

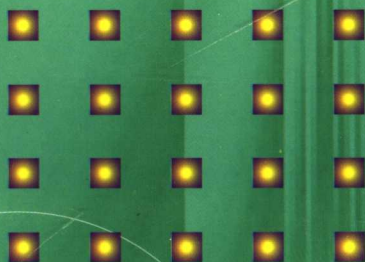
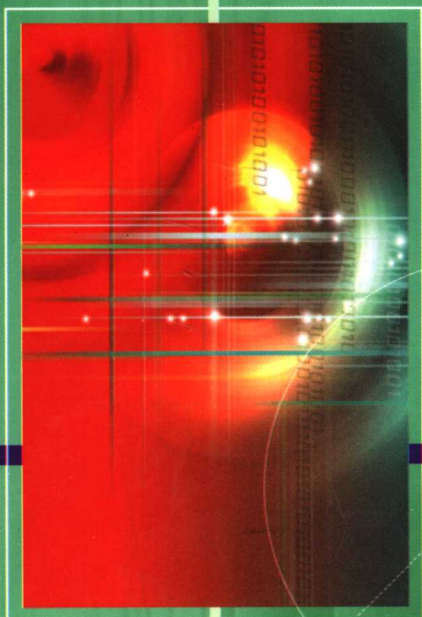


高等学校教材

Textbook for Higher Education

大学物理实验

樊英杰 李治中 主编



DAXUE WULI SHIYAN

西北工业大学出版社

高等学校教材

大学物理实验

主 编 樊英杰 李治中



西北工业大学出版社

【内容简介】 本教材是依据教育部颁布的“高等工业学校大学物理实验课程教学基本要求”(2004年11月正式报告稿)和“成人高等教育和高职高专教育的教学基本要求”,结合独立学院和民办院校的教育情况和设备条件而编写的。全书包括绪论、测量结果的评定及数据处理、教学实验(含11个操作性实验)等,着重训练学生的基本实验技能,提高学生的科学素养。

本教材可作为独立学院和民办院校理工类本科非物理专业30~40学时的大学物理实验课教材,也可供成人高等教育、自学考试和高职高专院校相关实验教学使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/樊英杰,李治中主编. —西安:西北工业大学出版社,2007.3

ISBN 978-7-5612-2183-9

I. 大… II. ①樊…②李… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 026180 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpu.com

印 刷 者:陕西丰源印务有限公司

开 本:787 mm·1 092 mm 1/16

印 张:6.625

字 数:159千字

版 次:2007年3月第1版 2007年3月第1次印刷

定 价:12.00元

前 言

本教材依据“高等工业学校大学物理实验课程教学基本要求”(2004年11月正式报告稿)和教育部颁布的“成人高等教育和高职高专教育的教学基本要求”,结合独立学院和民办院校的教育情况和设备条件而编写。本书稿曾作为讲义在西北工业大学金叶信息技术学院专升本教学中使用4届、三类本科教学中使用1届,反映良好。全书包括绪论(含误差理论和数据处理)和11个操作性实验等内容。

本教材具有以下特点:

(1)结合了独立学院和民办院校的实际情况,参考了全国成人高等教育“大学物理实验”教学的推荐目录,选择了以力、光、电为主的11个实验作为教学内容。

(2)本着着重训练学生的基本实验技能,提高学生的科学素养为目标而编写。

(3)实验内容、实验原理的叙述尽可能做到简洁明了、通俗易懂;尽可能让学生自己阅读教材,自己搭建实验装置,独立完成实验内容,并能做到对实验数据进行处理,最后写出完整的实验报告。这种教学方法能够充分调动学生学习的积极性和主动性,有利于培养学生的科学素养。

(4)为了能够配合大循环方式组织的教学要求,在编写时,尽可能做到部分内容和每个教学实验的内容相对独立。如绪论,对课程的地位、作用和实验过程作了较全面的阐述,第1章在误差理论的基础上引入了不确定度的概念,特别在运用不确定度解决具体问题上作了一些合理规定。第2章编写了基础实验和近代物理实验,共11个。通过这11个实验的循环教学,培养学生阅读资料的能力、实际动手能力以及创新能力等。

大学物理实验教材是全体实验教师和工程技术人员共同劳动的结晶,在使用的过程中广大教师提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

