

中國科學院
水利部 水利科學研究院

研 究 報 告

6

橫向地震時連拱壩結構作用的分析
壩梁的懸鏈綫與梁柱厚度
連拱壩彈性模型的自然震動頻率
對佛子嶺水庫和梅山水庫連拱壩設計（關於
橫向地震部分）的討論

水 利 出 版 社

1958年1月

中国科学院 水利科学研究所 研究报告 6
水利部

横向地震时连拱坝结构作用的分析等

著者 黄文熙
出版者 水利出版社(北京西郊科学路二里沟)
北京市书刊出版业营业许可证出字第080号
印刷者 水利出版社印刷厂(北京西城成方街13号)
发行者 新华书店

25千字 787×1092 1/16 开 1 1/8 印张
1958年1月第一版 北京第一次印刷 印数1—1,600
统一书号: 15047.121 定价: (10)0.20元

627
H666

目 錄

橫向地震時連拱壩結構作用的分析	1
緒 論	1
(一)彈性模型理論	2
(二)拱及梁柱彈簧常數 k 及 C_i 的估計	5
(三)連拱框架各節點橫位移之決定	5
(四)拱及梁柱之應力分析	6
(五)拱及梁柱的傾角偏度公式與連拱框架之精密分析法	7
結 論	9
壩梁的懸鏈綫與梁柱厚度	10
連拱壩彈性模型的自然震動頻率	13
對佛子嶺水庫和梅山水庫連拱壩設計(關於橫向地震部分)的討論	15

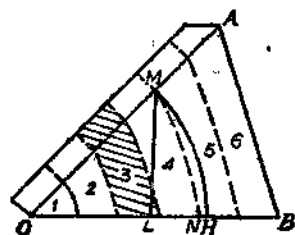
橫向地震时連拱壩結構作用的分析

黃文熙

緒 論

橫向地震时連拱壩的結構作用是很複雜的。由于过去無分析办法，因此对于这种形式的壩能否抵御橫向地震，曾引起了爭論。这篇研究的目的是在提供一个适当的分析方法，以謀求这个问题的解决。

連拱壩的擋水面是一系列的拱形圓筒，支承这些圓筒的就是一些近乎三角形的壩梁，在受橫向地震时，壩梁的結構作用等于一个三角形的平板（第1a圖）。这板的上游边与拱筒相連接相当于平板的一个彈性支撐边；底边与地基相接，可当作一个固定边或支承边；下游边是自由边。橫向地震时，在梁板內所產生的主要撓矩是發生在第1a圖中垂直綫 ML 与圓弧綫 MH 之間的 MN 曲綫的方向上（确实位置視拱的刚度而定）。由于这个原因，我們可以假定在連拱壩內主要的应力是由拱条和这些 MN 曲綫所分割成的梁柱所構成的連拱框架所傳遞的。在分析时可將整个的壩分成5个或6个連拱框架（可沿 OA 及 OB 之長均分），如圖第1a圖所示。每个框架的拱条和梁柱可假定在一个平面上，如第1b圖所示。如果壩梁是双牆并用隔牆加固，可沿隔牆的方向截取連拱框架，这时双牆的作用就等于一个工字形的梁了。



第1a圖

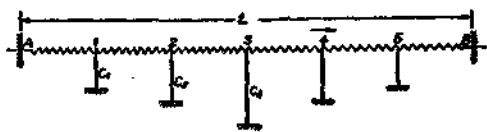


第1b圖

这个框架結構虽很複雜，但精密的分析是可能的。在本文末節，將提供一个实际可用的分析方法。

由于連拱壩中橫向地震并不是壩的最主要載重，同时精密的分析方法也耗时太多，因此本文的主要内容是在建議一种簡捷而誤差不大并且偏于安全方面的設計方法。

橫向地震時連拱框架的結構作用，相當於第2圖所示之彈性模型， AB 為一彈簧， $C_1, C_2, C_3, \dots$ 等為彈簧條與 AB 連接在 1、2、3、 $\dots$ 等節點上。當橫向地震時，1、2、3、 $\dots$ 等節點即向右或左移動，同時 AB 彈簧上，一部分地震載重即傳遞至 $C_1, C_2, C_3, \dots$ 等彈簧條上。連拱框架內的拱，即相當於模型中 AB 彈簧；梁柱則相當於 C_i 等彈簧條。



第2圖

根據拱及梁柱的彈性性質，可以求出它們的相當彈簧常數，利用此種彈簧常數可以求出這個模型1、2、3、 $\dots$ 等節點的位移。這個位移加以適當修正後，可作為拱框架各節點的位移。然後將各節點的位移代入拱及梁柱的傾角偏度公式，即可求得各拱及各梁柱端之力矩及力。

