

责任编辑:菲
封面设计:点知教育



搜狐教育频道推荐用书
sohu.com

编写说明

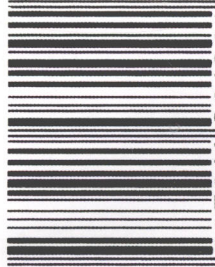
北京点知教育研究院编写的《2005年全国省市高考试卷总汇及详解》自6月15日上市以来受到全国各地师生的广泛好评。他们一致认为本试卷保留了高考真题的原貌,设计科学,解析详尽。为了最大限度的使更多的读者欣赏到2005年全国省市高考真题,我院特推出了《2005年全国省市高考试卷总汇及详解》**经济版**。本试卷保留了高考真题的全部内容,在形式上做了适当调整,答案只做了部分解析。读者可根据自己的需求选择使用。

欢迎登陆“点知教育”网(www.dzedu.com.cn)

语文 5.00 元	英语 5.00 元	数学(文) 7.00 元
文综 5.50 元	理综 5.00 元	数学(理) 7.00 元

英语另配原版听力磁带(2盒 20元)

ISBN 7-81108-109-1



9 787811 081091 >

ISBN 7-81108-109-1/G·329

定价:34.00 元(全6册)

点知教育

2005年全国省市 高考试卷总汇及详解

北京点知教育研究院 编写

经济版

数学(文)

中央民族大学出版社

轻松高考·2005 年全国各省市高考试卷总汇及详解(数学·文)

出版者:中央民族大学出版社

北京市海淀区中关村南大街 27 号

邮编:100081

电话:(发行部)68472815 68933837

传真:68932751

电话:(总编室)68932218

传真:68932447

印刷者:北京市施园印刷厂

发行者:全国各地新华书店

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:30 字数:640 千字

版次:2005 年 6 月第 1 版 2005 年 6 月第 1 次印刷

书号:ISBN 7-81108-109-1/G·329

定价:34.00 元(全 6 册)

如有印刷质量问题,印厂负责调换。

目 录

(文科数学)

◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 I)	(1-1)
(本试卷由河北、河南、山西、海南等地采用)	
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 II)	(2-1)
(本试卷由广西、黑龙江、吉林等地采用)	
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 III)	(3-1)
(本试卷由甘肃、四川、云南、陕西等地采用)	
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)	(4-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)	(5-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(上海卷)	(6-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)	(7-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)	(8-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)	(9-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(福建卷)	(10-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(湖北卷)	(11-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)	(12-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)	(13-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(江西卷)	(14-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)	(15-1)
◆ 2005 年普通高等学校招生全国统一考试(江苏卷)	(16-1)
◆ 参考答案及详解	(答-1)

文科数学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

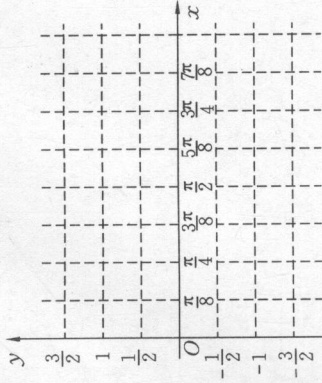
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设直线 l 过点 $(-2, 0)$, 且与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相对, 则 l 的斜率是 ()
- A. ± 1 B. $\pm \frac{1}{2}$ C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\pm \sqrt{3}$
2. 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是 ()
- A. $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$ B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$ D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$
3. 一个与球心距离为 1 的平面截球所得的圆面面积为 π , 则球的表面积为 ()
- A. $8\sqrt{2}\pi$ B. 8π C. $4\sqrt{2}\pi$ D. 4π
4. 函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 9$, 已知 $f(x)$ 在 $x = -3$ 时取得极值, 则 $a =$ ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 已知 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, 且 $\triangle ADE, \triangle BCF$ 均为正三角形, $EF \parallel AB, EF = 2$, 则该多面体的体积为 ()
- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$
6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的一条准线与抛物线 $y = -6x$ 的准线重合, 则该双曲线的离心率为 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
7. 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x + 8 \sin^2 x}{\sin 2x}$ 的最小值为 ()
- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{3}$
8. $y = \sqrt{2x - x^2} (1 \leq x \leq 2)$ 的反函数是 ()
- A. $y = 1 + \sqrt{1 - x^2} (-1 \leq x \leq 1)$

- ③ 四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 的投影一定是正方形。
- ④ 平面 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$ 。
- 以上结论正确的为 _____。(写出所有正确结论的编号)

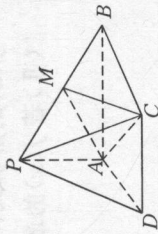
三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)
- 设函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$, $(-\pi < \varphi < 0)$, $y = f(x)$ 图象的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 。



- (I) 求 φ ;
- (II) 求函数 $y = f(x)$ 的单调增区间;
- (III) 画出函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的图象。

18. (本小题满分 12 分)
- 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形, $AB \parallel DC, \angle DAB = 90^\circ, PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = AD = DC = \frac{1}{2}AB = 1$, M 是 PB 的中点。
- (I) 证明:面 $PAD \perp$ 面 PCD ;
- (II) 求 AC 与 PB 所成的角;
- (III) 求面 AMC 与面 BMC 所成二面角的大小。



19. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的二次项系数为 a , 且不等式 $f(x) > -2x$ 的解集为 $(1, 3)$.

