

公安高等院校基础数学教材

上册

# 高等数学

*Gaodeng Shuxue*

李洪成 主编 蒋南宁 主审

 广东人民出版社

公安高等院校基础数学教材

# 高等数学

上册

李洪成 主编

蒋南宁 主审

广东人民出版社

---

## 图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/李洪成主编, 蒋南宁主审. —广州: 广东  
人民出版社, 2006. 4  
公安高等院校基础数学教材  
ISBN 7-218-05168-5

I. 高… II. ①李…②蒋… III. 高等数学-高等院  
校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 160518 号

---

责任编辑	柏 峰
封面设计	刘晓菁
责任技编	黎碧霞
出版发行	广东人民出版社
印 刷	韶关二九〇研究所地图彩印厂
开 本	850 毫米×1168 毫米 1/32
印 张	21.75
字 数	500 千
版 次	2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷
印 数	4000 册
书 号	ISBN 7-218-05168-5/O·6
定 价	50.00 元 (上、下册)

### (内部使用)

如果发现印装质量问题,影响阅读,请与出版社(020-83795749)联系调换。

【出版社网址:<http://www.gdpph.com> 电子邮箱:[sales@gdpph.com](mailto:sales@gdpph.com)

图书营销中心:020-83799710(直销) 83790667 83780104(分销)】

## 本书编委会

- 主 编：李洪成（广东警官学院）  
审 订：蒋南宁（广西警官高等专科学校教授）  
副主编：蒋南宁（广西警官高等专科学校教授）  
游永兴（湖北警官学院）  
周光发（江苏警官学院副教授）  
李龙禾（山东警察学院副教授）  
翟保昆（云南警官学院副教授）  
胡远青（江西公安高等专科学校教授）  
陶学榆（江西公安高等专科学校副教授）  
苻小生（江西公安高等专科学校）  
杨晓忠（贵州警官职业学院副教授）  
李国军（浙江公安高等专科学校）  
周国民（浙江公安高等专科学校）  
孙树东（新疆警官高等专科学校）  
夏爱桃（湖南公安高等专科学校副教授）  
赵伟斌（广东警官学院）

## 前 言

《高等数学》是根据全日制大学教学大纲的基本要求和公安部高等数学课程的基本要求编写的，适合公安院校使用。

在多年的教学实践中，经常听到同学们提出对普通高等数学教材的学习，感到抽象、实用目的不明确的问题，亦深感应结合公安高等院校的专业特点，在语言、内容上适当进行改革，才能引发学生的学习兴趣和兴趣。因此，经过多年与刑事技术专业、交通管理专业、经济侦察专业的教师和学生的探讨，我们编写了此书。

在编写过程中，我们注意结合以下特点：

一、结合新生入学第一年就开设高数的实际情况，注重使学生既学到数学知识，又能通过公安司法类专业术语的使用及概念举例、例题、习题体现公安司法特点；帮助学生提早跨进专业之门，为后继课程打下良好基础。如学习痕迹检验中的“特征比对”时，增强“量化比对”的思维。

二、语言方面力求通俗易懂，文字准确，条理清晰；内容方面力求概念清楚，重点突出，删繁就简，便于自学，做到严密、广泛、实用、开拓性选材。

三、各章、节都配有例题、习题，书后并附有答案，通过例题的讲解和分析及适量的练习，帮助学生加深对基本内容的理解，提高思考问题和解决问题的能力。

本书的编写是在广东警官学院院长石宗昆、副院长胡关禄的鼓励下开始的，在副院长杨卫平教授和戴勇敢研究员的关怀和指导下完成的。

本书由各院校划定编写重点并落实具体编写人员。全书由李洪成统稿，蒋南宁最后审定。全书分上、下册，共十三章，上册（第一章～第八章），下册（第九章～第十三章）。具体分工如下：蒋南宁（第一章第1、2节，第十章第4、5、6、7节），李国军（第二章第1、2、3、4节），符小生（第二章第5、6、7节），周光发（第三章第1、2、3节，第九章第6、7节），孙树东（第三章第4、5、6节），翟保昆（第四章第1、2、3、4节），李龙禾（第四章第5、6、7节），杨晓忠（第五章第1、2节，第十一章第1、2节），周国民（第五章第3、4节，第九章第3、4、5节），夏爱桃（第六章第5、6、7节），陶学榆（第六章第1、2、3、4节，第十二章第3、4节，第十三章），胡远青（第七章第1、2、3节），赵伟斌（第七章第4、5节，第八章第6、7、8、9、10、11节，第九章第1、2节），游永兴（第八章第1、2、3、4、5节，第十章第1、2、3节，第十一章第3、4、5节，第十二章第1、2节），李洪成（预备知识，第一章第3节，第二章第8节，第三章第7节，第四章第8节，第五章第5节，第七章第6节，第十章第8节）。