在橫向地震力的作用下，連拱框架和它的彈性模型的振動形態是多種多樣的。就連拱框架的梁柱而論，最大的位移是發生在所有作用在拱條和梁柱上的地震力並作用在同一方向（即全向右或全向左）時。在本文中我們將稱這種振動形態為“主要振動形態”，這時1、2、3、 $\dots$ 各節點的位移也都是同向的，各梁柱所受的地震應力也可分別根據這種變形用傾角偏度公式來計算。在作拱條的設計時，就須假定其它不同的振動形態。例如第2圖中2—3拱條的最大地震應力是發生在作用在框架右邊3—4—5— B 這一段上的地震力和作用在框架左邊 A —1—2這一段上的地震力方向相反的時候，因為這時2—3拱條變形最大。因此在設計2—3拱條時，可以首先假定節點2固定不動， A —1—2一段框架不存在，2—3—4—5— B 段框架發生“主要振動形態”，求這第一種情況下2—3拱條的變形；其次再假定節點3固定不動，3—4—5— B 段框架不存在， A —1—2—3段框架發生“主要振動形態”求這第二種情況下2—3拱條的變形；最後比較2—3段拱條的上述第一種和第二種變形的大小，按大的數值來設計。

通過上述論證，可見不論作梁柱或拱條的設計只要適當地選擇整個或截取部分連拱框架作“主要振動形態”的變形分析，整個問題就解決了。因此下面所述分析方法的討論只限於“主要振動形態”。

(一) 彈性模型理論

令 γ = 拱單位長度的地震力（可酌加一部分梁之地震力）；

k = 拱單位長度伸長單位長度時所需之水平力；

c = 梁柱頂點橫移一單位距離時所需之水平力；及

l = 梁距。

(甲) 等高梁柱之彈簧模型分析

在第2圖之 AB 彈簧上取一無限小段 dx 如第3圖所示。此段上之地震力為 γdx ；彈簧條所傳遞之力為 $\frac{C}{l} W dx$ ； x 點之橫位移為 W ； $x+dx$ 點之橫位移為 $W+dW$ 。再

令 F 与 $F+dF$ 分别为作用在 dx 段彈簧兩端的力，可得：

$$dF = \frac{C}{l} W dx - \gamma dx$$

即
$$\frac{dF}{dx} = \frac{C}{l} W - \gamma \quad (a)$$

再因
$$dW = \frac{F}{k} dx$$

得
$$F = k \frac{dW}{dx} \quad (b)$$

將 (b) 式微分，并代入 (a) 式得橫位移 W 之微分方程式如下：

$$\frac{d^2 W}{dx^2} = \frac{C}{kl} \left(W - \frac{\gamma l}{C} \right) \quad (1)$$

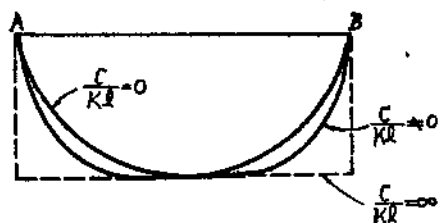
此式之解答为：

$$W = \frac{\gamma l}{C} \left[1 - \frac{\cosh \sqrt{\frac{C}{kl}} x}{\cosh \sqrt{\frac{C}{kl}} \left(\frac{L}{2} \right)} \right] \quad (2)$$

如 (1) 式中之 C 等于零，則得：

$$W = \frac{\gamma}{2k} \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 - x^2 \right) \quad (3)$$

研究 (2) 式之曲綫，可以發現曲綫之中部極为平坦，而在 AB 兩端附近則極陡。故如橋軸綫較長， $\frac{C}{kl}$ 較大，則除兩端附近之梁外，其他中部各梁之水平位移，实际上無什出入。亦即說明多数之梁上所受的地震力，約等于梁本身之地震力及二鄰拱上所受地震力之半。因此各梁均可按此方法設計，拱之愈近 AB 兩端者，則跨度之变迁愈大，因此拱內之应力愈近兩端愈大，中部附近之拱，則不但应力較小，且与鄰拱內应力的差別亦較小。