- (I) 若方程 $f(x) + 6a = 0$ 有两个相等的根, 求 $f(x)$ 的解析式;
(II) 若 $f(x)$ 的最大值为正数, 求 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

9 粒种子分种在甲、乙、丙 3 个坑内, 每坑 3 粒, 每粒种子发芽的概率为 0.5. 若一个坑内至少有 1 粒种子发芽, 则这个坑不需要补种; 若一个坑内的种子都没发芽, 则这个坑需要补种.

- (I) 求甲坑不需要补种的概率;
(II) 求 3 个坑中恰有 1 个坑不需要补种的概率;
(III) 求有坑需要补种的概率. (精确到 0.001)

21. (本小题满分 12 分)

设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = \frac{1}{2}$, 前 n 项和为 S_n , 且 $2^{10}S_{30} - (2^{10} + 1)S_{20} + S_{10} = 0$.

- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项;
(II) 求 $\{nS_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. (本小题满分 14 分)

已知椭圆的中心为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上. 斜率为 1 且过椭圆右焦点 F 的直线交椭圆于 A, B 两点, $\vec{OA} + \vec{OB}$ 与 $a = (3, -1)$ 共线.

- (I) 求椭圆的离心率;
(II) 设 M 为椭圆上任意一点, 且 $\vec{OM} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 证明: $\lambda^2 + \mu^2$ 为定值.



文科数学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 1. 函数 $f(x) = |\sin x + \cos x|$ 的最小正周期是 ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π
- 2. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q, R 分别是 AB, AD, B_1C_1 的中点. 那么, 正方体的过 P, Q, R 的截面图形是 ()
A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形
- 3. 函数 $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ ($x \leq 0$) 的反函数是 ()
A. $y = \sqrt{(x+1)^3}$ ($x \geq -1$)
B. $y = -\sqrt{(x+1)^3}$ ($x \geq -1$)
C. $y = \sqrt{(x+1)^3}$ ($x \geq 0$)
D. $y = -\sqrt{(x+1)^3}$ ($x \geq 0$)
- 4. 已知函数 $y = \tan \omega x$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内是减函数, 则 ()
A. $0 < \omega \leq 1$ B. $-1 \leq \omega < 0$
C. $\omega \geq 1$ D. $\omega \leq -1$
- 5. 抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4, 则点 A 与抛物线焦点的距离为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 6. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是 ()
A. $y = \pm \frac{2}{3}x$ B. $y = \pm \frac{4}{9}x$
C. $y = \pm \frac{3}{2}x$ D. $y = \pm \frac{9}{4}x$
- 7. 如果数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 ()
A. $a_1 + a_8 \leq a_4 + a_5$ B. $a_1 + a_8 = a_4 + a_5$
C. $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$ D. $a_1 a_8 = a_4 a_5$
- 8. $(x - \sqrt{2}y)^{10}$ 的展开式中 $x^6 y^4$ 项的系数是 ()
A. 840 B. -840 C. 210 D. -210
- 9. 已知点 $A(\sqrt{3}, 1), B(0, 0), C(\sqrt{3}, 0)$. 设 $\angle BAC$ 的平分线 AE 与 BC 相交于 E , 那么有 $\overrightarrow{BC} = \lambda \overrightarrow{CE}$, 其中 λ

的编号)

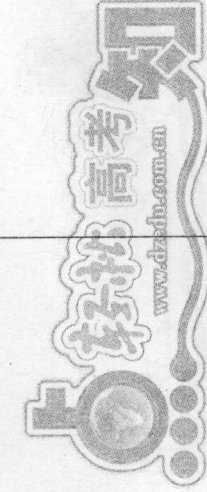
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知 α 为第二象限的角, $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \beta$ 为第一象限的角, $\cos \beta = \frac{5}{13}$. 求 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

甲、乙两队进行一场排球比赛, 根据以往经验, 单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6. 本场比赛采用五局三胜制, 即先胜三局的队获胜, 比赛结束. 设各局比赛相互间没有影响, 求
(I) 前三局比赛甲队领先的概率;
(II) 本场比赛乙队以 3:2 取胜的概率.
(精确到 0.001)



第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

- 13. 在 $\frac{8}{3}$ 和 $\frac{27}{2}$ 之间插入三个数, 使这五个数成等比数列, 则插入的三个数的乘积为 _____.
- 14. 圆心为 $(1, 2)$ 且与直线 $5x - 12y - 7 = 0$ 相切的圆的方程为 _____.
- 15. 在由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 所组成的没有重复数字的四位数中, 不能被 5 整除的数共有 _____ 个.
- 16. 下面是关于三棱锥的四个命题:
① 底面是等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥;
② 底面是等边三角形, 侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥;
③ 底面是等边三角形, 侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥;
④ 侧棱与底面所成的角都相等, 且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.
其中, 真命题的编号是 _____.

19. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项为不同的正数的等差数列, $\lg a_1, \lg a_2, \lg a_4$ 成等差数列. 又 $b_n = \frac{1}{a_n^{2^n}}, n=1, 2, 3, \dots$.

(I) 证明 $\{b_n\}$ 为等比数列;

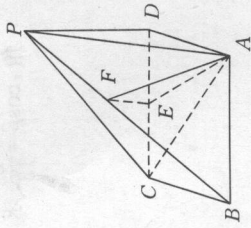
(II) 如果数列 $\{b_n\}$ 前 3 项的和等于 $\frac{7}{24}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 和公差 d .

20. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD, AD=PD, E, F$ 分别为 CD, PB 的中点.

(I) 求证: $EF \perp$ 平面 PAB ;

(II) 设 $AB=\sqrt{2}BC$, 求 AC 与平面 AEF 所成的角的大小.



21. (本小题满分 12 分)

设 a 为实数, 函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + a$.

(I) 求 $f(x)$ 的极值;

(II) 当 a 在什么范围内取值时, 曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴仅有一个交点.

22. (本小题满分 14 分)

P, Q, M, N 四点都在椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 上, F 为椭圆

在 y 轴正半轴上的焦点. 已知 $\overrightarrow{PF}$ 与 $\overrightarrow{FQ}$ 共线, $\overrightarrow{MF}$ 与 $\overrightarrow{FN}$ 共线, 且 $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$, 求四边形 $PMQN$ 的面积的最小值和最大值.



文科数学(理:必修+选修Ⅱ)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 α 为第三象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是 ()
A. 第一或第二象限 B. 第二或第三象限
C. 第一或第三象限 D. 第二或第四象限
2. 已知过点 $A(-2, m)$ 和 $B(m, 4)$ 的直线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 平行,则 m 的值为 ()
A. 0 B. -8 C. 2 D. 10
3. 在 $(x-1)(x+1)^8$ 的展开式中 x^5 的系数是 ()
A. -14 B. 14 C. -28 D. 28
4. 设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V , P, Q 分别是侧棱 AA_1, CC_1 上的点,且 $PA = QC_1$,则四棱锥 $B-APQC$ 的体积为 ()
A. $\frac{1}{6}V$ B. $\frac{1}{4}V$ C. $\frac{1}{3}V$ D. $\frac{1}{2}V$
5. 设 $3^x = \frac{1}{7}$, 则 ()
A. $-2 < x < -1$ B. $-3 < x < -2$
C. $-1 < x < 0$ D. $0 < x < 1$
6. 若 $a = \frac{\ln 2}{2}, b = \frac{\ln 3}{3}, c = \frac{\ln 5}{5}$, 则 ()
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$
C. $c < a < b$ D. $b < a < c$
7. 设 $0 \leq x \leq 2\pi$, 且 $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$, 则 ()
A. $0 \leq x \leq \pi$ B. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{7\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
8. $\frac{2\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha} =$ ()
A. $\tan \alpha$ B. $\tan 2\alpha$

学生座谈摄影,如果选出的是 5 位“喜欢”摄影的同学,1 位“不喜欢”摄影的同学和 3 位执“一般”态度的同学,那么全班学生中“喜欢”摄影的比全班人数的一半还多 _____ 人.

14. 已知向量 $\vec{OA} = (k, 12), \vec{OB} = (4, 5), \vec{OC} = (-k, 10)$, 且 A, B, C 三点共线,则 $k =$ _____.

15. 曲线 $y = 2x - x^3$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为 _____.

16. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, BC = 3, AC = 4, P$ 是 AB 上的点,则点 P 到 AC, BC 的距离乘积的最大值是 _____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

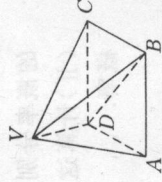
17. (本小题满分 12 分)
已知函数 $f(x) = 2\sin^2 x + \sin 2x, x \in [0, 2\pi]$. 求使 $f(x)$ 为正值的 x 的集合.



19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $V-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,侧面 VAD 是正三角形,平面 $VAD \perp$ 底面 $ABCD$.

- (I) 证明: $AB \perp$ 平面 AVD .
- (II) 求面 VAD 与面 VDB 所成的二面角的大小.

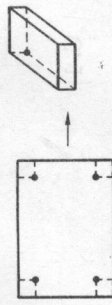


20. (本小题满分 12 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中,公差 $d \neq 0$, a_2 是 a_1 与 a_4 的等比中项,已知数列 $a_1, a_3, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}$ 成等比数列,求数列 $\{k_n\}$ 的通项 k_n .

21. (本小题满分 12 分)

用长为 90 cm,宽为 48 cm 的长方形铁皮做一个无盖的容器,先在四角分别截去一个小正方形,然后把四边翻转 90° 角,再焊接而成(如图),问该容器的容积为多少时,容器的容积最大? 最大容积是多少?



22. (本小题满分 14 分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点在抛物线 $y = 2x^2$ 上, l 是 AB 的垂直平分线,
(I) 当且仅当 $x_1 + x_2$ 取何值时,直线 l 经过抛物线的焦点 F ? 证明你的结论;
(II) 当 $x_1 = 1, x_2 = -3$ 时,求直线 l 的方程.



文科数学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分.考试时间 120 分钟.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题,共 40 分)

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选择出符合题目要求的一项.