本书的编写，得到了广西警官高等专科学校、湖北警官学院、江苏警官学院、山东警察学院、云南警官学院、湖南警官高等专科学校、江西警官高等专科学校、贵州警官职业学院、浙江公安高等专科学校、新疆警官高等专科学校等院校领导的热情关心与支持，特别是上述院校的数学教师通力合作，积极参与编写，本书才能如禾苗破土而出，相信在大家的努力下必能茁壮成长，开花结果。在此一并向关心此书的领导表示衷心感谢。

本书在编写过程中，参考了同济大学、天津大学等高校教

材、升研考试参考书以及爆炸痕迹、枪弹痕迹、交通事故处理等参考书，在此说明并致谢。

由于编者水平有限，时间仓促，错误之处在所难免，敬请同行们见谅并提出批评指正，以便重版时修订，不胜感激。

编 者

2006年2月28日

# 目 录

## 上 册

前 言	1
预备知识	1
<b>第一章 函数</b>	<b>10</b>
§ 1 函数	10
§ 2 初等函数	20
§ 3 典型应用问题解析	29
<b>第二章 极限与连续性</b>	<b>34</b>
§ 1 数列的极限	34
§ 2 函数的极限	37
§ 3 无穷小量与无穷大量	44
§ 4 极限的四则运算法则	50
§ 5 极限存在准则与两个重要极限	56
§ 6 无穷小的比较	61
§ 7 函数的连续性与间断点	64
§ 8 典型应用问题解析	74
<b>第三章 导数与微分</b>	<b>78</b>
§ 1 导数	78
§ 2 基本初等函数的导数公式	86
§ 3 函数的微分	89



§ 4	高阶导数	99
§ 5	隐函数及参量函数的微分法	100
§ 6	微分	106
§ 7	典型应用问题解析	116
<b>第四章</b>	<b>中值定理与导数的应用</b>	<b>120</b>
§ 1	中值定理	120
§ 2	洛比塔法则	128
§ 3	泰勒公式	135
§ 4	函数的增减性与曲线的凹凸性	141
§ 5	函数的极值与最值	147
§ 6	函数图形的描绘	156
§ 7	曲率	161
§ 8	典型应用问题解析	170
<b>第五章</b>	<b>不定积分</b>	<b>178</b>
§ 1	不定积分的概念	178
§ 2	换元积分法	186
§ 3	分部积分法	198
§ 4	几种特殊类型函数的积分	202
§ 5	典型应用问题解析	209
<b>第六章</b>	<b>定积分</b>	<b>212</b>
§ 1	定积分的概念	212
§ 2	定积分的性质	219
§ 3	定积分基本公式	222
§ 4	定积分的换元法	228
§ 5	定积分的分部积分法	231

§ 6	定积分的近似算法 .....	234
§ 7	广义积分初步与 $\Gamma$ 函数 .....	239
<b>第七章</b>	<b>定积分的应用</b> .....	<b>245</b>
§ 1	定积分的元素法 .....	245
§ 2	平面图形的面积 .....	247
§ 3	体积 .....	253
§ 4	平面曲线的弧长, 旋转体的侧面积 .....	259
§ 5	功、液体压力、平均值 .....	265
§ 6	典型应用问题解析 .....	268
<b>第八章</b>	<b>微分方程</b> .....	<b>274</b>
§ 1	微分方程的基本概念 .....	274
§ 2	可分离变量的微分方程 .....	279
§ 3	齐次方程 .....	286
§ 4	一阶线性微分方程 .....	293
§ 5	全微分方程 .....	299
§ 6	可降阶的高阶微分方程 .....	302
§ 7	二阶线性微分方程解的结构 .....	305
§ 8	二阶线性常系数齐次微分方程 .....	310
§ 9	二阶线性常系数非齐次微分方程 .....	315
§ 10	欧拉方程 .....	323
§ 11	微分方程的幂级数解法 .....	326
<b>习题答案</b>	.....	<b>332</b>

## 预备知识

### 一、初等代数的一些公式

#### 1. 二次方程 $ax^2+bx+c=0$

##### (1) 求根公式

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

##### (2) 根的性质(判别式)

$$\text{当 } b^2 - 4ac \begin{cases} > 0 & \text{两个根是实数且不相等} \\ = 0 & \text{两个根是实数且相等} \\ < 0 & \text{两个根是虚数} \end{cases}$$

