李海波工作室

新世纪高职高专教科书

李海波 总主编

高等应用数学

GAODENG YINGYONG SHUXUE

（下册）

吴志清 石西琳 主编

立信会计出版社

LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

新世纪高职高专教科书

李海波 总主编

高等应用数学

GAODENG YINGYONG SHUXUE

（下册）

吴志清 石西琳 主 编

潘 云 黄玉洁 副主编

立信会计出版社

LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学. 下册/吴志清，石西琳主编. —上海：立信会计出版社，2007.3

新世纪高职高专教科书

ISBN 978-7-5429-1681-5

Ⅰ. 高… Ⅱ. ① 吴… ② 石… Ⅲ. 应用数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 028662 号

高等应用数学(下册)

出版发行	立信会计出版社
地　　址	上海市中山西路 2230 号
邮政编码	200235
电　　话	(021)64411389
传　　真	(021)64411325
网　　址	www.lixinaph.com　　E-mail　lxaph@sh163.net
网上书店	www.lixinbook.com　　Tel：(021)64411071
经　　销	各地新华书店

印　　刷	立信会计常熟市印刷联营厂
开　　本	890 毫米×1240 毫米　1/32
印　　张	10.25
插　　页	2
字　　数	266 千字
版　　次	2007 年 3 月第 1 版
印　　次	2007 年 3 月第 1 次
印　　数	1—3 000
书　　号	ISBN 978-7-5429-1681-5
定　　价	18.00 元

内 容 提 要

本书是教育部高职高专规划教材，是以教育部高职高专应用数学课程的基本要求为依据，吸收国外先进职业教育思想编写的。全书从培养财经、工程、管理类应用型、实用型人才的目标出发，突出“最优化”思想的主线，借鉴国外先进职业教育经验，在内容上有适度的超前性，如“图与网络分析”部分的内容，开创了国内同类型教材之先河。

全书分上、下两册，上册主要讲述一元微积分、二元微积分及矩阵；下册主要讲述事件与概率、随机变量的数字特征、统计推断、方差分析与回归分析、线性规划、图与网络分析等。

本书可作为财经、工程、管理类各专业高职、高专及成人高校和相关专业各类培训班的应用数学教材，也可作为各类工程技术人员及管理人员自学参考用书。

前 言

本书是教育部高职高专规划教材，根据教育部高职高专应用数学课程的基本要求，结合编者长期从事本学科科研及教学体会，并且吸收国内外先进职业教育思想编写而成。

全书从高职高专教育及财经、工程、管理类教学特点出发，以培养财经、工程、管理类应用型、实用型人才为目标，针对高职高专学生实际情况，取材与编排紧扣教学基本要求，牢牢把握“以应用为目的，以必需够用为度”的编写原则，在知识内容安排上，做到两个必需，即：一、作为21世纪高职高专教育所培养的人才在素质上所必需具备的数学知识；二、作为基础学科教育为后续专业基础课及专业课服务所必需具备的数学知识和在数学理论上做到“够用”为度，即必要的数学理论主要是为数学知识的应用服务的，故而在保证教材的先进性、科学性、完整性的前提下，适度降低理论上的要求。

全书共分上、下两册。上册为基础分册，主要讲述一元微积分、二元微积分及矩阵；下册为应用分册，主要讲述概率论与数理统计、线性规划、图与网络分析。各部分内容相对独立，可供财经、工程、管理类各专业选用。本教材始终贯串“最优化”思想，让学生学会使用最佳方案来分析、解决问题，即让学生掌握如何使成本最低、利润最大、工期最短、效益最好等理论和方法以及让学生懂得科学调查是决策的前提，优秀的决策是科学调查的结果。本教材还具有适度的超前性，运筹学有很多分支如规划论、图与网络分析、排队论、存储论、博弈论、过程论等，据国外文献介绍，欧美发达国家70%以上

的运筹问题是由线性规划及图与网络分析来解决的，故而本教材借鉴国外先进职业教育思想，深入浅出地讲解“图与网络分析”，开创了国内同类型高职高专数学教材之先河。

书稿文字简详得当、通俗易懂，例题求解简明规范，强调思路分析，便于教师讲授及读者自学。书中每节后配有习题，每章后配有复习题。教材中标有“*”的内容供教师选讲及学有余力的同学阅读，书末备有习题参考答案。