1. 设集合 $M = \{x | x > 1\}$, $P = \{x | x^2 > 1\}$, 则下列关系正确的是 ()
- A. $M = P$ B. $P \subsetneq M$
- C. $M \subsetneq P$ D. $M \cup P = R$
2. 为了得到函数 $y = 2^{x-3} - 1$ 的图象,只需把函数 $y = 2^x$ 的图象上所有的点 ()

- A. 向右平移 3 个单位长度,再向下平移 1 个单位长度
- B. 向左平移 3 个单位长度,再向下平移 1 个单位长度
- C. 向右平移 3 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度
- D. 向左平移 3 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度

3. “ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$ 相互垂直”的 ()
- A. 充分必要条件 B. 充分而不必要条件
- C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. $|a| = 1, |b| = 2, c = a + b$, 且 $c \perp a$, 则向量 a 与 b 的夹角为 ()
- A. 30° B. 60°
- C. 120° D. 150°

5. 从原点向圆 $x^2 + y^2 - 12y + 27 = 0$ 作两条切线,则这两条切线的夹角的大小为 ()
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

6. 对任意的锐角 α, β , 下列不等式关系中正确的是 ()
- A. $\sin(\alpha + \beta) > \sin\alpha + \sin\beta$
- B. $\sin(\alpha + \beta) > \cos\alpha + \cos\beta$
- C. $\cos(\alpha + \beta) < \sin\alpha + \sin\beta$
- D. $\cos(\alpha + \beta) < \cos\alpha + \cos\beta$

- $P_{k+1}(x) = xP_k(x) + a_{k+1}(k=0,1,2,\dots,n-1)$. 利用该算法,计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 6 次运算. 计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需 _____ 次运算.
- 三、解答题:本大题共 6 小题,共 80 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 12 分)

已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 求:

(I) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(II) $\frac{6\sin\alpha + \cos\alpha}{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}$ 的值.

16. (本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=3, BC=$

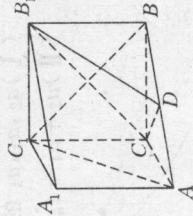
4, $AB=5, AA_1=4$,

点 D 是 AB 的中点.

(I) 求证 $AC \perp BC_1$;

(II) 求证 $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;

(III) 求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值



17. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1=1, a_{n+1}=\frac{1}{3}S_n, n=1, 2, 3, \dots$. 求:

- (I) a_2, a_3, a_4 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2n}$ 的值.

18. (本小题满分 13 分)

甲、乙两人各进行 3 次射击, 甲每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙每次击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$. 求:

- (I) 甲恰好击中目标 2 次的概率;
- (II) 乙至少击中目标 2 次的概率;
- (III) 乙恰好比甲多击中目标 2 次的概率;

19. (本小题满分 14 分)

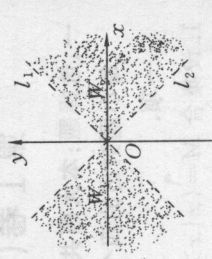
已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + a$.

- (I) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;
- (II) 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为 20, 求它在该区间上的最小值.

20. (本小题满分 14 分)

如图, 直线 $l_1: y=kx (k>0)$ 与直线 $l_2: y=-kx$ 之间的阴影区域 (不含边界) 记为 W , 其左半部分记为 W_1 , 右半部分记为 W_2 .

- (I) 分别用不等式组表示 W_1 和 W_2 ;
- (II) 若区域 W 中的动点 $P(x, y)$ 到 l_1, l_2 的距离之积等于 d^2 , 求点 P 的轨迹 C 的方程;
- (III) 设不过原点 O 的直线 l 与 (II) 中的曲线 C 相交于 M_1, M_2 两点, 且与 l_1, l_2 分别交于 M_3, M_4 两点. 求证: $\triangle OM_1 M_2$ 的重心与 $\triangle OM_3 M_4$ 重心重合.



数学(文史类)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分.考试时间用 120 分钟.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题,共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 3 \text{ 且 } x \in \mathbb{N}\}$ 的真子集的个数是 ()
A. 16 B. 8 C. 7 D. 4
2. 已知 $\log_{\frac{1}{2}} b < \log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} c$, 则 ()
A. $2^b > 2^a > 2^c$ B. $2^a > 2^b > 2^c$
C. $2^c > 2^b > 2^a$ D. $2^c > 2^a > 2^b$
3. 某人射击一次击中目标的概率为 0.6, 经过 3 次射击, 此人恰有两次击中目标的概率为 ()
A. $\frac{81}{125}$ B. $\frac{54}{125}$ C. $\frac{36}{125}$ D. $\frac{27}{125}$
4. 将直线 $2x - y + \lambda = 0$ 沿 x 轴向左平移 1 个单位, 所得直线与圆 $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 相切, 则实数 λ 的值为 ()
A. -3 或 7 B. -2 或 8 C. 0 或 10 D. 1 或 11
5. 设 α, β, γ 为平面, m, n, l 为直线, 则 $m \perp \beta$ 的一个充要条件是 ()
A. $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \perp l$ B. $\alpha \cap \gamma = m, \alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$
C. $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, m \perp \alpha$ D. $n \perp \alpha, n \perp \beta, m \perp \alpha$

6. 设双曲线以椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 长轴的两个端点为焦点, 其准线过椭圆的焦点, 则双曲线的渐近线的斜率为 ()
A. ± 2 B. $\pm \frac{4}{3}$ C. $\pm \frac{1}{2}$ D. $\pm \frac{3}{4}$
7. 给出下列三个命题:
① 若 $a \geq b > -1$, 则 $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$;
② 若正整数 m 和 n 满足 $m \leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)} \leq \frac{n}{2}$;
③ 设 $P(x_1, y_1)$ 为圆 $O_1: x^2 + y^2 = 9$ 上任一点, 圆 O_2 以 $Q(a, b)$ 为圆心且半径为 1. 当 $(a-x_1)^2 + (b-y_1)^2 = 1$ 时, 圆 O_1 与圆 O_2 相切.