本教材由樊英杰、李治中主编。在编写过程中得到了西北工业大学明德学院教学部、实践教学中心各级领导及实践教学中心许海根、仲瑞鹏、王斌、王海谦、郭向东、王维斌等老师的关心和大力支持。西北工业大学理学院宋士贤教授认真审阅了书稿,并提出了修改意见。在编写和修订过程中,西北工业大学理学院物理实验室的庞述先、邢凯、刘晓军、奥诚喜、程建荣等老师也给予了指导和帮助,在此一并表示真诚的谢意。

由于作者水平有限和经验不足,书中错误和不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2006年12月

目 录

物理实验课守则.....	1
绪论.....	2
第 1 章 测量结果的评定及数据处理.....	4
1.1 测量及其分类	4
1.2 误差及其分类	5
1.3 随机误差的统计分布	7
1.4 测量结果的不确定度评定.....	10
1.5 有效数字及其运算.....	15
1.6 实验数据处理的常用方法.....	18
第 2 章 教学实验	24
实验 1 杨氏弹性模量的测定	24
实验 2 伏安特性研究	31
实验 3 电表改装与校准	39
实验 4 惠斯通电桥测电阻	45
实验 5 电位差计测定电动势	52
实验 6 应用霍尔效应测定磁感强度	59
实验 7 透镜焦距的测定	66
实验 8 分光计的调节和使用	71
实验 9 最小偏向角法测折射率	79
实验 10 光栅常数和波长测定	83
实验 11 激光全息照相	87
附录	92
参考文献.....	102

物理实验课守则

- (1) 实验课不得迟到早退,凡迟到 15 分钟以上者不能参加本次实验课,并以旷课论处。
- (2) 课前必须认真预习,明确该次实验的目的和测量内容,写出预习报告,并经指导老师审阅许可后方能进行实验操作。没有预习者不得进行本次实验,本次实验成绩以零分计算。
- (3) 实验前请仔细清点仪器,若发现缺损应及时向指导教师报告。实验后必须整理并摆放好仪器。
- (4) 正确安排、调整、使用仪器,爱护实验室一切实验设施,不得随意拆卸挪动。电学实验接线后须经指导教师检查许可后方能通电。
- (5) 实验中如发生事故,必须保护现场,电学实验应立即断开电源,并报告指导教师。当事人应及时填写仪器损坏登记表,由指导教师签署意见。因违章操作、嬉闹等原因造成仪器人为损坏者,要负责赔偿。
- (6) 以认真的态度和求实的作风做好每个实验,按时完成实验任务。测量数据必须当堂交教师审阅签字。
- (7) 禁止在实验室内喧哗、打闹、抽烟、吃东西、随地吐痰及乱扔纸屑杂物。
- (8) 课后按指导教师要求清扫实验室。
- (9) 按时认真完成实验报告。交报告时应附上有指导教师签字的原始数据记录。若发现实验报告上的数据与原始数据不符,则此次实验报告无效,按缺交报告处理。
- (10) 实验考核不合格、缺课两次或缺交实验报告者,实验成绩记为零分,且不能参加大学物理课程考试。

绪 论

科学实验是科学理论的源泉,是工程技术的基础,是研究自然规律、认识世界、改造世界的基本手段。作为培养德、智、体、美全面发展的工程应用型人才的高等院校,不仅要使学生具备相应的理论知识,而且要培养学生的实践和实验能力,以及掌握新知识、新技术、新工艺、新方法的能力,以适应科学技术的不断进步和社会主义建设飞速发展的需要。

一、物理实验课程的地位、作用和任务

物理学从本质上说是一门实验科学。物理学理论和实验技术的发展,哺育着近代高新技术的成长和发展。物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展新的生长点,也是进行各类科学实验的基础。物理实验课是学生进入大学后接受科学实验方法和实验技能训练的开端,是对学生进行物理实验理论、实验方法和实验技能方面的基础训练,是学生初步了解科学实验的主要过程和基本方法的平台。

本课程的具体任务是:

- (1)初步培养学生进行科学实验的能力。
 - 1)通过自行阅读实验教材或资料进行实验,提高学生阅读和运用资料的能力。
 - 2)通过具体实验,熟悉常用仪器的原理、结构及正确的使用方法。通过对实验现象的观察、判断、实验结果的数据处理及误差分析,提高学生理论联系实际的分析能力。
 - 3)通过实验,培养学生发现、分析、解决问题的能力,扩展学生视野。
 - 4)通过正确记录及处理数据、撰写合格的实验报告,提高学生正确论述的表达能力。
- (2)通过实验,培养学生实事求是、理论联系实际的科学作风;严肃认真、一丝不苟的工作态度;主动研究的探索精神和遵守纪律、爱护公共财物的优良品德。
- (3)通过实验加深学生对物理学理论的理解。

