

含 最新全国统一命题考试试卷及完全详解

高等数学 (一) 微积分

高等教育自学考试同步辅导 / 同步训练

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

郑光华 侯德俊 / 主编

经济管理类公共课



最新版

赠专家预测试卷
定价16.00元

时代经

含 最新全国统一命题考试试卷及完全详解

高等数学(一)微积分

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

高等教育自学考试同步辅导/同步训练

主编 郑光华 侯德俊

经济管理类公共课

中国时代经济出版社



图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 1, 微积分/郑光华, 侯德俊主编. —北京: 中国时代经济出版社, 2004. 2

(高等教育自学考试同步辅导·同步训练)

ISBN 7-80169-541-0

I. 高… II. ①郑…②侯… III. 微积分—高等教育—自学考试—自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 011783 号

高等数学(一)微积分

郑光华 侯德俊

出 版	中国时代经济出版社 (原中国审计出版社)		
地 址	北京市东城区东四十条 24 号	邮政编码	100041
电 话	(010)88361317 64066019	传 真	(010)64066026
发行经销	新华书店总店北京发行所发行	各地新华书店经销	
印 刷	北京拓瑞斯印务有限公司		
开 本	880×1230 1/32	版 次	2004 年 2 月北京第 1 版
印 张	11	印 次	2004 年 2 月第 1 次印刷
字 数	260 千字	印 数	1—5000 册
定 价	16.00 元		

版权所有 侵权必究



本书是全国高等教育自学考试指定教材《高等数学（一）微积分》（经济管理类公共课）的配套辅导用书。

梯田品牌自考系列丛书自 1998 年出版以来，由于其独具的特点和卓越的品质深得全国各省、市教委、学校和广大自考师生的好评和认可，全国每年约有三分之二的考生使用本品牌，销量居全国同类书之榜首，被誉为最受欢迎的自考辅导丛书。

本书的编写依据：

全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《高等数学（一）微积分（附：高等数学（一）微积分自学考试大纲）》（高汝熹主编，武汉大学出版社出版）。

编写具体内容所做的重要基础工作：

1. 深入分析研究考试大纲的要求和新命题精神；
2. 深入分析研究最新高等教育自学考试全国统一命题考试的题型、分值分布、答题要求及评分标准；
3. 广泛分析自考生在学习和实际解答试卷中存在的问题，有针对性地进行全面辅导和同步训练。

本书结构及显著特点：

1. 本书以自学考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索，按考试大纲规定的考核知识点及能力层次要求为线索分章辅导，将该章中的所有知识点按统考的各种题型编写在练习题与自测题中，同时配有参考答案。题型及题序与最新全国统考试题完全一致。编写中力求做到点面结合，突出重点。

2. 精心设计的考试预测试卷，题型、题序、题量与最新全国统考试题完全一致。是作者综合全书、结合考试大纲要求精选出的数道“押题”，一定程度上反映了考试趋势，同时亦检测考生对于本课程的掌握程度。

3. 汇编最新全国统考试卷及完全详解。考生可以了解到最近、最新的全国统考试题的发展动态。考生学完全书，再通过对全国统考试卷的强化训练，巩固已经学过的知识点、考试重点，可以科学地进行自我考核、自我评估及自我调整复习方向，攻克弱点及不足，从而达到事半功倍的效果。

编写高质量的全国高等教育自学考试辅导用书，是一项长期的、艰难而具有深刻意义的社会助学工作，编写过程中不断得到社会各界的大力支持与关怀，在此深表谢意。

使该书在使用中不断提高和日臻完善，是我们永远的目标。

敬请读者批评指正。

编 者

2004年2月

GAODENGSHUXUE (YI) WEIJIFEN

第一章 函数及其图形	(1)
■ 基本要求	(1)
■ 例题及例题分析	(1)
■ 练习一	(13)
■ 自测题一	(16)
■ 练习一参考答案	(18)
■ 自测题一参考答案	(18)
第二章 极限与连续	(19)
■ 基本要求	(19)
■ 例题及例题分析	(19)
■ 练习二	(39)
■ 自测题二	(44)
■ 练习二参考答案	(48)
■ 自测题二参考答案	(51)
第三章 导数与微分	(54)
■ 基本要求	(54)
■ 例题及例题分析	(54)
■ 练习三	(73)
■ 自测题三	(78)
■ 练习三参考答案	(83)
■ 自测题三参考答案	(86)
第四章 中值定理与导数的应用	(89)
■ 基本要求	(89)
■ 例题及例题分析	(89)
■ 练习四	(109)
■ 自测题四	(113)
■ 练习四参考答案	(117)
■ 自测题四参考答案	(122)
第五章 积分	(128)
■ 基本要求	(128)

■ 例题及例题分析	(128)
■ 练习五	(157)
■ 自测题五	(162)
■ 练习五参考答案	(168)
■ 自测题五参考答案	(174)

第六章 无穷级数 (180)