13. 如图, $PA \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$ 且 $PA = AC = BC = a$. 则异面直线 PB 与 AC 所成角的正切值等于 ____.
14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2$, 且 $a_{n+2} - a_n = 1 + (-1)^n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $S_{10} =$ ____.

15. 设函数 $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$, 则函数 $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的定义域为 ____.
16. 在三角形的每条边上各取三个分点(如图). 以这 9 个分点为顶点可画出若干个三角形. 若从中任意抽取一个三角形, 则其三个顶点分别落在原三角形的三条不同边上的概率为 ____ (用数字作答).

三、解答题:本大题共 6 小题,共 76 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$, $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, 求 $\sin \alpha$ 及 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 76 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

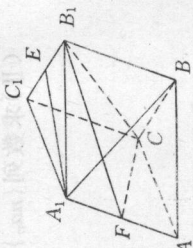
17. (本小题满分 12 分)
- 已知 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$, $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, 求 $\sin \alpha$ 及 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.



19. (本小题满分12分)

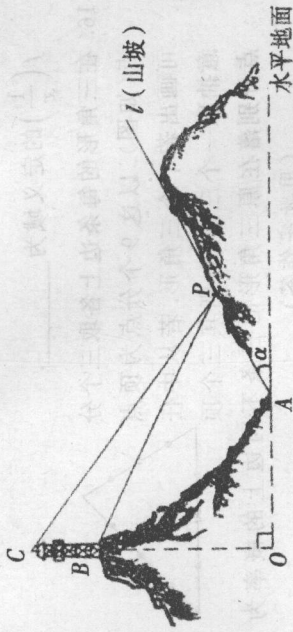
如图,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AC, AB=AC, A_1A=A_1B=a$, 侧面 B_1BCC_1 与底面 ABC 所成的二面角为 120° , E, F 分别是棱 B_1C_1, A_1A 的中点.

- 求 A_1A 与底面 ABC 所成的角;
- 证明 $A_1E \parallel$ 平面 B_1FC ;
- 求经过 A_1, A, B, C 四点的球的体积.



20. (本小题满分20分)

某人在一山坡 P 处观看对面山崖顶上的一座铁塔. 如图所示, 塔及所在的山崖可视为图中的竖直线 OC , 塔高 $BC=80$ (米), 山高 $OB=220$ (米), $OA=200$ (米), 图中所示的山坡可视为直线 l 且点 P 在直线 l 上, l 与水平地面的夹角为 α , $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. 试问, 此人距山崖的水平距离多远时, 观看塔的视角 $\angle BPC$ 最大 (不计此人的身高)?



21. (本小题满分14分)

已知 $m \in \mathbf{R}$, 设 $P: x_1$ 和 x_2 是方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两个实根, 不等式 $|m^2 - 5m - 3| \geq |x_1 - x_2|$ 对任意实数 $a \in [-1, 1]$ 恒成立;

Q: 函数 $f(x) = x^3 + mx^2 + (m + \frac{4}{3})x + 6$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有极值.

求使 P 正确且 Q 正确的 m 的取值范围.

22. (本小题满分14分)

抛物线 C 的方程为 $y = ax^2$ ($a < 0$), 过抛物线 C 上一点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq 0$) 作斜率为 k_1, k_2 的两条直线分别交抛物线 C 于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点 (P, A, B 三点互不相同), 且满足 $k_2 + \lambda k_1 = 0$ ($\lambda \neq 0$ 且 $\lambda \neq -1$).

- 求抛物线 C 的焦点坐标和准线方程;
- 设直线 AB 上一点 M , 满足 $\vec{BM} = \lambda \vec{MA}$, 证明线段 PM 的中点在 y 轴上;
- 当 $\lambda = 1$ 时, 若点 P 的坐标为 $(1, -1)$, 求 $\angle PAB$ 为钝角时点 A 的纵坐标 y_1 的取值范围.



数学试卷(文史类)

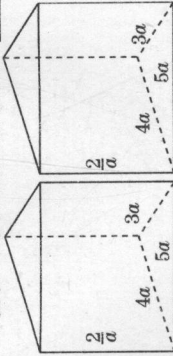
一、填空题(本大题满分 48 分)本大题共有 12 题,只要求直接填写结果,每个空格填对得 4 分,否则一律得零分.

- 1. 函数 $f(x) = \log_4(x+1)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$.
- 2. 方程 $4x+2^x-2=0$ 的解是 .
- 3. 若 x, y 满足条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ y \leq 2x. \end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是 .
- 4. 直角坐标平面 xOy 中,若定点 $A(1,2)$ 与动点 $P(x,y)$ 满足 $\vec{OP} \cdot \vec{OA} = 4$,则点 P 的轨迹方程是 .
- 5. 函数 $y = \cos 2x + \sin x \cos x$ 的最小正周期 $T =$.
- 6. 若 $\cos \alpha = \frac{1}{7}, \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) =$.

- 7. 若椭圆长轴长与短轴长之比为 2, 它的一个焦点是 $(2\sqrt{15}, 0)$, 则椭圆的标准方程是 .
- 8. 某班有 50 名学生, 其中 15 人选修 A 课程, 另外 35 人选修 B 课程, 从班级中任选两名学生, 他们是选修不同课程的学生的概率是 . (结果用分数表示)

- 9. 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 关于直线 $x=1$ 对称的直线方程是 .
- 10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 120^\circ, AB=5, BC=7$, 则 $AC =$.
- 11. 函数 $f(x) = \sin x + 2|\sin x|, x \in [0, 2\pi]$ 的图象与直线 $y=k$ 有且仅有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是 .