二、实验课的基本程序及要求

1. 课前预习

认真阅读教材,了解实验目的,弄清实验原理,并对所要使用的仪器的性能、基本工作原理和使用时的注意事项做到心中有数。在此基础上填写预习报告。

2. 课堂实验

提前5分钟进入实验室,根据分组名单和实验循环表,对号入座,且不要急于动手,应首先在预习的基础上熟悉仪器实物,检查仪器是否完好可用,并记录各实验仪器的名称及主要参数,如电阻箱的精度等级、电表的精度等级及量程、其他测量仪器和量具的分度值(即每个分度的量值)。在此基础上,正确组装和调整仪器(包括电路的正确连接,光路的调节等),再按教学要求进行实验。实验时,一定要先观察所研究的物理现象,再对被研究现象的物理量进行正确的定量测量。测量时应如实并及时做好记录(记录要整洁,字迹清楚,避免错记),不可事后凭

回忆“追记”数据,更不可为拼凑数据而将原始记录随心所欲地涂改。

完成教学要求规定的所有测量后,应及时整理实验数据,填入预习报告的表格中,经指导教师检查签字后,方可拆除实验装置,并将实验仪器整理清点好,做好实验室整洁工作,方可离开实验室。

3. 课后认真撰写实验报告

本课程有 4 个实验要求撰写完整的实验报告,其余实验在实验室当堂完成数据处理。

实验报告是每个实验的书面总结,是对实验结果的评价。实验者必须用自己的语言表达出所做实验的内容;实验所依据的物理思想及反映的物理规律;实验结果及对结果的分析;实验者对实验的见解及收获。

怎样写好一份合格的实验报告,也是实验课的一项重要基本训练。实验报告要在统一的实验报告纸上书写,除填写实验名称、日期、姓名、班级、组别等项外,实验报告的内容一般包括以下部分:

(1) 实验的目的、任务。

(2) 实验仪器:注明仪器名称、主要技术参数,必要时画出仪器简图。

(3) 实验原理:一般只须写出原理概要(包括原理图或测量公式,注明公式中各量的物理意义及使用条件)。

(4) 操作要点:根据要求及实际操作过程,写出仪器调节及测量中的关键过程和注意事项。

(5) 数据记录:实验数据一般应采用表格形式记录,记录数据时,应特别注意有效数字及单位。

(6) 数据处理:包括实验结果及其不确定度的计算,并完整表示出实验结果。用作图法处理数据时,应严格按作图规则画出合格的图线。进行数据计算时,要先列出公式,再代入数据,最后得出计算结果。

(7) 分析讨论:对实验结果进行分析讨论,也可对实验中出现的一些现象进行分析总结。

4. 其他要求

严格遵守物理实验课守则,爱护实验仪器。仪器如有损坏应及时报告指导教师。凡属学生责任事故者,根据情节,要赔偿实验室部分或全部损失。

第 1 章 测量结果的评定及数据处理

1.1 测量及其分类

一、测量

测量的目的是要获得被测量的定量信息。科学实验中,一切物理量都是通过测量得到的。所以测量就是为了确定被测量的量值,使用专门仪器及量具,通过实验和计算而进行的一系列的操作过程。

二、直接测量和间接测量

1. 直接测量(简单测量)

直接测量是将待测量与同量纲的标准量直接进行比较,或者从已用标准量校准过的仪器、仪表上直接读出待测量的值。其特点是待测定的值和量纲可直接得到。例如用直尺、游标卡尺、千分尺测长度,用秒表测时间,用天平测质量,用电流表测电流等均为直接测量,而相应的被测量——长度、时间、质量、电流等称为直接测量量。直接测量简单、直观,是最基本的测量方式,也是间接测量的基础。

2. 间接测量(复合测量)

多数物理量不便或不能直接测量,而是依据待测量与某些直接测量量之间的函数关系,先测出直接测量量,然后代入函数关系式中计算出待测量,这种测量方法称为间接测量,相应的待测量称为间接测量量。例如用单摆测定重力加速度,测量公式 $g = 4\pi^2 L/T^2$ 中,用直尺和秒表可分别对摆长和周期进行直接测量, g 就是间接测量量。

三、等精度测量和非等精度测量

1. 等精度测量

在相同的测量条件下对同一物理量所做的重复测量,叫等精度测量。例如在相同的环境下,由同一个测量人员,用同样的测量仪器和方法,对同一个待测量,做相同次数的重复测量。由于各次测量的条件相同,测量结果的可靠性是相同的,没有理由认为哪次测量更精确或不精确些,因此每次测量的值都是等精度的。但应该指出,要使测量条件完全相同是难以做到的,一般测量实践中,一些条件变化很小,或某些次要条件变化后对测量结果影响甚微,一般可以按等精度测量处理。

