高职高专
基础类课程规划教材

新世纪

新编经济应用数学

(线性代数 概率论与数理统计)(第四版)

GAOZHI GAOZHUAN
JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

新世纪高职高专教材编审委员会组编
主编 孙守湖 詹耀华

大连理工大学出版社

新世纪
高职高专基础类课程规划教材

新编经济应用数学

（线性代数 概率论与数理统计）
（第四版）

新世纪高职高专教材编审委员会组编

主 编 孙守湖 詹耀华 副主编 胡晓颖 关革强

XINBIAN JINGJI YINGYONG SHUXUE

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新编经济应用数学.线性代数、概率论与数理统计 / 孙守湖,詹耀华主编 . — 4版.
大连 :大连理工大学出版社,2005.8(2006.10重印)
高职高专基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-3331-6

Ⅰ. 新… Ⅱ. ①孙… ②詹… Ⅲ. ①经济数学—高等学校:技术学校—教材
②线性代数—高等学校:技术学校—教材 ③概率论—高等学校:技术学校—教材
④数理统计—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第098737号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路80号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:15.25 字数:334千字
印数:27001 ~ 33000
2002年8月第1版 2005年8月第4版
2006年10月第7次印刷

责任编辑:赵 部 责任校对:楚信谱
封面设计:波 朗

定 价:22.00元

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高职教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走研究型（也是一种特殊应用）人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，它从专科层次起步，进而应用本科教育、应用硕士教育、应用博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高等职业教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的（同时也正处在变革分化过程中的）研究型人才培养的教育并驾齐驱，还需要假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高职高专教材编审委员会就是由全国100余所高职高专院校和出版单位组成的旨在以推动高职高专教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职高专教材的特色建设为己任，始终会从高职高专教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职高专教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的运作模式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职高专教学成果，探索高职高专教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职高专院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高职高专教材编审委员会在推进高职高专教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意，也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高职高专教材编审委员会

2001年8月18日

第四版前言

《新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计)》(第四版)是新世纪高职高专编委会组编的基础类课程规划教材之一,也是《新编经济应用数学》的第二分册。

以往的《经济应用数学》大多与普通高等数学没有什么区别,这始终是从事经济应用数学教学的教师们的一个挥之不去的遗憾。因此,组编一部适合高职财经类各专业需要的富有特色的经济应用数学教材的良好愿望推动我们完成了《新编经济应用数学》(第一版)的出版。

《新编经济应用数学》(第一版)提出了一种非常好的思想,就是将数学的相关知识与经济过程中的实际应用联系起来,即在每一部分数学知识的讲述中引进经济应用模型,这是一种有突破意义的贡献。它使经济应用数学向着自己真正意义上的独立分支方面迈出了至关重要的一步。

经过第一版的试用,并结合教学实践,我们又陆续推出了第二版、第三版教材,不断地实践着编委会教材建设的创新理念——教材建设是建立在教学实践基础上的教材的不断深化、不断完善的过程,不曾停顿过教材修订、完善的脚步。

从一线教师经过一年多的教学实践后反馈的信息来看,第三版教材中还存在这样或那样的不足,这促使我们在第三版的基础上做了更为彻底的改进。具体的改进和调整主要体现在以下几个方面:

1.进一步强化了图形与实例说明,降低了学生掌握同等程度知识的难度。

2.适当地增加了习题数量,并在难易程度上做了比较好的把握,更利于学生消化所学的内容。

3.在每篇的数学模型与应用部分,剔除了部分陈旧的例题和习题,新增了一些实用性强、贴近生活的例题和习题,使之与经济应用的联系更紧密。

经过改进和调整,本教材具有如下特点:

1.结构上。本教材分两篇,线性代数、概率论与数理

统计;在模块划分上分为两个模块,基本理论和数学模型与应用。线性代数部分介绍了投入产出和线性规划数学模型;概率论与数理统计部分介绍了风险型决策数学模型和工序质量控制数学模型。本教材每篇后均配有知识结构图,书后配有综合测试题,使全书脉络清晰,便于教师讲授,更利于学生理解。