- 12. 有两个相同的直三棱柱, 高为 $\frac{2}{a}$, 底面三角形的三边长分别为 $3a, 4a, 5a (a>0)$. 用它们拼成一个三棱柱或四棱柱, 在所有可能的情形中, 全面积最小的是一个四棱柱, 则 a 的取值范围是 .



二、选择题(本大题满分 16 分)本大题共有 4 题, 每题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中有且只有一个结论是正确的, 必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内, 选对得 4 分, 不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内), 一律得零分.

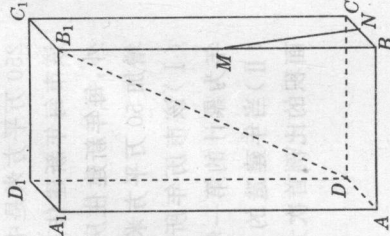
- 13. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, 则该函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上是 ()
A. 单调递减无最小值
B. 单调递减有最小值
C. 单调递增无最大值
D. 单调递增有最大值
- 14. 已知集合 $M = \{x \mid |x-1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, P = \{x \mid \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \cap P$ 等于 ()
A. $\{x \mid 0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{x \mid -1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$
- 15. 条件甲: “ $a>1$ ”是条件乙: “ $a>\sqrt{a}$ ”的 ()
A. 既不充分也不必要条件
B. 充要条件
C. 充分不必要条件
D. 必要不充分条件

- 16. 用 n 个不同的实数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 可得到 $n!$ 个不同的排列, 每个排列为一行写成一个 $n!$ 行的数阵, 对第 i 行 $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$, 记 $b_i = -a_{i1} + 2a_{i2} - 3a_{i3} + \dots + (-1)^n a_{in}, i=1, 2, 3, \dots, n!$, 例如: 用 1, 2, 3 可得数阵如右, 由于此数阵中每一列各数之和都是 12, 所以 $b_1+b_2+\dots+b_{n!} = -12 + 2 \times 12 - 3 \times 12 = -24$. 那么, 在用 1, 2, 3, 4, 5 形成的数阵中, $b_1+b_2+\dots+b_{120}$ 等于 ()
A. -3 600
B. 1 800
C. -1 080
D. -720

列各题必须写出必要的步骤.

17. (本题满分 12 分)

已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 BB_1 和 BC 的中点, $AB=4, AD=2, B_1D$ 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为 60° , 求异面直线 B_1D 与 MN 所成角的大小. (结果用反三角函数值表示)



18. (本题满分 12 分)
在复数范围内解方程 $|z|^2 + (z+\bar{z})i = \frac{3-i}{2+i} (i$ 为

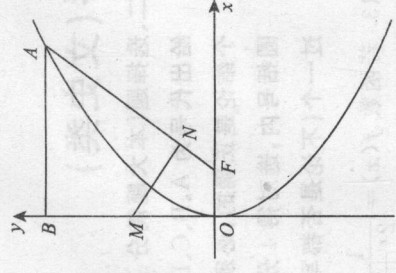
虚数单位).



19. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.
- 已知函数 $f(x) = kx + b$ 的图象与 x, y 轴分别相交于 $A, B, \overrightarrow{AB} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ ($\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 分别是与 x, y 轴正半轴同方向的单位向量), 函数 $g(x) = x^2 - x - 6$.
- (I) 求 k, b 的值;
- (II) 当 x 满足 $f(x) > g(x)$ 时, 求函数 $\frac{g(x)+1}{f(x)}$ 的最小值.

20. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.
- 假设某市 2004 年新建住房 400 万平方米, 其中有 250 万平方米是中低价房, 预计在今后的若干年内, 该市每年新建住房面积平均比上年增长 8%. 另外, 每年新建住房中, 中低价房的面积均比上一年增加 50 万平方米, 那么, 到哪一年底.
- (I) 该市历年所建中低价房的累计面积 (以 2004 年为累计的第一年) 将首次不少于 4 750 万平方米?
- (II) 当年建造的中低价房的面积占该年建造住房面积的比例首次大于 85%?

21. (本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分.
- 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , A 是抛物线上横坐标为 4, 且位于 x 轴上方的点, A 到抛物线准线的距离等于 5, 过 A 作 AB 垂直于 y 轴, 垂足为 B , OB 的中点为 M .
- (I) 求抛物线方程;
- (II) 过 M 作 $MN \perp FA$, 垂足为 N , 求点 N 的坐标;
- (III) 以 M 为圆心, MB 为半径作圆 M , 当 $K(m, 0)$ 是 x 轴上一动点时, 讨论直线 AK 与圆 M 的位置关系.



22. (本题满分 18 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 8 分, 第 3 小题满分 6 分.
- 对定义域分别是 D_f, D_g 的函数 $y = f(x), y = g(x)$, 规定: 函数 $h(x) =$
- $$\begin{cases} f(x) \cdot g(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \in D_g, \\ f(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \notin D_g, \\ g(x), & \text{当 } x \in D_g \text{ 且 } x \notin D_f. \end{cases}$$
- (I) 若函数 $f(x) = -2x + 3, x \geq 1; g(x) = x - 2, x \in \mathbf{R}$, 写出函数 $h(x)$ 的解析式;
- (II) 求问题 (I) 中函数 $h(x)$ 的最大值;
- (III) 若 $g(x) = f(x + a)$, 其中 a 是常数, 且 $a \in [0, \pi]$, 请设计一个定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y = f(x)$, 及一个 a 的值, 使得 $h(x) = \cos 2x$, 并予以证明.