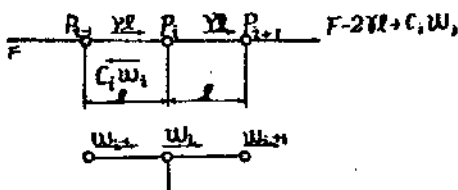
第4圖

(乙) 不等高梁柱之彈簧模型分析

如梁高并不相等，則各梁柱之彈簧常数 C_i 將不相等，即 (1) 式內之 C 將不为一常数。在此种情形下，可用下法求橫位移 W 。

令 P_{i-1} 、 P_i 、 P_{i+1} 为相鄰之三節点， W_{i-1} 、 W_i 、 W_{i+1} 为此三節点之橫位移， C_i 为 P_i 梁之彈簧常数。由第5圖可得：

$$W_i - W_{i-1} = \frac{\left(F - \frac{\gamma l}{2} \right)}{k} l$$



第5圖

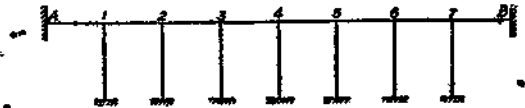
$$W_{i+1} - W_i = \frac{\left(F + C_i W_i - \frac{3\gamma l}{2} \right)}{k} l$$

由此得相鄰三節點橫位移 W 間之關係為：

$$\left(2 + \frac{C_i l}{k} \right) W_i = W_{i-1} + W_{i+1} + \frac{\gamma l^2}{k} \quad (4)$$

在彈簧模型中每一節點可寫 (4) 式之方程式一個，將此等方程式同時求解，即可得各節點 W 之值。此種聯立方程式可用重演法求解，茲舉例說明如下：

例如第 6 圖之彈性模型中梁柱之彈性常數均等於 C ， $\frac{Cl}{k} = 3$ ，則因 $W_1 = W_7$ ，



第 6 圖

$W_2 = W_6$ ， $W_3 = W_5$ ，由 (4) 式可得下列各方程式：

$$5W_1 = 0 + W_2 + \frac{\gamma l^2}{k} \quad (a)$$

$$5W_2 = W_1 + W_3 + \frac{\gamma l^2}{k} \quad (b)$$

$$5W_3 = W_2 + W_4 + \frac{\gamma l^2}{k} \quad (c)$$

$$5W_4 = 2W_3 + \frac{\gamma l^2}{k} \quad (d)$$

重演法的步驟如下：

(1) 假定 $W_2 = W_1$ ，以 (a) 式求得 $W_1 = 0.250 \frac{\gamma l^2}{k}$ 。

(2) 假定 $W_3 = W_2$ ，並以 $W_1 = 0.250 \frac{\gamma l^2}{k}$ 代入 (b) 式，求得 $W_2 = 0.312 \frac{\gamma l^2}{k}$ 。

(3) 假定 $W_4 = W_3$ ，並以 $W_2 = 0.312 \frac{\gamma l^2}{k}$ 代入 (c) 式，求得 $W_3 = 0.328 \frac{\gamma l^2}{k}$ 。

(4) 以 $W_3 = 0.328 \frac{\gamma l^2}{k}$ 代入 (d) 式， $W_4 = 0.331 \frac{\gamma l^2}{k}$ 。

(5) 依次以已求得的鄰點的 W ，依次代入 (a)，(b)，(c)，(d) 四式，重複求取 W 之真值，其結果如下表所示：

	$W_1 / \left(\frac{\gamma l^2}{k} \right)$	$W_2 / \left(\frac{\gamma l^2}{k} \right)$	$W_3 / \left(\frac{\gamma l^2}{k} \right)$	$W_4 / \left(\frac{\gamma l^2}{k} \right)$
第一遍	0.250	0.312	0.328	0.331
第二遍	0.262	0.318	0.330	0.332
第三遍	0.264	0.319	0.330	0.332

(二) 拱及梁柱彈簧常數 k 及 C_i 的估計

估計拱的彈簧常數 k 值時，可假定拱端的角位移及縱位移均等於零。二端所受之水平力為 Q ，橫位移差為 ΔW ，利用拱之傾角偏度公式〔見（五）節〕，並令 r 及 t 分別為拱之半徑及厚度，可求得：

$$Q = \frac{Et^3}{12(\pi r)^3} A_{11} \Delta W$$

$$k = \frac{Q}{\Delta W / (2r)} \quad (5)$$

故

$$k = \frac{Et^3}{6\pi^3 r^2} A_{11}$$

當拱之中心角等於 π 時，

$$A_{11} = \frac{2\pi^2}{1 - \frac{8}{\pi^2} + \frac{3.88}{12} \left(\frac{t}{r}\right)^2}$$

$$k = \frac{Et^3}{3\pi \left(1 - \frac{8}{\pi^2} + \frac{3.88}{12} \left(\frac{t}{r}\right)^2\right) r^2} \quad (6)$$