本册由比利时布鲁塞尔自由大学理学院应用数学专业硕士研究生、中国运筹学会会员吴志清学者，浙江省数学会职教数学专业委员会理事、浙江商业职业技术学院石西琳任主编；潘云、黄玉洁任副主编；参加编写的有吴亚芸、周苇、张敏。

本书由我国著名的财经学专家，中国注册会计师、中国会计学会理事、中国审计学会理事、中国生产力学会常务理事、曾受聘担任全国专科(高职)教育人才培养工作委员会副主任、享受国务院特殊津贴的专家、教授、研究员李海波任总主编。得到了教育部全国职业教育教学指导委员会委员、商业职业教育教学指导委员会副主任兼秘书长、中国管理科学院兼职研究员、上海商学院教学督导乔正康高级讲师的大力协助和支持。李海波工作室李俊、张翠琼、陈栋梁等同志负责编排、联系、出版、发行等工作。本书为李海波工作室系列教科书之一。

本册可作为高职高专财经、工程、管理类各专业的高等数学用书，也可作为成人高校及各类培训班相关专业的教学用书及参考资料，还可作为各类工程技术人员及管理人才自学参考用书。

本册用书的参考教学时数为 78 学时，第一篇为 46 学时，第二篇为 32 学时。读者还可根据需要选学部分内容。

上海金融学院黄俊民教授、华东师大忻重义教授百忙中抽空认真审阅了全书，在此表示感谢！

本书得到了全国经济书店、中国生产力学会、高职高专有关院校、立信会计出版社和有关数学专家、学者以及相关人员的大力支持,在此一并致谢!

由于编者水平有限,书中难免会有不足、不当之处,敬请各位同仁及读者不吝赐教。

《高等应用数学》编委会

李海波工作室

目　　录

第一篇　概率论与数理统计

第二篇 运 筹 学

第一篇　概率论与数理统计

第一章　事 件 与 概 率

概率论是数学的一个重要分支，它是研究现实世界中随机现象规律性的科学，在自然科学、社会科学和经济工作中都有广泛的应用，同时也是数理统计的基础。

本章主要介绍概率的基本概念、重要公式。

§1-1　随 机 事 件

一、随机现象

在客观世界中，存在着两类不同的现象：一类是确定性现象；另一类是随机现象。

在一定条件下，必然发生或必然不发生的现象称为确定性现象。例如，在标准大气压下，水加热到 100℃必然沸腾；在碳酸钠溶液中滴入盐酸溶液必然会产生二氧化碳气体；异性电荷必然相吸等都是确定性现象。

在一定条件下，具有多种可能结果，而事先不能确定哪一种结果将会发生的现象称为随机现象。例如，向上抛一枚硬币，落下后有两种可

能结果——“正面向上”或“正面向下”，事先不能确定哪种结果将会发生；在一批含有次品的产品中任抽一件，有两种可能结果——“抽到正品”或“抽到次品”，事先不能确定哪种结果将会发生；某战士一次射击，有11种可能结果——“中10环”，“中9环”，“中8环”……“中1环”，“中0环”(未命中)，但事先不能确定哪种结果将会发生。

我们把为了研究随机现象而进行的科学实验或对事物某种特征进行的观察统称为随机试验，简称试验。

随机试验有以下特点：

(1) 试验在相同条件下可以重复进行。

(2) 每次试验的可能结果不止一个，而且试验的所有的可能结果事先是明确的。

(3) 每次试验事先不能确定哪种结果将会发生。

在对随机现象进行大量观察(试验)后，可以发现随机现象具有两个显著的特点：一方面，一次试验前不能预言其结果，具有偶然性；另一方面，在相同条件下，进行大量的重复试验，会呈现出某种规律性——统计规律性。例如，在相同条件下，多次抛掷质量均匀的同一枚硬币，“正面向上”和“正面向下”的次数大致相等；在相同条件下，多次掷一粒均匀的骰子，其点数是6的次数大约是抛掷总次数的$\frac{1}{6}$等等。