2. 非等精度测量

在科学研究和其他高等精度测量中,为了得到更精确、更可靠的结果,特意要在不同的条件下,用不同的测量仪器、不同的测量方法、不同的测量人员对同一个待测量进行多次测量和

研究。此时由于测量条件全部或部分发生了明显变化,每种测量的可靠性、精确度显然不同,这种测量方法即为非等精度测量,而最后的测量结果是通过待测量的各次非等精度测量结果的加权处理来获得的。

1.2 误差及其分类

一、误差的定义

任何物质都有自身的各种特性,反映这些特性的物理量,在一定条件下所具有的客观的真值称为真值。测量的目的就是力图要得到真值。但任何实际测量总是依据一定的理论或方法,使用一定的仪器,在具体的环境中,由具体的人员来完成的。由于测量理论或方法的近似性,仪器的灵敏度和分辨率的局限性,环境的不理想,测量者技术熟练程度和判断能力的限制,使得测量值和真值之间总是存在一定的差异,这种差异称为测量值的误差。

某一物理量的误差,定义为该量的测量值 x 与真值 μ 之差,即

$$\epsilon_x = x - \mu \quad (1)$$

误差可正($x > \mu$),也可负($x < \mu$),它反映了测量值偏离真值的程度。误差越小两者越接近,所以误差的大小标志着测量结果的可靠程度或可信程度的大小。

误差按其表达方式的不同,可分为绝对误差和相对误差。 ϵ_x 表示测量值偏离真值的绝对大小,称为绝对误差。一般来说,绝对误差并不能反映误差的严重程度,所以引入相对误差 E_x ,它表示误差所占真值的比例,常以百分数表示,故又称为百分误差。定义为

$$E_x = \frac{\epsilon_x}{\mu} \times 100\% \quad (2)$$

由于真值是永远不可测得的,随着科学技术的高度发展,可获得的测量准确度越来越高,测量值越来越接近真值,但总不可能达到真值,因此任何测量总是存在误差的。

做实验时总是希望在现有的条件下,使误差尽可能地减小,使测量值的可信度尽可能地高。这样就必须对误差进行研究,了解误差性质及产生的原因,找出减小或消除误差的方法,帮助我们正确地组织实验和测量,合理地设计实验方案、选用仪器和测量方法等,这就发展为误差理论。

二、误差分类

根据误差的来源、性质和特点,一般将误差分为系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

在相同条件下,对同一物理量进行多次测量,测量值总是向一个方向偏离真值,误差的大小和正负保持恒定或者误差按一定规律变化,这种误差称为系统误差。

系统误差主要来源于以下几个方面:

(1) 仪器误差(工具误差)。仪器误差是由于仪器本身固有的缺陷引起的,如天平的不等臂、刻度不均匀、砝码实际质量与标称值不等,电表刻度盘与指针转轴安装偏心,仪器和量具不在规定的使用状态(如不垂直、不水平、零点不准等)等引起的误差。

(2) 方法误差(理论误差)。方法误差是由于测量公式的近似,或没有完全满足理论公式所规定的实验条件,或因测量方法的不完善所带来的误差。例如用单摆测重力加速度时,公式 $g = 4\pi^2 L/T^2$ 仅适用于 $\sin\theta \approx \theta$ 的近似条件,当摆角较大时会产生较大的误差;用伏安法测电阻时,忽略了电表内阻影响等。

(3) 环境误差。环境误差是由于实验环境不符合实验或仪器所要求的使用条件所引起的误差。如温度、湿度、气压、光照、电磁场等的要求。

(4) 人员误差。人员误差是由于实验者心理、生理条件及其他个人因素造成的误差。它与个人的分辨能力、反应速度、固有习惯及实验技术熟练程度有关。

系统误差从理论上讲可以通过分析研究,找出产生的原因,采取一定的方法减小或消除其影响,或对测量结果进行修正。但事实上发现和消除系统误差是一个极其复杂的问题,常常成为实验结果是否可靠的主要矛盾,因此这是实验者应努力去解决的问题。

2. 随机误差

在实验中,即使系统误差消除后,对同一物理量在相同条件下进行多次重复测量,仍然不会得到完全相同的结果,其测量值分散在一定的范围之内。所得误差时正时负,误差的绝对值时大时小,呈现无规则的涨落,这类误差称为随机误差。