求梁之彈簧常數 C_i 時，可假定梁頂受水平力 Q ，按懸臂梁求得梁頂之橫位移為 W_i ，則：

$$C_i = \frac{Q}{W_i} \quad (7)$$

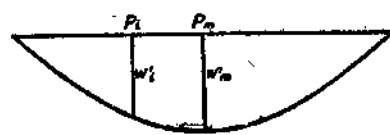
(三) 連拱框架各節點橫位移之決定

用（二）節所求得之 C_i 及 k 值，根據彈性模型理論可求各節點的橫位移曲綫如第 7 圖所示。

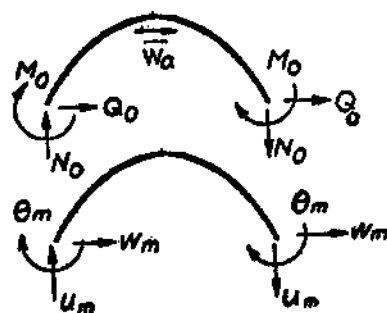
由於連拱框架中各節點處拱及梁柱之連接情況與彈性模型所假定者有區別，因此上述曲綫僅能代表各節點橫位移的相對比例，尚須加以修正，始能得連拱框架中各節點位移的正確數值。

如由第 7 圖求得最大橫位移發生在 P_m 點，則 P_m 點之正確橫位移 W_m 可用下法求取。

因 P_m 點處產生最大橫位移，故可假定其左右鄰二拱末端 L 及 R 點之橫位移 W 、縱位移 u 與角位移 θ ，各與 P_m 梁端之 W_m 、 u_m 及 θ_m 相等。根據此種假定位移情況，利用拱之傾角偏度公式〔見（5）〕可求得：



第 7 圖



第 8 圖

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= a_1 W_m + a_2 u_m + a_3 \theta_m + a_4 \bar{W}_a \\ N_0 &= b_1 W_m + b_2 u_m + b_3 \theta_m + b_4 \bar{W}_a \\ Q_0 &= c_1 W_m + c_2 u_m + c_3 \theta_m + c_4 \bar{W}_a \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 a, b, c 为常数; $\bar{W}_a$ 为拱条所受地震荷载。

其次研究梁之受力及位移情形亦可得:

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= a'_1 W_m + a'_2 u_m + a'_3 \theta_m + a'_4 \bar{W}_b \\ N_0 &= b'_1 W_m + b'_2 u_m + b'_3 \theta_m + b'_4 \bar{W}_b \\ Q_0 &= c'_1 W_m + c'_2 u_m + c'_3 \theta_m + c'_4 \bar{W}_b \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 a', b', c' 为常数; $\bar{W}_b$ 为梁柱所受地震荷载。

由 (8) 及 (9) 式可求得 W_m, u_m 及 θ_m 诸值。

W_m 既求得, 则将弹性模型任何一节点 P_i 处之横位移相对值 W'_i 乘以 $\frac{W_m}{W'_m}$, 即可得各节点横位移之正确值 W_i , 即:

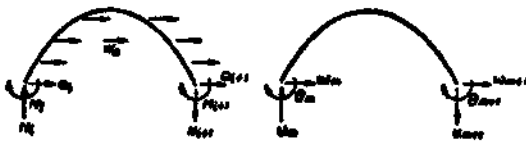
$$W_i = \frac{W_m}{W'_m} W'_i \quad (10)$$

同时亦可值定各节点上的 θ_i 及 u_i 值, 可用下式估计, 即:

$$u_i = \frac{u_m}{W_m} W_i, \quad \theta_i = \frac{\theta_m}{W_m} W_i \quad (10a)$$

(四) 拱及梁柱之应力分析

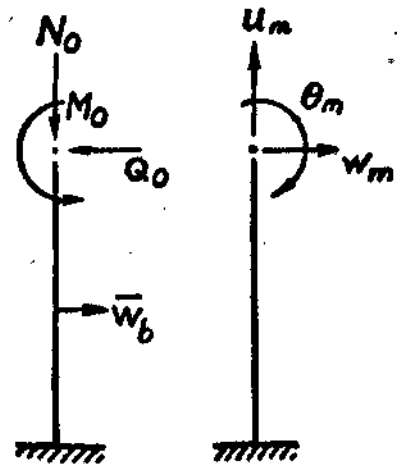
各节点之位移既估定, 即可根据此项位移, 应用拱之值角值度公式计算各拱端之力矩 M 、横力 Q 及纵力 N 。



