文明发展的作用,提高数学文化修养,加深对数学的理解,感受数学家们严谨治学和锲而不舍的探索创新精神。

但因年代久远,数学符号产生、发展进程的原始资料不仅稀少,而且分散在古今万卷论著中。尽管我们尽量搜集了一些极其宝贵的原始文物资料,但难免孤陋寡闻,或挂一漏万,或牵强附会……由此而产生的不准确甚至错误,恳请读者批评、指正。

最后,本书的出版,要特别感谢本校数学与软件学院院长张健教授(日本东京大学博士,四川省数学会副理事长)和科学出版社孔国平博士的大力支持。本书也采用了一些同仁的研究结论,在此表示感谢。

徐品方 张 红

2005年4月

目 录

序

前言

第 1 章 算术篇	1
1.1 记数符号的起源	2
1.1.1 实物记号的诞生	4
1.1.2 数的进位制符号	11
1.2 悠久的历史数字	16
1.2.1 数字符号的发现	16
1.2.2 算筹记数	20
1.2.3 商用数字符号	23
1.3 巴比伦的记数法	26
1.3.1 巴比伦的兴亡	27
1.3.2 泥板上的楔形数字	27
1.3.3 千古之谜	34
1.4 尼罗河两岸数字	35
1.4.1 金字塔之谜	35
1.4.2 纸草书上象形记号	37
1.5 有趣的希腊数码	43
1.5.1 希腊文明的崛起	44
1.5.2 三种记数符号	46
1.5.3 最早的大数表示	49
1.6 美观庄重罗马数	52
1.6.1 罗马帝国的兴衰	52
1.6.2 端庄的罗马数字	54
1.6.3 冗繁的记数法	57

1.7 通用数码的始祖	59
1.7.1 印度的变迁	59
1.7.2 通用数码的始祖	61
1.8 阿拉伯数码始末	65
1.8.1 阿拉伯人的真主	65
1.8.2 阿拉伯数码由来	66
1.8.3 印度-阿拉伯数码的演变	71
1.8.4 不准使用印度-阿拉伯数字	74
1.9 美洲玛雅的数字	76
1.9.1 玛雅兴衰之谜	76
1.9.2 两个奇妙符号的记数法	79
1.10 其他民族数字符号集锦	84
1.10.1 希伯来的数字	85
1.10.2 泰米尔文的数字	87
1.10.3 僧伽罗文的数字	87
1.10.4 越南古代的数字	88
1.10.5 日本古代的数字	89
1.10.6 欧洲中世纪数码	90
1.11 零的父母	94
1.11.1 巴比伦的零	95
1.11.2 玛雅人的零号	97
1.11.3 希腊人的零	97
1.11.4 印度人的零号	98
1.11.5 中国数码零	99
1.11.6 柬埔寨等地区的零	102
1.11.7 0号的传播	103
1.11.8 0的故事	105
1.12 酒桶上的+、-记号	108
1.13 没有统一的 $\times$ 、 $\div$ 号	118

1.14 欧洲人最怕分数	128
1.15 小不点来到人间	141
本章附录 数字符号趣味赏析	152
第2章 代数篇	176
2.1 一对“=”双生子	176
2.2 不等号的浪花	182
2.3 没有内容的括号	189
2.4 负数不是荒谬的	196
2.5 指数符号古今谈	202
2.6 根号演变的趣史	217
2.7 用字母表示数	225
2.8 方程是代数的花	230
2.9 揭开函数符号的面纱	244
2.9.1 第一次发展(扩张)函数概念——解析的函数的意义	245
2.9.2 第二次扩张函数概念——图像法表示的函数概念	247
2.9.3 第三次扩张函数定义——科学函数的雏形	249
2.9.4 第四次扩张——现行初中函数定义的来源	250
2.9.5 第五次扩张(取消函数定义域的限制),第六次扩张(近代定义)和第七次扩张(现代函数的定义)	252
2.10 实数肩上的虚数	254
2.11 集合符号的春秋	260
2.12 代数的其他符号	269
2.12.1 绝对值符号 $ $	269
2.12.2 判别式符号 Δ	270
2.12.3 对数符号 $\log, \ln$	270
2.12.4 排列与组合符号 C_n^m, P_n^r	275