随机误差是由于测量过程的一些随机或不确定的因素引起的,具有不可预知性。如人的感官灵敏度及仪器的精密度有限,不可控制的环境因素的干涉及随测量而来的其他不可预测的随机因素的影响等。由于实验中的随机因素很多,且不尽全知,再加上各种因素交叉混杂,不能确定各个因素影响的大小,因此随机误差既不能消除又无法控制。

从某一次测量来看,随机误差是随机的,没有确定的规律,也不能预知。但当测量次数足够多时,其服从一定的统计分布,所以人们无须了解各种因素影响的具体细节,可以用统计的方法来研究诸因素的综合作用。

系统误差和随机误差性质不同、来源不同、处理方法不同,在实验中两者往往是并存的。对测量结果的影响,有时以系统误差为主,有时以随机误差为主,因此对每一个实验要作具体分析,采用相应的处理方法。

3. 粗大误差

凡是明显歪曲测量结果,又无法根据测量的客观条件做出合理解释的误差,都称为粗大误差,简称粗差。含有粗差的测量值称为坏值(异常值)。

产生粗差的原因是多方面的。测量者缺乏经验、粗心大意或疲劳造成测错、读错、记错、算错等过失,是产生粗差的主要原因(亦称过失误差);此外,外界的突发性干扰,使实验条件发生不能允许的偏离而未被发现,或者由于实验条件尚未达到预定要求而匆忙测量,也都会造成粗差。对测量者来说,粗差必须避免。

三、测量的正确度、精密度和准确度

1. 正确度

正确度表示测量值与真值的接近程度。正确度高表明测量的系统误差小。

2. 精密度

精密度表示多次重复测量时所得各测量值的离散程度。精密度高说明数据比较集中,随机误差小。

3. 准确度

准确度表示系统误差和随机误差的综合结果。准确度高说明系统误差和随机误差都小,测量数据均集中在真值附近,所以人们所期望的是准确度高的测量结果。

为了形象地理解上述“三度”的概念,我们用打靶记录来加以说明,如图1所示。图(a)着弹点密集,但离靶心远,这说明精密度高即随机误差小,而准确度差即系统误差大;图(b)着弹点密集,且在靶心附近,说明系统误差和随机误差都小,即准确度高;图(c)着弹点很分散且离靶心较远,说明系统误差和随机误差都大,即准确度和精密度均低,当然准确度也低。

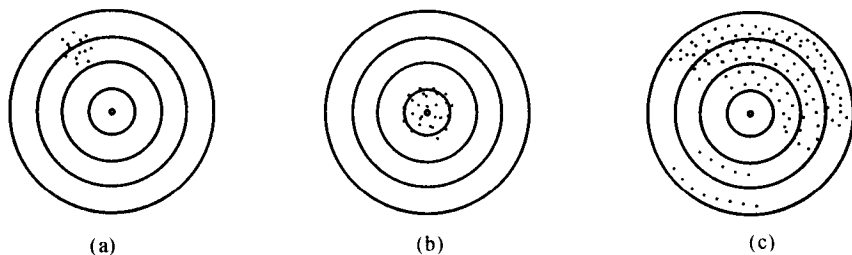


图1 打靶纪录

正确度、精密度、准确度只是对测量结果做出的定性评价,有时不严格区分这“三度”,而泛称为“精度”。

1.3 随机误差的统计分布

原则上讲,系统误差可以通过分析其产生的原因加以消除或减小,但随机误差是不可避免的,所以必须对其大小进行估算。为了简化问题,在分析随机误差时假定系统误差已经完全消除。

随机误差的特点是不可预见和不可控制的。但研究表明,当精度测量次数足够多时,测量值和随机误差服从统计规律。影响随机误差的因素是多种多样的,根据产生的原因不同随机误差有多种分布形式。在物理实验中,常见的有正态分布和均匀分布。

一、正态分布(高斯分布)

1. 正态分布的概率函数和性质

在同一条件下无限多次测量某一物理量,测量值 x 的正态分布函数是连续的,如图2所示,其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

式中, μ 和 σ 是正态分布的两个特征参量。 μ 和 σ 确定了,这个正态分布也就完全确定了。 μ 与分布曲线的峰值相对应,是待测量的真值; σ 是曲线拐点处对应的横坐标值,称为标准误差,也称标准差; x 为随机变量(实验测量值)。