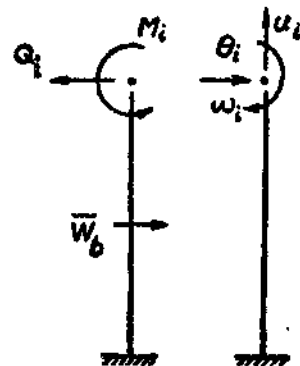
第 10 圖

应用 (三) 计算 W_m 时的分析梁柱的方法, 可求得 P_i 梁柱上的作用力矩及纵、横力:

$$\left. \begin{aligned} M_i &= a'_1 W_i + a'_2 u_i + a'_3 \theta_i + a'_4 \bar{W}_b \\ N_i &= b'_1 W_i + b'_2 u_i + b'_3 \theta_i + b'_4 \bar{W}_b \\ Q_i &= c'_1 W_i + c'_2 u_i + c'_3 \theta_i + c'_4 \bar{W}_b \end{aligned} \right\} \quad (11)$$



第 9 圖

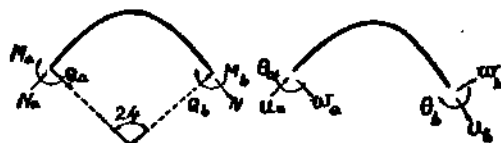


第 11 圖

式中 a' 、 b' 、 c' 为常数； W_b 为梁柱所受地震荷载。

(五) 拱及梁柱的倾角偏度公式与連拱框架之精密分析法

第12圖 (a) 及 (b) 代表拱脚所受的沿半徑向力 Q 、切綫向力 N 、力矩 M ；沿半徑向位移 W 、沿切綫向位移 u 及角位移 θ 。其正的方向如圖所示， 2Φ 为拱之中心角， r 为半徑。



第 12 圖

根据拱的分析研究，可得拱之傾角偏度公式如下：

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(A_1 l_{ab} \theta_a + A_2 l_{ab} \theta_b + A_3 W_a + A_4 W_b + A_5 u_a - A_6 u_b + C_{M_a} \right) \\ N_a &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(A_5 l_{ab} \theta_a - A_6 l_{ab} \theta_b + A_7 W_a - A_8 W_b + A_9 u_a - A_{10} u_b + C_{N_a} \right) \\ Q_a &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(A_3 l_{ab} \theta_a + A_4 l_{ab} \theta_b + A_{11} W_a + A_{12} W_b + A_7 u_a - A_8 u_b + C_{Q_a} \right) \\ M_b &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(A_2 l_{ab} \theta_a + A_1 l_{ab} \theta_b + A_4 W_a + A_3 W_b - A_6 u_a + A_5 u_b + C_{M_b} \right) \\ N_b &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(-A_6 l_{ab} \theta_a + A_5 l_{ab} \theta_b - A_8 W_a + A_7 W_b - A_{10} u_a + A_9 u_b + C_{N_b} \right) \\ Q_b &= \frac{EI}{l_{ab}^3} \left(A_4 l_{ab} \theta_a + A_3 l_{ab} \theta_b + A_{12} W_a + A_{11} W_b - A_8 u_a + A_7 u_b + C_{Q_b} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 $l_{ab} = 2r\Phi$ $I = t^3/12$ (t 为拱之厚度)

$$e = \frac{\sin \Phi}{\Phi} - \cos \Phi$$

$$B = \left(\Phi + \sin \Phi \cos \Phi - \frac{2 \sin^2 \Phi}{\Phi} \right) + \frac{t^2}{12r^2} (\Phi + \sin \Phi \cos \Phi + 2.88(\Phi - \sin \Phi \cos \Phi))$$

$$C = \Phi - \sin \Phi \cos \Phi + \frac{t^2}{12r^2} (\Phi - \sin \Phi \cos \Phi + 2.88(\Phi + \sin \Phi \cos \Phi))$$

$$A_1 = 1 + 2\Phi \left(\frac{e^2}{B} + \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_2 = -1 + 2\Phi \left(-\frac{e^2}{E} + \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_3 = 4\Phi^2 \left(\frac{e \sin \Phi}{B} + \frac{\sin 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_4 = 4\Phi^2 \left(-\frac{e \sin \Phi}{B} + \frac{\sin 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_5 = 4\Phi^2 \left(\frac{e \cos \Phi}{B} - \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_6 = 4\Phi^2 \left(\frac{e \cos \Phi}{B} + \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

(13)

$$A_7 = 8\Phi^3 \left(\frac{\sin 2\Phi}{2B} - \frac{\sin 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_8 = 8\Phi^3 \left(\frac{\sin 2\Phi}{2B} + \frac{\sin 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_9 = 8\Phi^3 \left(\frac{1 + \cos 2\Phi}{2B} + \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_{10} = 8\Phi^3 \left(\frac{1 + \cos 2\Phi}{2B} - \frac{1 - \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_{11} = 8\Phi^3 \left(\frac{1 - \cos 2\Phi}{2B} + \frac{1 + \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

$$A_{12} = 8\Phi^3 \left(-\frac{1 - \cos 2\Phi}{2B} + \frac{1 + \cos 2\Phi}{2C} \right)$$