2.12.5	无穷大符号 ∞	278
2.12.6	极限符号 $\lim$	279
2.12.7	自然对数底数 e	282
第3章	几何、三角篇	284
3.1	点线面弧的符号	284
3.2	几何中象形符号	288
3.2.1	角的意义与记号	288
3.2.2	平行与垂直符号	289
3.2.3	多边形与圆的符号	290
3.2.4	表意符号	292
3.3	π 是文明的标志	295
3.4	三角函数的符号	302
3.4.1	正弦名称与符号	304
3.4.2	余弦的名称与符号	307
3.4.3	正切、余切名称与符号	307
3.4.4	正割、余割名称与符号	309
3.4.5	关于反三角函数符号	310
第4章	高等数学篇	313
4.1	美妙的微积分符号	313
4.2	微积分其他符号	326
4.2.1	增量符号 Δx	326
4.2.2	和式符号 $\sum$	327
4.2.3	不定式符号 $\frac{0}{0}$	328
4.2.4	双曲函数符号	330
4.3	高等代数中的符号	332
4.3.1	行列式符号 $ $	332

4.3.2 矩阵的符号()	334
4.3.3 向量的符号 $\vec{r}$	335
4.3.4 向量积符号	337
4.4 同余式符号“ $\equiv$ ”	338
4.5 数理逻辑符号	339
第5章 符号学篇——论数学符号史	345
5.1 什么是符号学	345
5.2 数学符号的意义及其重要性	347
5.2.1 意义	347
5.2.2 重要性与作用	349
5.2.3 数学符号的产生、比较和改革	350
5.3 数学符号的特点	358
5.4 数学符号的分类	360
5.5 数学符号的教学	367
附录1 本书符号年表	375
附录2 数学字母符号的由来	381
附录3 物理科学和技术中使用的数学符号	384
附录4 数学家人名索引	394
主要参考文献	408

第1章 算 术 篇

数学,由于它的语言、记法以及看上去显得奇特的符号,使一些人感到神秘莫测,外行人还把数学设想成受冷酷无情的定义、法则、定理、公式和符号统治着的专制王国,里面充满着机械和单调。其实,数学及其符号是一个充满着生气的瑰丽多姿的大千世界,是人类思维开出的灿烂花朵,是思维高原上的一座宏伟殿堂,它永远向每一个人敞开着大门。

我们知道,古老的数学是研究“数”与“形”的一门科学。就拿“数”来说,它的字里行间蕴藏着一些多姿多彩的世界。“数”是表示事物的多少;数字就是用来记数的符号,又叫数码;表示数的词叫数词。它们像颗颗明珠,将数学王国的大厦装点得富丽堂皇。数字是最古老、最诱人、最富有趣味而又古怪的一种文字系统。古老的数字在 21 世纪的今天,重新焕发出青春的活力,奏响了数字化时代的序曲。当代被网络覆盖与笼罩的数字化经济,对军事、文化乃至日常生活进行着无孔不入的渗透,在高科技领域占据主导地位,如数字电视、数字照相……数字技术挟疾风暴雨之势而来,犹如无往而不胜的劲旅,占领了一个又一个高地。

又如未来的数字图书馆,其特征之一是资源信息数字化,利用现代信息技术和网络通信技术,将各类传统介质文献进行压缩处理并转为数字信号,通过个人电脑纵览世界文献资料。

数是永恒的、万古长青的东西。常用的数字有中国数字、罗马数字、印度-阿拉伯数字等。

1.1 记数符号的起源

数及其数字符号远在文字出现以前就已经形成了。数字记号的重要性日益被人们所认识,了解数字符号的发现或创用的历史,就显得很有意义了。

“数”最初指正整数,旧称自然数^①,有自然而然产生出来的意思。一般认为原始人在用匹配法计数及考察动作顺序时产生了自然数概念,在自然数概念产生的同时也产生了自然数的算术四则运算,并且自然数概念的完善也依赖于数的运算。