#### 2. 对数

$$(1) \text{ 若 } a^y = x \text{ 则 } y = \log_a x \begin{pmatrix} a > 0 & a \neq 1 \\ x > 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \log_a a = 1$$

$$(3) \log_a 1 = 0$$

$$(4) \log_a A \cdot B = \log_a A + \log_a B$$

$$(5) \log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

$$(6) \log_a A^a = a \log_a A$$

$$(7) a \log_a x = x$$

#### 3. 牛顿二项式公式

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}a^{n-k}b^k + \dots + b^n$$

#### 4. 阶乘

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1$$

## 二、初等几何的一些公式

以字母  $r$  或  $R$  表示半径,  $h$  表示高,  $s$  表示底面积,  $l$  表示母线长.

1. 圆 周长  $= 2\pi r$  面积  $= \pi r^2$

2. 圆扇形 面积  $= \frac{1}{2} r^2 a$  ( $a$  为扇形的圆心角)

3. 正圆柱体 体积  $= \pi r^2 h$ , 侧面积  $= 2\pi r h$   
表(全)面积  $= 2\pi r(r+h)$

4. 正圆锥 体积  $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ , 侧面积  $= \pi r l$   
表(全)面积  $= \pi r(r+l)$

5. 球 体积  $= \frac{4}{3} \pi r^3$ ; 表面积  $= 4\pi r^2$

6. 正截锥体 体积  $= \frac{1}{3} \pi h(R^2 + r^2 + Rr)$   
侧面积  $= \pi l(R+r)$

## 三、三角学的一些公式

### 1. 弧与度

$$180^\circ = \pi \text{ 弧}$$

$$\text{即 } 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 弧} = 0.0174\dots \text{弧}$$

$$1 \text{ 弧} = \frac{180}{\pi} \text{ 度} = 57^\circ 17' 45'' = 57.29\dots \text{度}$$

### 2. 弧长公式

半径为  $r$ , 圆心角为  $\theta$ , 圆弧长为  $s$ , 则  $s = r\theta$

### 3. 公式

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$$

$$2 \cos x \sin y = \sin(x+y) - \sin(x-y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x+y) + \cos(x-y)$$

$$-2 \sin x \sin y = \cos(x+y) - \cos(x-y)$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

#### 4. 特殊角的三角函数值

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$

#### 四、平面解析几何的一些公式

设平面上有两点  $M_1(x_1, y_1)$  和  $M_2(x_2, y_2)$

(1) 两点间的距离

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(2) 线段  $M_1M_2$  的斜率

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan \varphi$$

(3) 通过两点  $M_1$  与  $M_2$  的直线方程

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

(4) 直角坐标与极坐标的关系式

$$\left. \begin{array}{l} x = l \cos \varphi \\ y = l \sin \varphi \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} \varphi = \arctan \frac{y}{x} \\ l = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array} \right\}$$

(5) 以点  $(a, b)$  为中心, 以  $r$  为半径圆的方程

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

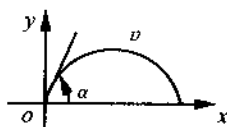
或

$$\left. \begin{array}{l} x = a + r \cos \varphi \\ y = b + r \sin \varphi \end{array} \right\} \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

(6) 以原点为中心, 分别以  $a$  与  $b$  为半长、短轴的椭圆方程

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(7) 弹道曲线  $\begin{cases} x = v_0 t \cos \alpha \\ y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$   
 $(0 < t < \frac{2v_0 \sin \alpha}{g})$



(弹道图)

## 五、希腊字母

字 母	中文发音	汉语拼音字母拼音
$\Lambda$ $\alpha$	阿 拉 法	alfa
$B$ $\beta$	贝 他	bota
$\Gamma$ $\gamma$	嘎 玛	gama
$\Delta$ $\delta$	得 尔 他	delta
$E$ $\epsilon$	唉 普 西 弄	epsilon
$Z$ $\zeta$	绥 他	zheita
$H$ $\eta$	唉 他	eta
$\Theta$ $\theta$	斯 伊 他	sita
$I$ $\iota$	优 他	yota
$K$ $\kappa$	卡 怕	kapa
$\Lambda$ $\lambda$	兰 姆 大	lamda
$M$ $\mu$	米 优	miu
$N$ $\nu$	泥 优	niu
$\Xi$ $\xi$	刻 斯 伊	ksi
$O$ $\omicron$	欧 迷 克 弄	omiklon
$\Pi$ $\pi$	派 爱	pai
$P$ $\rho$	漏	lo
$\Sigma$ $\sigma$	西 格 玛	sigma
$T$ $\tau$	套	tao
$\Upsilon$ $\upsilon$	伊 普 西 弄	ipsilon
$\Phi$ $\varphi$	夫 爱	fai
$X$ $\chi$	气	qi
$\Psi$ $\psi$	普 斯 伊	psi
$\Omega$ $\omega$	欧 米 嘎	omiga