C_{M_a} 、 C_{M_b} 、 C_{N_a} 、 C_{N_b} 、 C_{Q_a} 及 C_{Q_b} 系假定拱端为固定端时，拱上载重 $\bar{W}_a$ 在 ab 端所產生的力矩、半徑向力及切綫向力。

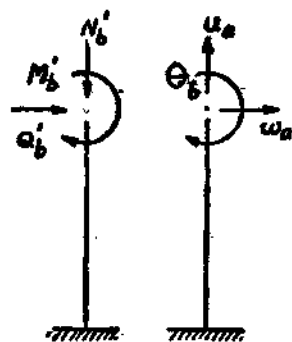
亦可用常法求得各梁柱的傾角偏度公式如下式：

$$\left. \begin{aligned} M'_a &= B_1 h \theta_a + B_2 h \theta_b + B_3 W_a + B_4 W_b + B_5 u_a + B_6 u_b + C_{M_a}' \\ N'_a &= B_5 h \theta_a - B_6 h \theta_b + B_7 W_a - B_8 W_b + B_9 u_a - B_{10} u_b + C_{N_a}' \\ Q'_a &= B_3 h \theta_a + B_4 h \theta_b + B_{11} W_a + B_{12} W_b + B_7 u_a - B_8 u_b + C_{Q_a}' \\ M'_b &= B_2 h \theta_a + B_1 h \theta_b + B_4 W_a + B_3 W_b - B_6 u_a + B_5 u_b + C_{M_b}' \\ N'_b &= -B_6 h \theta_a + B_5 h \theta_b - B_8 W_a + B_7 W_b - B_{10} u_a + B_9 u_b + C_{N_b}' \\ Q'_b &= B_4 h \theta_a + B_3 h \theta_b + B_{12} W_a + B_{11} W_b - B_8 u_a + B_7 u_b + C_{Q_b}' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中： B 为常数， C_{M_a}' 、 C_{M_b}' 、 C_{N_a}' 、 C_{N_b}' 、 C_{Q_a}' 及 C_{Q_b}' 为假定梁柱頂角無位移及角位移时，梁柱所受載重 $\bar{W}_b$ 在 a 及 b 頂角处所引起的力矩及縱、橫向力。

应用傾角偏度法分析一般框架的原則，可以利用(13)及(14)式以分析第1圖(a)所示的連拱框架。在每一節点，例如 a 点处可列出三个方程式即：

$$\left. \begin{aligned} M_a + M'_a &= 0 \\ Q_a + Q'_a &= 0 \\ N_a + N'_a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$



第13圖

因每一節点有二个位移 W 与 u 及一个角位移 θ 为未知数，故方程式的总数与各節点位移的总数相等，因此各節点之 W 、 u 及 θ 均可決定。

解此联立方程式时，可用(一)所述之重演法，其步驟如下：

- (1) 以 u 及 θ 为 0，寫出僅含 Q 及 W 的各个方程式，用重演法求各 W 值。
- (2) 以 u 为 0，并以所求得的 W 值代入 M 及 θ 諸式內，用重演法求 θ 的初值。
- (3) 以所求得的 W 及 θ 代入 N 及 u 諸式內，用重演法求 u 值。
- (4) 以(1)、(2)、(3)步驟所求得的 W 、 u 及 θ 代入 Q 及 W 諸式內，用同法重求 W 值。

(5) 以(2)、(3)、(4)所求得的 W 、 u 及 θ 值代入 M 式內,用同法重求 θ 值。

(6) 以(3)、(4)、(5)所求得的 W 、 u 及 θ 值代入 N 式內,用同法重求 u 值。

(7) 重复(4)、(5)、(6)諸步驟。

如已用以前各章所述的簡捷法求得各節點的 W 、 θ 及 u ,則可自上述第(4)步驟開始。

結 論

連拱壩是一種結構極複雜的建築物,特別在受橫向地震時,精確的應力分析是很難想像的。像現代其他圬工壩的設計方法一樣,實際上問題的主要方面是在確定壩在橫向地震時所起的主要結構作用以便從而估算壩內的主要應力。在緒論中已說明如連拱壩受橫向地震時,主要的結構作用可以連拱框架來代表。這個假定略去了相鄰框架間的切力所發生的次要作用。正像作連拱壩的正常荷重(水壓力)設計時,拱筒按拱條設計,樑牆按懸鏈綫條設計,同樣也可略去次要的切力影響。

把地震載荷當作一種靜力載荷來設計混凝土壩,在現階段還是唯一實際可行的辦法。因為特別是連拱壩,它是一種多自由度的極複雜的結構,按動力學來進行抗震設計目前還很難想像。

本文所介紹的方法是這類結構的抗震設計的三個合理的近似方法,它們應用起來也很簡單方便。

ANALYSIS OF THE STRUCTURAL ACTION OF MULTIPLE ARCH DAM UNDER THE ACTION OF LATERAL EARTHQUAKES.