2.内容上。为了适应高职教育培养实用型人才的需要,对定理证明及理论性过强的内容做了适当的淡化处理,主要利用图形及实例加以直观说明,降低了学生掌握同等程度知识的难度;习题量适中,在难易程度上做了很好的把握,有利于学生消化所学内容,提高数学建模的能力;全书可读性、趣味性强,有利于培养学生学习数学的兴趣。

3.附录中介绍了 Mathematica 软件在经济应用数学计算中的应用。通过对该软件的介绍,进一步使学生了解应用计算机快捷地解决数学问题的方法,同时也为学生毕业后从事该职业岗位工作奠定一定的基础。

4.突出了经济性和应用性,所选数学模型贴近生活实际,使经济与数学恰到好处地结合在一起。

本教材由辽宁经济职业技术学院孙守湖、辽宁金融职业学院詹耀华任主编,辽宁经济职业技术学院胡晓颖、广西工业职业技术学院关革强任副主编。各篇具体分工如下:第三篇第一部分由詹耀华、孙守湖编写;第三篇第二部分由詹耀华编写;第四篇的 4.1.1~4.1.5由胡晓颖编写;第四篇的 4.1.6~4.1.8 由孙守湖、关革强编写;第四篇的 4.2.1 由孙守湖、胡晓颖编写;第四篇的 4.2.2、"数学史话"及习题参考答案由关革强编写;复习题四、综合测试题(一)、(二)及附录由孙守湖编写。

尽管我们在《新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计)》(第四版)的特色建设方面做出了很多的努力,但由于能力和水平所限,不当之处仍在所难免,恳请各相关教学单位和读者在使用本教材的过程中继续给予关注,并将意见和建议及时反馈给我们,以便下次修订时改进。

所有意见、建议请发往:gzjckfb@163.com
联系电话:0411-84707604　13352244668

编　者
2005 年 8 月

第三版前言

《新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计)》(第三版)是新世纪高职高专编委会推出的高等职业教育基础类课程规划教材之一,也是《新编经济应用数学》(第三版)的第二分册。

随着科学技术的迅速发展,计算机的广泛使用,标志着现代数学以技术化的方式迅速地渗透到人们的日常生活的各个领域,科学的决策、精确的计划、工程设计、控制过程、产品营销、质量管理、可靠性分析,以至于股市商情、天气预报、生物医学、农业等都离不开数学。面对信息社会和知识经济定量化、数学化发展的必然趋势,作为新世纪的人才必须学习和掌握一定的应用数学知识,以适应将来工作的需要,并打下进一步学习其他学科的基础。本书便是适应这一社会需求,为高等职业教育各类专业编写的经济应用数学教材。

为适应高职这一新型专业的需求和新世纪对人才素质全面发展的要求,结合各兄弟院校使用《新编经济应用数学》(第二版)教材反馈的意见,我们在本次修订中除保留了第二版教材基本理论和数学模型与应用的模块式体系外,对存在的不足作了更为彻底的改进与创新,主要体现在以下几个方面:

一、不追求理论的完整性,在基本理论和联系实际的内容取舍上,均以“必须、够用”为度,突出数学思想和方法的引导,着重培养学生计算能力和分析解决实际问题的能力。

二、强调理论联系实际,通过身边发生的令人感兴趣的实际问题,引入数学概念,讲解基本原理,让学生意识到数学就在身边。

新世纪

三、在数学模型与应用中删繁就简,理清解题脉络,降低同等程度知识掌握上的难度,语言通俗精练,有利于启发式教学,方便学生自学。

四、引入了初步的数学建模思想和数值计算软件 Mathematica 的使用,有利于学生提高应用计算机进行数值计算的能力,培养学生解决实际问题的兴趣和能力。

五、增加了线性代数、概率论与数理统计中一些有趣味的数学史,开阔学生的眼界,激发学生的兴趣。

六、在深度把握上力求难易适中,习题的选择与教学内容衔接更紧密,例题与习题相匹配,便于学生消化所学知识。

七、在第三、四篇后增加了复习题部分,在复习题的选择上典型全面,便于巩固基础知识,提高基本技能。

八、本教材呈模块式结构,便于组合,以适合不同专业、不同层次的教学要求。

本教材由辽宁经济职业技术学院孙守湖、周爱军任主编,辽宁金融职业技术学院詹耀华、盘锦职业技术学院宿彦莉任副主编。编写分工如下:第三篇第一部分由宿彦莉编写,第三篇第二部分由詹耀华编写,第四篇第一部分及附表由孙守湖编写,第四篇第二部分及附录由周爱军编写。此外,广西工业职业技术学院的关革强老师审阅了全部书稿,在此谨致谢忱。