数学试题卷(文史类)

数学试题(文史类)分选择题和非选择题两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

第一部分(选择题,共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个备选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 圆 $(x+2)^2 + y^2 = 5$ 关于原点 $(0,0)$ 对称的圆的方程为 ()

- A. $(x-2)^2 + y^2 = 5$ B. $x^2 + (y-2)^2 = 5$
C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 5$ D. $x^2 + (y+2)^2 = 5$

2. $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right) =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数,且 $f(2) = 0$,则使得 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 2)$

4. 设向量 $a = (-1, 2)$, $b = (2, -1)$,则 $(a \cdot b)(a+b)$ 等于 ()

- A. $(1, 1)$ B. $(-4, -4)$
C. -4 D. $(-2, -2)$

5. 不等式组 $\begin{cases} |x-2| < 2, \\ \log_2(x^2-1) > 1 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $(0, \sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3}, 2)$
C. $(\sqrt{3}, 4)$ D. $(2, 4)$

6. 已知 α, β 均为锐角,若 $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta)$, $q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$,则 p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. 对于不重合的两个平面 α 与 β ,给定下列条件:

()

- ① 存在平面 γ ,使得 α, β 都垂直于 γ ;
② 存在平面 γ ,使得 α, β 都平行于 γ ;
③ 存在直线 $l \subset \alpha$,直线 $m \subset \beta$,使得 $l \parallel m$;
④ 存在异面直线 l, m ,使得 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta, m \parallel \alpha, m \parallel \beta$.

其中,可以判定 α 与 β 平行的条件有

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

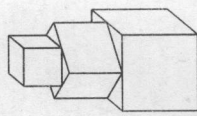
8. 若 $(1+2x)^n$ 展开式中含 x^3 的项的系数等于含 x 的项的系数的 8 倍,则 n 等于 ()

- A. 5 B. 7
C. 9 D. 11

9. 若动点 (x, y) 在曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 上变化,则 $x^2 + 2y$ 的最大值为 ()

- A. $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4 & (0 < b < 4) \\ 2b & (b \geq 4) \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4 & (0 < b < 2) \\ 2b & (b \geq 2) \end{cases}$
C. $\frac{b^2}{4} + 4$ D. $2b$

10. 有一塔形几何体由若干个正方体构成,构成方式如图所示,上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点,已知最底层正方体的棱长为 2,且该塔形的表面积(含最底层正方体的底面积)超过 39,则该塔中正方体的个数至少是 ()



- A. 4 个 B. 5 个
C. 6 个 D. 7 个

第二部分(非选择题,共 100 分)

二、填空题:本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分,把答案填写在答题卡相应位置上。

11. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-2)(x-5) < 0\}$,则 $A \cap B =$ _____.

12. 曲线 $y = x^3$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴、直线 $x = 2$ 所围成的三角形的面积为 _____.

13. 已知 α, β 均为锐角,且 $\cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha - \beta)$,则 $\tan \alpha =$ _____.

14. 若 $x^2 + y^2 = 4$,则 $x - y$ 的最大值是 _____.

15. 若 10 把钥匙中只有 2 把能打开某锁,则从中任取 2 把能将该锁打开的概率为 _____.

16. 已知 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, B 是圆 $F: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 4$ (F 为圆心)上一动点,线段 AB 的垂直平分线交 BF 于 P ,则动点 P 的轨迹方程为 _____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 76 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 13 分)

若函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} + \sin x + a^2 \sin$

$\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $\sqrt{2} + 3$,试确定常数 a 的值.

18. (本小题满分 13 分)

加工某种零件需经过三道工序.设第一、二、三道工序的合格率分别为 $\frac{9}{10}$ 、 $\frac{8}{9}$ 、 $\frac{7}{8}$,且各道工序互不影响.

(I)求该种零件的合格率;

(II)从该种零件中任取 3 件,求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.



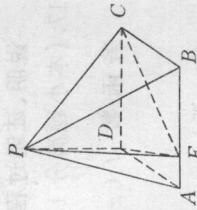
19. (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax + 8$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.
 (I) 若 $f(x)$ 在 $x=3$ 处取得极值, 求常数 a 的值;
 (II) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

20. (本小题满分 13 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 AB 上一点, $PE \perp EC$. 已知 $PD = \sqrt{2}$, $CD = 2$, $AE = \frac{1}{2}$, 求:

- (I) 异面直线 PD 与 EC 的距离;
 (II) 二面角 $E-PC-D$ 的大小.



21. (本小题满分 12 分)

已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为 $(2, 0)$, 右顶点为 $(\sqrt{3}, 0)$.
 (I) 求双曲线 C 的方程;
 (II) 若直线 $l: y = kx + \sqrt{2}$ 与双曲线 C 恒有两个不同的交点 A 和 B , 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} > 2$ (其中 O 为原点), 求 k 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $8a_{n+1}a_n - 16a_{n+1} + 2a_n + 5 = 0$ ($n \geq 1$). 记 $b_n = \frac{1}{a_n - \frac{1}{2}}$ ($n \geq 1$).
 (I) 求 b_1, b_2, b_3, b_4 的值;
 (II) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n .