根据误差的定义式(1), $x - \mu = \epsilon$ 是误差,所以误差的正态分布如图3所示,其概率密度函数为

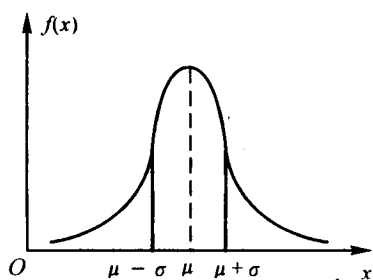


图2 测量值的正态分布

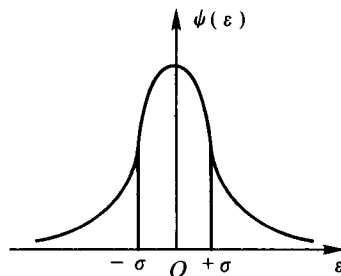


图3 误差的正态分布

$$\psi(\epsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

它表示误差出现在 ϵ 附近单位区间的概率。以上两式,1795年由高斯导出,所以又称高斯分布。

σ 的物理意义:

(1) 从式(4)可知,当 $\epsilon = 0$ 时 $\psi(0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, 根据概率密度的归一化条件, $\psi(\epsilon)$ 曲线下的面积为 1 (误差在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的概率是 1), 可见 σ 越小, $\psi(0)$ 越大, 即峰值越高, 曲线越陡。这说明各测量值越集中, 测量值的离散程度越小。反之 σ 越大, $\psi(0)$ 越小, 曲线越平坦, 数据越分散。因此某一测量值的标准误差 σ 反映了测量值相对于真值的离散程度, 它是测量值精密度的定量评价。

(2) 由概率运算公式可得误差 ϵ 在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 内出现的概率为

$$P = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} d\epsilon = 0.683 \quad (5)$$

通过计算还可得出误差出现在区间 $(-2\sigma, +2\sigma)$, $(-3\sigma, +3\sigma)$ 的概率分别为 0.954 和 0.997。把 σ 称为一倍标准差, $2\sigma, 3\sigma$ 分别称为二倍、三倍标准差。这些区间称为置信区间, 在置信区间内误差出现的概率称为置信概率(或置信度)。通常将 3σ 称为极限误差, 简称误差限, 常用来作为剔除测量值中“坏值”的准则, 叫 3σ 准则(又称“拉依达准则”)。因为误差出现在区间 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 内的概率为 0.997, 即在 1000 次测量中, 只有 3 次测量误差的绝对值可能超过 3σ 。物理实验中测量次数一般不超过 10 次, 所以认为绝对值大于 3σ 的误差是不可能出现的。若发现有大于 3σ 的误差存在, 则对应这个误差的测量值是坏值(不正常值), 应剔除。

(3) σ 是处于正态分布曲线拐点的横坐标值。

误差正态分布的性质:

单峰值: 误差为 0 处的概率密度最大, 即绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率。

对称性(抵偿性): 绝对值相等的正、负误差出现的概率相等, 所以无限多次测量的误差代数和为 0。

有界性: 在一定的测量条件下, 最大误差不超过一定限度。

2. 测量值的最佳估计值 —— 算术平均值

一个物理量的真值是未知的, 测量者总是试图想得到真值, 但实际上是不可测得的。那么,

测量结果怎么表示呢?没有真值 μ , 误差 $\epsilon_r = x - \mu$ 又怎么估算呢?

当测量次数 n 是无限大时, 由于正态分布的对称性, 正、负误差相互抵消, 误差的代数和为 0, 这就说明了 n 次测量的平均值等于真值, 即

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (n \text{ 为无限大})$$

但 n 为无限大是无法实现的。若 n 为有限次, 则

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \approx \mu \quad (n \text{ 为有限次}) \quad (6)$$

这样就可把测量值的算术平均值 \bar{x} 作为测量结果表示。 \bar{x} 最接近真值, 称为真值的最佳估计值或最近真值。

二、标准误差的计算

在相同条件下, 对某一物理量 x 进行无限多次测量, 则任一次测量值对真值 μ 的标准误差的定义是

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (7)$$

而实际测量中次数是有限的, 且真值未知, 所以 σ 无法计算。理论研究表明, 在有限的 n 次测量中, σ 的估计值为

$$s_x = t_p \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

式中, s_x 称为某次测量值的标准偏差。式中 t_p 是由测量次数决定的为保证某一置信概率的修正系数。表 1 给出了置信概率 $p = 0.683$ 的 t_p 值。

表 1 不同测量次数的 t_p 值 (置信概率 0.683)

$n-1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	∞
t_p	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1