虽然我们力争做到既为读者进一步学习打下牢固的基础,又能使读者初步掌握用经济应用数学的基本方法解决实际问题的能力,但由于专业之间的差别而导致对课程的教学内容要求的差别,特别是编者对高职经济应用数学特色建设的探索还未臻完美,教材中仍难免存在不足之处,恳请各相关高职院校和读者在使用本教材的过程中给予关注,并将意见及时反馈给我们,以便修订时完善。

所有意见、建议请发往:gzjckfb@163.com

联系电话:0411 - 84707604

编者

2004 年 8 月

目　录

第三篇　线性代数

第四篇　概率论与数理统计

第三篇

线性代数

在一个函数、方程或不等式中,如果所出现的数学表达式是关于未知数或变量的一次式,那么这个函数、方程或不等式就称为线性函数、线性方程或线性不等式。如果从一个实际问题中归纳出来的数学模型中出现的函数、方程或不等式都是线性的,我们就称这个数学模型为线性模型。在经济管理活动中,许多变量之间存在着或近似存在着线性关系,使得对这种关系的研究显得尤为重要。许多非线性关系也可转化为线性关系。线性代数是研究线性关系的最基本的数学工具,投入产出、线性规划数学模型是最常见的线性模型。它们在数据计算、信息处理、均衡生产、减少消耗、增加产出等方面有着广泛的应用,是我们改善企业生产经营管理、提高经济效益的有用工具。本篇主要介绍研究线性代数的重要工具——行列式和矩阵,并探讨它们的应用即线性方程组的求解问题,最后介绍投入产出数学模型和线性规划数学模型及运输问题数学模型。

第一部分

基本理论

3.1.1 行列式的概念

在初等代数中，用加减消元法求解二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \tag{1}$$

可得

$$\begin{cases} (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12} \\ (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21} \end{cases}$$

若 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$，则方程组的解为

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ x_2 = \dfrac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases}$$

为了研究和记忆的方便，引入二阶行列式的概念。

定义 1 由 2^2 个数组成的记号 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 表示数值 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$，称它为**二阶行列式**，用 D 来表示，即

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

其中，a_{11}、a_{12}、a_{21} 和 a_{22} 称为这个二阶行列式的**元素**；横排称为**行**，竖排称为**列**；从左上角到右下角的对角线称为行列式的**主对角线**，从右上角到左下角的对角线称为行列式的**次对角线**。

利用二阶行列式的概念，如果记 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$，$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$，$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$，可得二元一次线性方程组(1)，当所有未知数的系数组成的行列式 $D \neq 0$ 时，方程组有惟

一解,它的解可以表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\ x_2=\frac{D_2}{D}$$

用行列式求解线性方程组,必须要注意:

(1)分母 D 是由方程组的未知数的系数按原来顺序排列而成的行列式,D 称为**系数行列式**;

(2)第一个未知数 x_1 的分子 D_1 是用常数项 b_1、b_2 分别代替系数行列式 D 中 x_1 的系数 a_{11}、a_{21}后构成的行列式;第二个未知数 x_2 的分子 D_2 是用常数项 b_1、b_2 分别代替系数行列式 D 中 x_2 的系数 a_{12}、a_{22}后构成的行列式;