随机现象的统计规律性是客观存在的，研究随机现象是为了掌握它的统计规律性。

二、随机事件

随机试验中可能产生的每一个结果称为随机事件，简称事件，常用大写的英文字母$A,B,C,\cdots$来表示。例如，抛掷一枚均匀硬币，“正面向上”和“正面向下”都是一个事件，可记为$A=\{$正面向上$\}$，$B=\{$正面向下$\}$。

我们把在一定条件下必然发生的事件称为必然事件，记为Ω。例如，在标准大气压下，纯水加热到100℃时，“水沸腾”就是一个必然事

件；又如，在装有 1 个红球 9 个白球的口袋中，任取 2 个，事件“最多 1 个红球”也是一个必然事件。

把在一定条件下必然不发生的事件称为不可能事件，记为 ϕ。例如，在标准大气压下，纯水加热到 50℃时，事件“水沸腾”是一个不可能事件；又如，在一批含有 2 件次品的产品中，任取 3 件，事件“全是次品”也是一个不可能事件。

必然事件 Ω 和不可能事件 ϕ 都是随机事件的特殊情况。

在随机试验中，不可能再分解的事件称为基本事件。例如，某战士进行一次射击，可能出现 11 种结果，事件 $A_1=\{$命中 1 环$\}$，$A_2=\{$命中 2 环$\}\cdots A_{10}=\{$命中 10 环$\}$，$A_0=\{$不中$\}$，则其中每一个 $A_i(i=0,1,2,\cdots,10)$都是一个基本事件。

在上述的战士一次射击试验中，事件 $B=\{$至少命中 8 环$\}$是由 A_8、A_9 与 A_{10}组成的，这样由两个或两个以上基本事件组成的事件称为复合事件，事件 B 就是一个复合事件。

三、事件间的关系及其运算

对于试验的每一个基本事件，我们用只包含一个元素 ω 的集合 $\{\omega\}$表示；复合事件则用包含若干个相应元素的集合表示；由所有基本事件对应的全部元素组成的集合称为样本空间。由于任何一次试验的结果必然是某个基本事件，这样，样本空间作为事件而言就是必然事件，仍以 Ω 表示，样本空间的每一个元素称为样本点。因此，可以把随机事件定义为样本点的某个集合，不可能事件就是空集 ϕ，必然事件就是样本空间 Ω。这样，集合论的知识完全可以用来解释事件间的关系和运算。

为了直观，我们经常用图形来表示事件。一般地，用平面上某一个矩形表示必然事件，该区域内的一个子区域表示事件。

（一）事件的包含关系

如果事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生，则称事件 B 包含事件 A，记作 $B\supseteq A$ 或 $A\subseteq B$。例如，掷一粒均匀的骰子，设 $A=\{$所得点数

大于 5},B={所得点数不小于 3},则显然有 $B\supseteq A$,如图 1-1 所示。

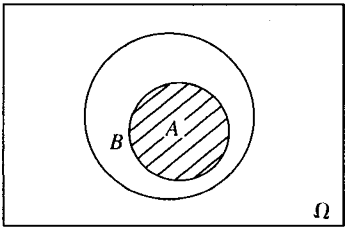

图 1-1

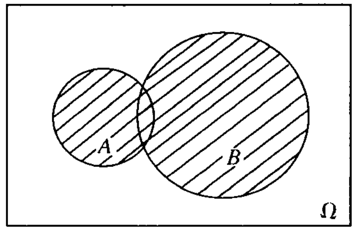

图 1-2

如果 $A\subseteq B$ 同时 $B\subseteq A$,则称事件 A 与 B 相等,记作 $A=B$,表示事件 A 与 B 中任一事件的发生必然导致另一事件的发生。

(二) 事件的并

在一次试验中,事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件称为事件 A 与事件 B 的并(或和),记作 $A\cup B$(或 $A+B$),如图 1-2 中的阴影部分所示。

例如,甲、乙两人同时破译密码,若设 A={甲破译密码},B={乙破译密码},C={密码被破译}。显然,事件 C 发生意味着事件 A 与事件 B 中至少有一个要发生,因此有 $C=A\cup B$。

(三) 事件的交

在一次试验中,事件 A 与事件 B 同时发生的事件称为事件 A 与事件 B 的交(或积),记作 $A\cap B$(或 $A\cdot B$),如图 1-3 中的阴影部分就表示 $A\cap B$。