实际上, 平均值 \bar{x} 也是一个随机变量, 它比每一个测量值都接近真值, 它的标准偏差为

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = t_p \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

三、均匀分布

误差均匀分布如图 3 所示, 其概率密度为

$$\psi(\epsilon) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta} & -\Delta \leq \epsilon \leq +\Delta \\ 0 & \epsilon < -\Delta, \epsilon > +\Delta \end{cases} \quad (10)$$

式中, Δ 是均匀分布的误差限。设在区间 $[-\Delta', +\Delta']$ 的概率是

0.683, 则有 $2\Delta' \times \frac{1}{2\Delta} = 0.683$, 即

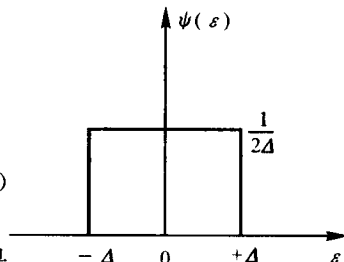


图 4 均匀分布

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\frac{1}{0.683}} = \frac{\Delta}{1.46} \quad (11)$$

式(11)说明,在均匀分布中将误差限 Δ (对应概率为1)除以常数 $C = 1.46$,即得到对应概率为0.683的误差 Δ' 。

1.4 测量结果的不确定度评定

一、不确定度的概念

定义:不确定度表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。它是被测量的真值在某个量值范围的一个评定。

不确定度是真值附近一个范围的估计值,真值以一定的概率落在其中。不确定度包含多个分量,在可修正的系统误差修正以后,将余下的全部误差按产生原因及计算方法不同分为两类:

A类:在同一条件下的多次测量值,按统计方法计算的误差分量,用 s 表示。

B类:由测量仪器、测量条件、环境等其他原因产生的误差分量,用 u 表示。

二、直接测量量的不确定度计算及结果表示

对直接测量量 x 而言,其不确定度由A类分量和B类分量的合成而来。

1. A类分量的估算

A类分量是由统计方法估算的,用 s 表示。设对 x 进行了 n 次测量,其A类分量值为式(9),即

$$s = s_x = \frac{s_r}{\sqrt{n}} = t_p \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (12)$$

本课程教学中 t_p 的值均以置信概率为0.683选取。

2. B类分量的估算

B类分量是由其他方法估算的误差分量,本课程以测量仪器的误差限和该误差的分布来决定,具体的估算方法如下:

(1) 根据仪器的说明书、国家标准,或由测量条件合理地估计测量误差限 Δ (对应的置信概率为1)。

(2) 确定该误差的分布形式,在不能确定分布的情况下,近似按均匀分布处理。

(3) 将误差限 Δ (对应的置信概率为1)除以置信因数 C 换算成一倍标准偏差对应的置信概率下的误差($R = 0.683$)。即不确定度的B类分量为

$$u = \frac{\Delta}{C} \quad (13)$$

对于正态分布 $C = 3$;均匀分布 $C = 1.46$ 。

为了本课程的教学方便,对所有的仪器误差均按均匀分布处理。

几种常用仪器的误差限取为:

1) 千分尺: 根据国家标准, 在正确使用条件下, 一级千分尺在测量范围 $0 \sim 100 \text{ mm}$ 内, 其示值误差限为 $\Delta = 0.004 \text{ mm}$ 。

2) 游标卡尺: 根据国家标准, 在测量范围 $0 \sim 300 \text{ mm}$ 内, 其示值误差限 $\Delta =$ 分度值, 如 50 分度的卡尺, $\Delta = 0.02 \text{ mm}$ 。

3) 钢板尺: 考虑到测量者的读数误差, 取 $\Delta = 0.5 \text{ mm}$ 。

4) 物理天平: 根据不同的测量精度, 天平分为 10 级, 物理实验室常用的 WL-1 型物理天平为 9 级, 其感量为 0.05 g 。天平所用砝码分为 5 个等级, 一般与 WL-1 配用的砝码为 4 等。严格来讲, B 类不确定度既要考虑天平的误差, 也要考虑使用的每个砝码的误差。教学中综合取 $\Delta = 0.05 \text{ g}$ 。

5) 秒表: 常用的电子秒表可以测量到 0.01 s , 但测量者在起始和末了的两次按表时会产生从判断到动作的人为误差, 为了考虑该因素的存在, 则取 $\Delta = 0.2 \text{ s}$ 。