Prof. Dr. Huang Wen-Hsi

SYNOPSIS

Under the action of lateral earthquakes the structural action of the dam buttress is equivalent to a triangular plate, which is elastically supported along its upstream edge, fixed or supported along the foundation edge, and the downstream edge is free. During lateral earthquakes, the principal bending in the buttress occurs along a direction somewhere between the vertical and the circular arc. Owing to this fact, the principal seismic stresses produced by lateral earthquakes are transmitted through the multiple arch bents formed by the arch elements of the arch barrels and the buttress columns elements of the buttress.

In this investigation we have proposed two methods of analyzing these arched bents. In the "precise method" the slope deflection equations of the circular arch elements are derived, and the bent is analyzed by an iteration procedure, a similar manner as customarily used in analyzing ordinary rigid frames. In the "approximate method", the arched bent is replaced by an elastic model, in which the arch elements are replaced by horizontal springs, and the buttress elements by spring strips. The spring constants of these springs and spring strips are determined in accordance with the elastic properties of the corresponding arch and buttress elements. Using this model the approximate linear and angular displacements of the joints of the arched bent can be speedily determined.

壩垛的懸鏈綫与垛柱厚度

黃文熙

符号:

 γ_c = 混凝土之單位重量 f_c = 混凝土之許可应力

$$C = f_c / \gamma_c$$

$$\alpha = v/c$$

 d_0, d_x = 懸鏈柱在 O 及 x 点处之寬度 t_0, t_x = 懸鏈柱在 O 及 x 点处之厚度 $P_0, P_x =$ 懸鏈柱在 O 及 x 点处之合力 ϕ_0, ϕ_x = 懸鏈柱在 O 及 x 点处与水平向所成之角

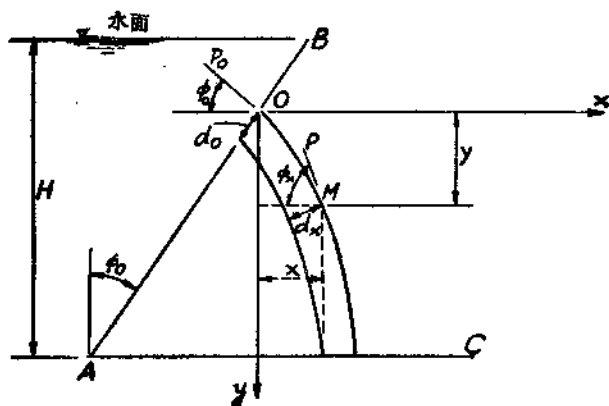
根据第 1 圖

$$\tan \phi_x = \frac{dy}{dx} \quad (1)$$

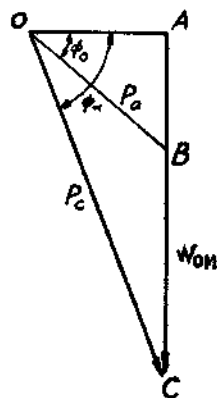
由第2圖之力多边形得:

$$\tan \phi_x = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{OA}} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{BC} &= \gamma_c \int_{x=0}^x t ds \\ \overline{OA} &= P_0 \cos \phi_0, \quad \overline{AB} = P_0 \sin \phi_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



第 1 圖



第2圖

由式(1)、(2)及(3)得:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P_0 \sin \phi_0 + \gamma_c \int_0^x d_x t_x ds}{P_0 \cos \phi_0} \quad (4)$$

以 $ds = \sec \phi_x dx$ 代入上式, 并取 x 之微分, 即得:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\gamma_c d_x t_x \sec \phi}{P_0 \cos \phi_0} \quad (5)$$

今如懸鏈柱各斷面上之应力均为 f_c , 則:

$$f_c = \frac{P_x}{d_x t_x} = \frac{P_0 \cos \phi_0 \sec \phi_x}{d_x t_x} \quad (6)$$

即

$$d_x t_x = \frac{P_0 \cos \phi_0 \sec \phi_x}{f_c} \quad (7)$$

以(7)代入(5)式, 即得:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\gamma_c}{f_c} \sec^2 \phi_x = \frac{1 + \tan^2 \phi_x}{c}$$

或

$$c \frac{d^2y}{dx^2} = 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \quad (8)$$