(3)如果系数行列式 $D\neq0$,那么线性方程组有惟一解

$$x_1=\frac{D_1}{D},\ x_2=\frac{D_2}{D}$$

【例 1】 解二元一次方程组$\begin{cases}3x_1+2x_2=5\\x_1-4x_2=-3\end{cases}$。

解 因为$D=\begin{vmatrix}3&2\\1&-4\end{vmatrix}=3\times(-4)-2\times1=-14\neq0$

$$D_1=\begin{vmatrix}5&2\\-3&-4\end{vmatrix}=5\times(-4)-2\times(-3)=-14$$

$$D_2=\begin{vmatrix}3&5\\1&-3\end{vmatrix}=3\times(-3)-5\times1=-14$$

所以,$x_1=\frac{D_1}{D}=1$,$x_2=\frac{D_2}{D}=1$。

类似地,讨论含有三个未知数的线性方程组的求解问题,可引入三阶行列式。

定义 2 由 3^2 个数组成的记号$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$表示数值

$$a_{11}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

称它为**三阶行列式**。

即

$$D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

三阶行列式由 3^2 个元素以三行三列组成,它表示 $3!=6$ 项的代数和,其中正负项各

半，每一项都是取不同行不同列的 3 个元素的乘积。如图 3-1所示，实连线的三个元素之积带正号，虚连线的三个元素之积带负号。

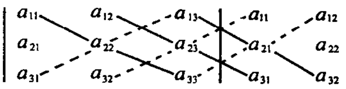

图 3-1

【例 2】 计算三阶行列式$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$的值。

解
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\times(-7)\times(-1)+2\times 0\times 2+3\times(-3)\times 1$$
$$-2\times(-7)\times 1-(-3)\times 0\times 1-2\times 3\times(-1)=18$$

由二、三阶行列式的概念类似的可得 n 阶行列式的定义。

定义 3 由 n^2 个数组成的记号 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$表示数值

$$(-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+(-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+\cdots$$
$$+(-1)^{1+n}a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix}$$

称它为 **n 阶行列式**。

n 阶行列式是由 n 行 n 列共 n^2 个元素组成。它表示 $n!$ 项的代数和，其中正负项各半，每一项都是取不同行不同列的 n 个元素的乘积。其中元素 $a_{11},a_{22},\cdots,a_{nn}$所在的对角线称为行列式的**主对角线**。

【例 3】 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$的值。

解 根据定义，有

$$D=(-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=\cdots\cdots$$

$$=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

例 3 所示的行列式，其主对角线上方的元素皆为零，称为**下三角形行列式**；同样，主对角线下方的元素全为零的行列式称为**上三角形行列式**，其形式为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

下三角形行列式与上三角形行列式统称为**三角形行列式**。

由上例可知，下三角形行列式的值等于主对角线元素之积。

习题 3.1.1

1. 用行列式求解下列线性方程组：

(1)$\begin{cases} 2x_1+x_2=6 \\ -x_1+2x_2=2 \end{cases}$　(2)$\begin{cases} x_1+x_2=-3 \\ 7x_1-4x_2=12 \end{cases}$　(3)$\begin{cases} 2x-y+3z=3 \\ 3x+y-5z=0 \\ 4x-y+z=3 \end{cases}$

2. 计算行列式：

(1)$\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$　(2)$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

3. 已知$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix}=0$，求 x 的值。

4. 计算行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$的值。

5. 验证下列等式：

(1) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$　　(2) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

3.1.2 行列式的性质

三阶及三阶以上的行列式根据定义来计算是比较复杂的。例如，一个三阶行列式是6项的代数和，一个五阶行列式就是120项的代数和，因此有必要讨论行列式的性质，进而来简化行列式的计算。

下面给出 n 阶行列式的基本性质。

定义 将行列式 D 的行变为相应的列，得到新的行列式，称它为行列式 D 的**转置行列式**，记作 D^{T}。

例如，令 $D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$，那么 D 的转置行列式就是

$$D^{\mathrm{T}} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

性质1 行列式转置后其值不变，即 $D^{\mathrm{T}} = D$。

此性质说明行列式对行成立的性质对列也成立。

【例1】 计算上三角行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \text{的值。}$$

解 应用行列式的性质1及定义得

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

这样，我们得出结论：三角形行列式的值都等于其主对角线上所有元素的乘积。

性质2 交换行列式的两行(或两列)，行列式的值变号，即