■ 基本要求	(180)
■ 例题及例题分析	(180)
■ 练习六	(202)
■ 自测题六	(206)
■ 练习六参考答案	(210)
■ 自测题六参考答案	(213)

第七章 多元函数微积分 (217)

■ 基本要求	(217)
■ 例题及例题分析	(217)
■ 练习七	(245)
■ 自测题七	(250)
■ 练习七参考答案	(254)
■ 自测题七参考答案	(257)

第八章 微分方程初步 (260)

■ 基本要求	(260)
■ 例题及例题分析	(260)
■ 练习八	(277)
■ 自测题八	(278)
■ 练习八参考答案	(280)
■ 自测题八参考答案	(282)

考试预测试卷(一) (284)

■ 参考答案	(290)
--------------	-------

考试预测试卷(二) (294)

■ 参考答案	(300)
--------------	-------

附录

2003 年 1 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷	(305)
2003 年 1 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷完全详解	(312)
2003 年 4 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷	(323)
2003 年 4 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷完全详解	(331)
2003 年 10 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷	(340)
2003 年 10 月份高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学(一)微积分》试卷完全详解	(347)

第一章 函数及其图形

基本要求

1. 了解集合的概念及其表示方法.
2. 理解函数的概念,会求函数的定义域和函数值域.
3. 理解反函数的概念,会求给定函数的反函数,知道函数与其反函数之间的关系.
4. 熟练掌握基本初等函数的定义、性质及其图形;理解复合函数的定义,能正确分析复合函数的复合过程.

例题及例题分析

一、单项选择题

1. 下列集合中为空集的 【 】

- A. $\{\emptyset\}$ B. $\{0\}$
C. 0 D. $\{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in R\}$

答案 选 D.

解析 因为 A、B 分别是由空集和数零组成的集合,因此是非空集合;0 是一个数,不是集合,故 C 也不是空集. 在实数集合内,方程 $x^2 + 1 = 0$ 无解,所以 D 是空集.

2. 设 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 > 0\}$, $B = \{x \mid x - 1 \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ 【 】

- A. $\{x \mid x > 3\}$ B. $\{x \mid x < -2\}$
C. $\{x \mid -2 < x \leq 1\}$ D. $\{x \mid x \leq 1\}$

解 选 B.

由 $x^2 - x - 6 > 0$ 得 $x > 3$ 或 $x < -2$, 故 $A = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < -2\}$; 由 $x - 1 \leq 1$ 得 $x \leq 2$, 故 $B = \{x | x \leq 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | x < -2\}$.

3. 设 A, B 是集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 的子集, 且 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 3, 7, 9\}$, 则 $A \cup B$ 是 【 】

- A. $\{2, 4, 5, 6, 8\}$ B. $\{1, 3, 7, 9\}$
C. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ D. $\{2, 4, 6, 8\}$

解 选 A.

由 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 3, 7, 9\}$, 得 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$

4. 设 $M = \{0, 1, 2\}, N = \{1, 3, 5\}, R = \{2, 4, 6\}$, 则下列式子中正确的是 【 】

- A. $M \cup N = \{0, 1\}$
B. $M \cap N = \{0, 1\}$
C. $M \cup N \cup R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
D. $M \cap N \cap R = \emptyset$ (空集)

解 选 D.

由条件得 $M \cup N = \{0, 1, 2, 3, 5\}, M \cap N = \{1\}, M \cup N \cup R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, M \cap N \cap R = \emptyset$, 对照 A、B、C、D 四个备选答案知选 D.

5. 设 A, B 为非空集合, 那么 $A \cap B = A$ 是 $A = B$ 的 【 】

- A. 充分但不是必要条件
B. 必要但不是充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不是充分条件又不是必要条件

解 选 B.

若 $A = B$, 则任取 $x \in A$ 有 $x \in B$, 于是 $x \in A \cap B$, 从而 $A \subset A \cap B$. 又 $A \cap B \subset A$, 故 $A \cap B = A$.

反之不成立. 例 $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$, 显然 $A \cap B = A$, 但 $A \neq B$, 因此选 B.

6. 设有集合 $E = \{x | -1 < x \leq 10\}, F = \{-1, 0, 1, 10\}$, 则 $E \cap F =$ 【 】

C. $[-2, 2]$

D. $[-16, 16]$

解 选 C.

由条件可得 $0 \leq x^2 \leq 4, |x| \leq 2,$
 $-2 \leq x \leq 2$. 于是 $f(x^2)$ 的定义域为 $[-2, 2]$.

10. 函数 $f(x) = \ln \frac{x}{x-2}$ 的定义域是

· 【 】

A. $(-\infty, 0)$

B. $(2, +\infty)$

C. $(0, 2)$

D. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

解 选 D.