將此式積分, 并根据边界条件 $x=0, y=0$ 及 $\frac{dy}{dx} = \tan \phi_0$, 可得:

$$y = c \log \frac{\cos \phi_0}{\cos \left(\frac{x + c \phi_0}{c} \right)} \quad (9)$$

因

$$\frac{dy}{dx} = \tan \phi_x = \tan \frac{x + c \phi_0}{c}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= c(\phi_x - \phi_0) \\ y &= c[\log \sec \phi_x - \log \sec \phi_0] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(9)或式(10)为懸鏈柱位置之方程式。

由式(6)得:

$$P_x = P_0 \frac{\sec \phi_x}{\sec \phi_0} \quad (11)$$

$$d_x t_x = \frac{P_x}{f_c} = \frac{P_0}{f_c} \cdot \frac{\sec \phi_x}{\sec \phi_0} = t_0 d_0 \frac{\sec \phi_x}{\sec \phi_0} \quad (12)$$

在第3圖中

$XN \parallel OM$

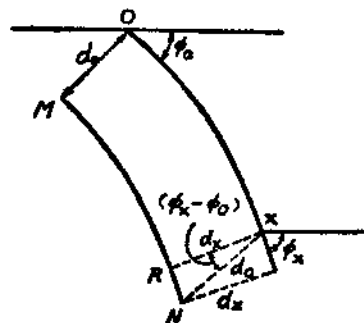
$$\overline{XN} = \overline{OM} = d_0$$

XR 为 X 处之法綫, 故如 OX 及 MN 两个懸鏈綫距离極近, 則 $\overline{XR} = \overline{XN} \cos \angle RXN$

$$\text{即: } d_x = d_0 \cos(\phi_x - \phi_0) \quad (13)$$

代入式(12)得梁柱在 (x, y) 点之厚度为:

$$\begin{aligned} t_x &= t_0 \frac{\sec \phi_x}{\cos(\phi_x - \phi_0) \sec \phi_0} \\ t_x &= t_0 \frac{\sec^2 \phi_x}{1 + \tan \phi_x \tan \phi_0} \end{aligned} \quad (14)$$



第3圖

附注：美國垦务局之設計方法系假定 $d_x = d_0$ ，故得：

$$t_x = t_0 \frac{\sec \phi_x}{\sec \phi_0}$$

$$y = c(\log t_x - \log t_0) \quad (15)$$

这是錯誤的，因为假定 $d_x = d_0$ ，則各垛柱合在一处时，將拼不成一个成整体的梁。

連拱壩彈性模型的自然震動頻率

黃文熙

任何一個建築物如果它底自然震動頻率和地震的自然震動頻率相等或很相接近，在地震時就將發生共鳴作用，建築物即有震塌之可能。

連拱壩底自然震動頻率，尚無法計算，但似可根據連拱框架的彈性模型來估計一個約值，借供設計者的參考。

在梁高相等的彈性模型中，假定在 t 時間 AB 彈簧各點之水平位移可用下式代表：

$$w = X \cos pt$$

內

$$X = \frac{\gamma l}{c} \left[1 - \frac{\cosh \sqrt{\frac{c}{kl}} \frac{x}{2}}{\cosh \sqrt{\frac{c}{kl}} \frac{L}{2}} \right]$$

則在 $t=0$ 時，模型中之位能將為最大，其值為：

$$V = \frac{1}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \left(k \left(\frac{dX}{dx} \right)^2 + \frac{c}{l} X^2 \right) dx$$

在 $\cos pt = 0$ 時，模型中之動能將為最大，其值為：

$$T = \frac{q}{2g} \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 dx$$

即

$$T = \frac{p^2 q}{2g} \int_{-l/2}^{l/2} X^2 dx$$

上式中 q 為 AB 彈簧之單位重量，其中可包括彈條重量之一有效部分。

根據雷累 (Rayleigh) 之原則，當 $V=T$ 時，可得彈性模型之自然震動頻率 p 為：

$$p^2 = \frac{g}{q} \left(\frac{k \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{dX}{dx} \right)^2 dx}{\int_{-l/2}^{l/2} X^2 dx} + \frac{c}{l} \right)$$

由此得：

$$p^2 = \frac{gc}{ql} \left[1 + \frac{\sinh \sqrt{\frac{c}{kl}} L - \sqrt{\frac{c}{kl}} L}{\sqrt{\frac{c}{kl}} L \left(2 + \cosh \sqrt{\frac{c}{kl}} L \right) - 3 \sinh \sqrt{\frac{c}{kl}} L} \right]$$

在求連拱框架的自然震動頻率時，可先根據經過本文(三)節所述之修正位移值；及(二)節之 c 及 h 的約值，反求 c 及 h 之修正值；然後以之代入上式以求連拱框架之自然頻率 p 值。