数的概念是我们很熟悉的概念,也有多种表达形式。但它的形成很不容易,经历了一个漫长的时期。

在遥远的一百多万年以前,地球上有了人类。在距今两万年以前,原始人没有家乡,没有田野,他们到处迁徙,流浪漂泊,行无定址,过着茹毛饮血、逐水草而栖息、构巢穴为居室的生活。为了生存,他们在长期的狩猎与分配过程基础上形成了“有”和“无”的概念,以后逐渐形成“多”和“少”的概念,进展极其缓慢。后来从“有”中知道“1”和“多”的区别,这大概是因为人常用一只手拿一件东西。有些地区有1,2和多的区别,把大于3的数量看为“一群”或“一堆”。据载墨瑞河地区的原始部落,长期以来只有1,2,3的概念,4叫做“2—2”,5叫做“2—3”,5以上通称为多^②。直到20世纪初,人们还在原始森林中发现一些部落,他们数数的本领非常低。例如在一个马来人的部落里,如果你去问一个老头的年龄,他只会告诉你:“我8岁。”对他们来说,“8”就表示“很多”。有时,他们实在无法说清自己的年龄,就只好指着门口的棕榈树告诉你:

① 旧称的“自然数”初中教材不包含0,现在初中《代数》课本把0归属自然数了,因此,正整数与自然数不能划等号了。

② 引自《自然辩证法讲义》。

“我跟它一样大。”

显然,由“多”到2,3等单个数目的概念形成是一个不小的飞跃,对于原始人来说,每数出一个数(实际上就是每增加一个专用符号或语言)都不是简单的事。但可以肯定,数(shù)来源于数(shǔ)。

人类数数与记数最早是用手指。中国古代有“掐指一算”之说(用拇指点别指、暗记或计算。《辞海》1979年,702页)。公元9世纪,建筑在火山熔岩上的印尼爪哇岛日惹西北29公里处婆罗浮屠一座古庙里,有如来佛掐指一算的塑像,如图1.1.1^①,生动地记录了手指记数。



图 1.1.1 掐指一算

^① 本书一些图表转引自梁宗巨:《数学历史典故》,沈阳:辽宁教育出版社,1992年。以下不再特别注明。

公元 1494 年,意大利数学家帕乔利(L. Pacioli, 1445? ~1517 年)著《算术、几何、比与比例集成》(简称《集成》)一书中特别介绍了手指算法,给出了用手指表示数目的方法,如图 1.1.2。

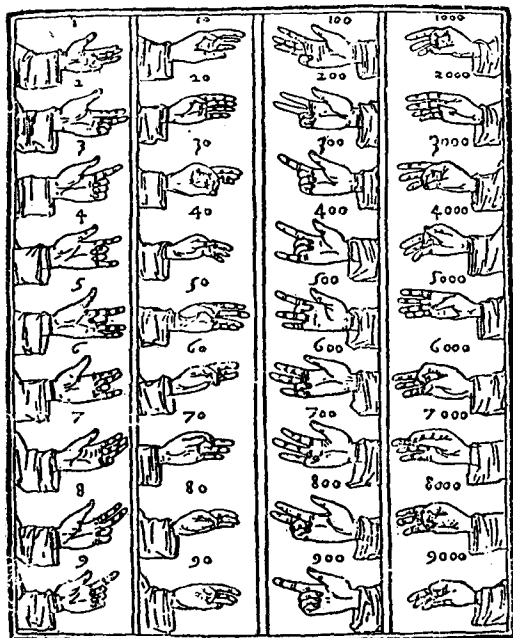


图 1.1.2 手指表示数目

现在孩子初学计算,用手指指数数,有些地方的商人在衣襟下用手指讨价还价以掩人耳目,可见指算历史是很长的。

1.1.1 实物记号的诞生

为了把数(shǔ)的数(shù)记录下来,祖先们最早用实物来记录,如小石子、竹片、树枝、贝壳、骨头之类。这些东西容易散乱,不易保存,这样,人们自然会想到用结绳的办法来记数。