数

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷两部分。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = \frac{-1+i}{1+i} - 1$ 在复平面内, z 所对应的点在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在是函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续的 ()
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设袋中有 80 个红球, 20 个白球, 若从袋中任取 10 个球, 则其中恰有 6 个红球的概率为 ()
A. $\frac{C_{80}^4 \cdot C_{10}^6}{C_{100}^{10}}$ B. $\frac{C_{100}^6 \cdot C_{10}^4}{C_{100}^{10}}$ C. $\frac{C_{10}^4 \cdot C_{80}^6}{C_{100}^{10}}$ D. $\frac{C_{80}^6 \cdot C_{20}^4}{C_{100}^{10}}$
4. 已知 m, n 是两条不重合的直线, α, β, γ 是三个两两不重合的平面, 给出下列四个命题:
① 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
② 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
③ 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
④ 若 m, n 是异面直线, $m \subset \alpha, m \parallel \beta, n \subset \beta, n \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$
其中真命题是 ()
A. ①和② B. ①和③ C. ③和④ D. ①和④
5. 函数 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 的反函数是 ()
A. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ B. $y = -\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ C. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ D. $y = -\frac{e^x - e^{-x}}{2}$
6. 若 $\log_{2a} \frac{1+a^2}{1+a} < 0$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(\frac{1}{2}, 1)$ D. $(0, \frac{1}{2})$

学

7. 在 $\mathbf{R}$ 上定义运算 $\otimes: x \otimes y = x(1-y)$. 若不等式 $(x-a) \otimes (x+a) < 1$ 对任意实数 x 成立, 则 ()
A. $-1 < a < 1$ B. $0 < a < 2$ C. $-\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2} < a < \frac{1}{2}$

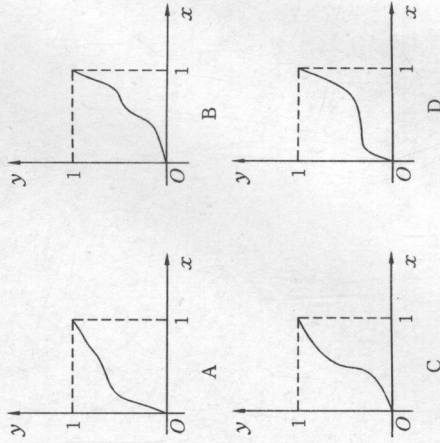
8. 若钝角三角形三内角的度数成等差数列, 且最大边长与最小边长的比值为 m , 则 m 的值是 ()
A. (1, 2) B. (2, $+\infty$) C. $[3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

9. 若直线 $2x - y + c = 0$ 按向量 $a = (1, -1)$ 平移后与圆 $x^2 + y^2 = 5$ 相切, 则 c 的值为 ()
A. 8 或 -2 B. 6 或 -4 C. 4 或 -6 D. 2 或 -8

10. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数, 实数 $x_1 \neq x_2, \lambda \neq -1, a = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \beta = \frac{x_2 + \lambda x_1}{1 + \lambda}$. 若 $|f(x_1) - f(x_2)| < |f(a) - f(\beta)|$, 则 ()
A. $\lambda < 0$ B. $\lambda = 0$ C. $0 < \lambda < 1$ D. $\lambda \geq 1$

11. 已知双曲线的中心在原点, 离心率为 $\sqrt{3}$, 若它的一条准线与抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线重合, 则该双曲线与抛物线 $y^2 = 4x$ 的交点到原点的距离是 ()
A. $2\sqrt{3} + \sqrt{6}$ B. $\sqrt{21}$ C. $18 + 12\sqrt{2}$ D. 21

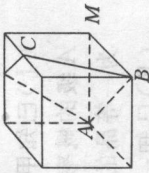
12. 给定函数 $y = f(x)$ 的图象在下列图中, 并且对任意 $a_n \in (0, 1)$, 由关系式 $a_{n+1} = f(a_n)$ 得到的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} > a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则该函数的图象是 ()



第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分。将正确答案填在横线上。

13. $(x^{\frac{1}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}})^6$ 的展开式中常数项是 _____。
14. 如图, 正方体的棱长为 1, C, D 分别是两条棱的中点, A, B, M 是顶点, 那么点 M 到截面 ABCD 的距离是 _____。
15. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 组成没有重复数字的八位数, 要求 1 与 2 相邻, 3 与 4 相邻, 5 与 6 相邻, 而 7 与 8 不相邻, 这样的八位数共有 _____ 个。(用数字作答)



16. ω 是正实数, 设 $S_\omega = \{\theta | f(x) = \cos[\omega(x+\theta)] \text{ 是奇函数}\}$. 若对每个实数 $a, S_\omega \cap (a, a+1)$ 的元素不超过 2 个, 且有 a 使 $S_\omega \cap (a, a+1)$ 含 2 个元素, 则 ω 的取值范围是 _____。

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知三棱锥 $P-ABC$ 中, E, F 分别是 AC, AB 的中点, $\triangle ABC, \triangle PEF$ 都是正三角形, $PF \perp AB$.

- (I) 证明: $PC \perp$ 平面 PAB ;
(II) 求二面角 $P-AB-C$ 的平面角的余弦值;
(III) 若点 P, A, B, C 在一个面积为 12π 的球面上, 求 $\triangle ABC$ 的边长。