## 六、初等数学应用举例

### 1. 对应线段成比例

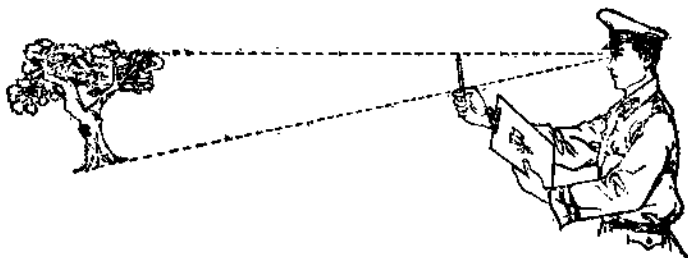
臂长尺：犯罪现场绘图工具——铅笔，沿铅笔平端向笔尖端每厘米刻一个道痕（一般刻 10 道即可），这样铅笔称为臂长尺，用它可以测出现场的重要参照物的高度或与中心现场的距离。

现场勘查人员手臂长设为 60 厘米，按图中所示，用大拇指把测出的高度或宽度按住，读出铅笔刻度数设为 3，那么，只要知道参照物与勘查人员的距离，设为 200 米，便可算出参照物高度或宽度。

计算式为：
$$\frac{\text{臂长}(60\text{cm})}{\text{距离}(200\text{m})} = \frac{\text{铅笔刻度}(3\text{cm})}{\text{参照物高(或宽)}}$$

即，高(或宽) = 
$$\frac{\text{距离}(200\text{cm}) \times \text{刻度}(3\text{cm})}{\text{臂长}(60\text{cm})}$$

同理，知道参照物高时，亦可求出距离。



### 2. 勾股定理

现场勘查中，您能巧妙地利用水中植物测出水深吗？请看下面例子，题意如图所示：一朵莲花(C)原先比湖水高出半尺（ $BC = \frac{1}{2}$ ）。茎杆在 B 处露出水面，一阵风吹来，将荷花吹到离 B 处两尺远的地方（即  $BD = 2$ ）。这时，荷花的顶端刚好露出水面，求湖水有多深（即  $AB = ?$ ）

这个题目不算太难，图中的 A、B、D 三点可以联成一个直角

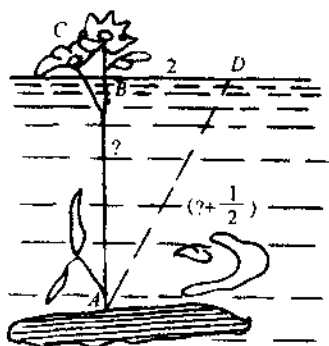


三角形。我们不妨设  $AB$  的长为  $x$  尺。由于  $AC=AD$ ，所以  $AD$  的长度是  $(x+\frac{1}{2})$  尺。根据勾股定理，两条直角边的平方和应等于斜边的平方，于是有

$$x^2 + 2^2 = (x + \frac{1}{2})^2,$$

即

$$4 = x \cdot \frac{1}{4}, \quad x = 3\frac{3}{4} \text{ (尺)}.$$



印度莲花问题

### 3. 三维坐标测量计算

对冲击波破坏范围的勘查、测量，要客观反映破坏物体与炸点的距离、损坏程度、所处方位及与冲击波作用的角度等情况。例如要测量现场某处有 50% 的玻璃破碎点距爆心的距离，可以用三维坐标测量计算。假设该点距爆炸中心正东 8 米，正南垂直距离 12 米，距地面高为 9 米，则测量点距爆心的距离  $L$  可以由下式计算：

$$L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{8^2 + 12^2 + 9^2} = 17 \text{ (米)}.$$

### 4. 应用三角函数法计算水平和斜射距离

若在被射物体垂面上有一个弹孔，且物体有一定厚度，能够测出命中角度（如用一根细棍插入弹孔量取弹孔轴线与垂面的夹角，即命中角  $\mu$ ），并能测出弹孔到地面的高度，此时便可应用三角函数计算水平距离。

在量取命中角  $\mu$  时，若向下方为正角度，测出  $\mu < 90^\circ$ ，则可能为近距离射击，这时可利用弹道直线段采用三角函数计算。计算式为：

$$\text{水平距离}(X) = \text{弹孔高度}(H) \times \text{命中角的正切函数值}(\tan \mu)$$