6) 电表: 根据测量精度不同, 电表分为 7 个等级, 每个电表的等级标在表盘的右下角, 则 $\Delta =$ 量程 \times 级别 $\%$, 如电表等级为 a 级, 则 $\Delta =$ 量程 $\times a\%$ 。

7) 电阻箱: 电阻箱分为 5 个级别, 一般 $\Delta =$ 示值 \times 级别 $\%$ 。实验室常用的 ZX-21 电阻箱为 0.1 级, ZX-35 电阻箱为 0.2 级。

例如一个量程为 100 mA , 级别为 1.0 的电流表, 其误差限为 $\Delta =$ 量程 \times 级别 $\% = 100 \times 1\% = 1 \text{ mA}$, B 类分量为 $u = \frac{\Delta}{1.46} = \frac{1}{1.46} = 0.7 \text{ mA}$ 。

3. 总不确定度

A 类分量和 B 类分量为相互独立, 且在同一置信概率上, 则 x 的总不确定度为

$$u_x = \sqrt{s^2 + u^2} \quad (14)$$

4. 直接测量结果的表示

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm u_x (\text{单位}) & (P = 0.683) \\ E_x = \frac{u_x}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases} \quad (15)$$

式中, u_x 为绝对不确定度, E_x 为相对不确定度。式(15)的物理意义: 表示待测量 x 的真值在置信区间 $(\bar{x} - u, \bar{x} + u)$ 内出现的概率是 0.683。

综上所述可知, 直接测量量的数据处理过程为:

(1) 某一物理量在同一条件下多次重复测量时(系统误差已被修正)。

1) 计算 \bar{x} 、一次标准偏差 s_x 。用 $3s_x$ 检验测量数据中是否有坏值, 若有, 剔除坏值后重新计算 \bar{x} ;

2) 用式(12)计算 A 类分量 $s = s_x$;

3) 用式(13)计算 B 类分量 u ;

4) 用式(14)合成 A, B 分量;

5) 用式(15)给出测量结果表示。

A, B 分量的置信概率皆取 0.683。

(2) 一次测量时(系统误差已被修正)。

在实际测量中, 有些物理量由于条件的限制不可能进行多次重复测量; 或待测量很规范, 其可能的 A 类分量几乎为 0, 多次测量意义不大; 或有些量没必要进行多次重复测量。此时测

量一次即得到结果,其数据处理过程为:

- 1) 用式(13)计算 B 类分量。将 B 分量作为一次测量结果的不确定度。
- 2) 用式(15) 给出测量结果表示。

说明:绝对不确定度 u_x 取一位有效数字(按宁大勿小原则),相对不确定度 E_x 取 1 ~ 2 位有效数字。平均值 \bar{x} 的末位与不确定度对齐。

三、间接测量量的不确定度估算

在物理实验中,绝大部分是间接测量,但又是以直接测量为基础的。每个直接测量量的不确定度均要传递给(影响)间接测量量。设间接测量量为 $N = f(x, y, z)$, x, y, z 是相互独立的直接测量量。且有 $x = \bar{x} \pm u_x; y = \bar{y} \pm u_y; z = \bar{z} \pm u_z$, 其中 u_x, u_y, u_z 是相应测量量 x, y, z 的不确定度。

1. 间接测量结果的最佳估算

把各直接测量量的最佳估值 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 代入函数关系式中,即得到 N 的最佳估值为

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \quad (16)$$

2. 间接测量结果的不确定度估算

间接测量结果的不确定度是由各直接测量量的不确定度传递产生的,其传递公式可以根据数学上的全微分导出来。根据函数式的不同形式,有两种方式可较方便地导出传递公式。

(1) 若间接测量量的函数式以求和、差为主,直接对函数式求全微分得

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

再将式中微分符号 d 改为不确定度符号 u ,且式右边各项取平方和再开方,即得总的绝对不确定度。

$$u_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 u_z^2} \quad (17)$$

例如,间接测量量 N 的函数式为

$$N = A \pm B$$

式中 A, B 为直接测量量且相互独立。则 N 的总不确定度推导为

$$dN = dA \pm dB$$

则

$$u_N = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

N 的相对不确定度为

$$E_N = \frac{u_N}{\bar{N}} \times 100\%$$

(2) 若间接测量量的函数式以积、商、乘方为主则先对函数式两边取对数,再求全微分,最后得 N 的相对不确定度为

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz$$

将式中微分符号 d 改为不确定度符号 u ,且式右边各项取平方和再开方,即得间接测量量 N 的相对不确定度。

$$E_N = \frac{u_N}{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 u_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 u_z^2} \quad (18)$$