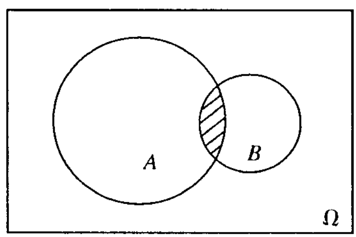

图 1-3

例如,在上例中,若设 D={甲、乙两人都破译密码},显然,$D=A\cap B$。

一般地,事件的并、交的概念可以推广到 n 个事件之间的关系。

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 在试验中至少有一个发生的事件称为该 n 个事件的并,记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$,即 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$。

n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 在试验中同时发生的事件称为该 n 个事件的交，记作 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$，即 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$。

（四）互不相容事件

如果在一次试验中，事件 A 与事件 B 不可能同时发生，则称事件 A 与事件 B 是互不相容事件（或互斥事件），记作 $A \cap B = \phi$（或 $AB = \phi$），如图 1-4 所示。

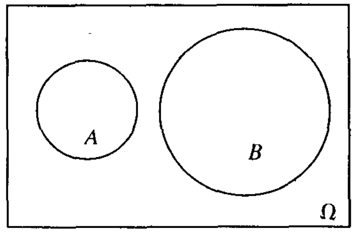

图 1-4

例如，掷一粒均匀骰子，事件 $A=$｛所得点数为 4｝，事件 $B=$｛所得点数小于 3｝，在一次试验中，事件 A 与事件 B 不可能同时发生，因此 A 与 B 是互不相容事件。特别地，在一次试验中，所有的基本事件都是两两互不相容的。

（五）对立事件

事件"A 不发生"称为事件 A 的对立事件（或逆事件），记作 $\overline{A}$，如图 1-5 中的阴影部分即为事件 A 的对立事件 $\overline{A}$。显然，事件 A 与事件 $\overline{A}$ 是互不相容事件，于是有 $A \cap \overline{A} = \phi$，$A \cup \overline{A} = \Omega$，$\overline{\overline{A}} = A$ 成立。

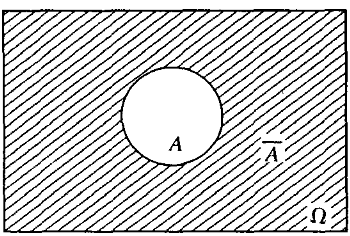

图 1-5

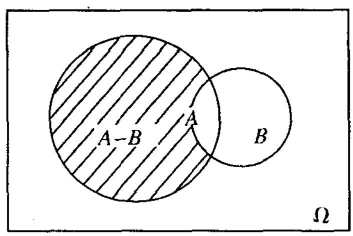

图 1-6

例如，在上述的掷骰子试验中，事件"出现偶数点"与事件"出现奇数点"互为对立事件。

（六）事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件称为事件 A 与事件 B 的差，

记作 $A-B$，如图 1-6 中的阴影部分即为事件 $A-B$，可以证明 $A-B=A\cap\overline{B}$（学生自行完成）。

例如，在一次掷骰子试验中，设 $A=\{$所得点数大于 2$\}$，$B=\{$所得点数为偶数$\}$，则 $A-B=\{$所得点数为 3 或 5$\}$。

（七）事件的运算律

事件的运算满足以下规律：

1. 交换律

$$A\cup B=B\cup A$$
$$A\cap B=B\cap A$$

2. 结合律

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$
$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

3. 分配律

$$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$$
$$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$$

4. 反演律

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$$

由上可见，事件的运算律和集合的运算律是一致的，均可用图示法来验证。

例 1　在掷一粒骰子试验中，以 $A=\{4,5\}$ 表示取得点数 4 或 5，$B=\{3,4\}$ 表示取得点数 3 或 4，$C=\{5,6\}$ 表示取得点数 5 或 6，试问下列各式表示什么？

(1) $A\cup B,B\cap C,B-A,\overline{A},A\cup B\cup C,A\cap B\cap C$；

(2) $A\cap\overline{B},\overline{\overline{A}\cap B},\overline{(A\cup B)\cap C}$。

解　(1)

$$A\cup B=\{4,5\}\cup\{3,4\}=\{3,4,5\}$$

表示取得的点数是 3、4 或 5；

$$B\cap C=\{3,4\}\cap\{5,6\}=\phi$$