由条件知 $\frac{x}{x-2} > 0$ 且 $x \neq 2$,

得 $x > 2$ 或 $x < 0$. 故 $f(x) = \ln \frac{x}{x-2}$ 的定义域为

$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

11. 函数 $f(x) = \arcsin \frac{x-3}{2} + \frac{x-3}{x^2-x-6}$ 的定义域是【 】

A. $[1, 5]$

B. $[1, 3) \cup (3, 5]$

C. $[1, 3)$

D. $(3, 5]$

解 选 B.

由 $\begin{cases} -1 \leq \frac{x-3}{2} \leq 1 \\ x^2 - x - 6 \neq 0 \end{cases}$, 得 $1 \leq x \leq 5$ 且 $x \neq 3, x \neq -2$, 因此所给

函数的定义域为 $[1, 3) \cup (3, 5]$.

12. 已知 $f(\frac{1}{x}) = x + \sqrt{x^2 + 1}, (x > 0)$, 则 $f(x) =$ 【 】

A. $\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$

B. $\frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$

C. $\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$

D. $\frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$

解 选 B.

令 $\frac{1}{x} = t$, 则 $f(t) = \frac{1}{t} + \sqrt{\frac{1}{t^2} + 1} = \frac{1}{t} + \sqrt{\frac{t^2 + 1}{t^2}} =$

$$\frac{1 + \sqrt{t^2 + 1}}{t}, \text{ 故 } f(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}.$$

另解 因为 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{x^2 + 1} = \frac{1}{\frac{1}{x}} + \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1},$

$$\begin{aligned} \text{故 } f(x) &= \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} = \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 1} = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \end{aligned}$$

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ -1, & |x| > 1 \end{cases}$, 则 $f\left(\frac{1}{f(x)}\right)$ 【 】

A. 1

B. -1

C. $f(x)$ D. $\frac{1}{f(x)}$

解 选 A.

因 $|f(x)| = 1, \left|\frac{1}{f(x)}\right| = 1$, 故 $f\left(\frac{1}{f(x)}\right) = 1.$

14. 设 $f(x) = \frac{|x|}{x}, g(x) = x^2$, 则 $f[g(x)] =$ 【 】

A. ± 1

B. 1

C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{|x|}{x^2}$

解 选 B.

$$f[g(x)] = f(x^2) = \frac{|x^2|}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

15. 设 $f(x) = \begin{cases} 2 & |x| \leq 2 \\ 1 & |x| > 2 \end{cases}$, 则 $f(f(x)) =$ 【 】

A. 2

B. 1

C. $f(x)$ D. $(f(x))^2$

解 选 A.

$$\text{由假设 } f(f(x)) = \begin{cases} 2 & |f(x)| \leq 2 \\ 1 & |f(x)| > 2 \end{cases},$$

对任意 $x \in (-\infty, +\infty)$, $|f(x)| \leq 2$, 故有 $f(f(x)) = 2.$

16. 设 $f(1-2x) = 1 - \frac{2}{x}$, 则 $f(x) =$ 【 】

- A. $1 + \frac{4}{1-x}$ B. $1 - \frac{4}{1-x}$
C. $1 - \frac{2}{1-2x}$ D. $1 + \frac{2}{1-2x}$

解 选 B.

令 $1-2x=t, x = \frac{1-t}{2}$, 由 $f(1-2x) = 1 - \frac{2}{x}$ 得

$$f(t) = 1 - \frac{2}{\frac{1-t}{2}} = 1 - \frac{4}{1-t}, \text{ 故 } f(x) = 1 - \frac{4}{1-x}.$$

17. 设 $f(\sin \frac{x}{2}) = 1 + \cos x$, 则 $f(\cos \frac{x}{2}) =$ 【 】

- A. $1 - \cos x$ B. $-\cos x$
C. $1 + \cos x$ D. $1 - \sin x$

解 选 A.

$$f(\sin \frac{x}{2}) = 1 + 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} = 2 - 2\sin^2 \frac{x}{2}, \text{ 所以}$$

$$f(x) = 2 - 2x^2.$$

$$\text{从而 } f(\cos \frac{x}{2}) = 2 - 2\cos^2 \frac{x}{2} = 2 - (1 + \cos x) = 1 - \cos x.$$

18. 设 $f(x+2) = x^2 - 2x + 3$, 则 $f[f(2)] =$ 【 】

- A. 3 B. 0
C. 1 D. 2

解 选 D.

$$\text{因 } f(2) = f(0+2) = 0^2 - 2 \times 0 + 3 = 3,$$

$$\text{故 } f[f(2)] = f(3) = f(1+2) = 1^2 - 2 \times 1 + 3 = 2.$$

另解

$$\text{因为 } f(x+2) = x^2 - 2x + 3$$

$$= [(x+2)-2]^2 - 2[(x+2)-2] + 3,$$

$$\text{故 } f(x) = (x-2)^2 - 2(x-2) + 3 = x^2 - 6x + 11, f(2) = 3.$$

$$\text{从而 } f[f(2)] = f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 11 = 2.$$

19. 设 $g(x) = \ln x + 1$, $f[g(x)] = x$, 则 $f(1) =$ 【 】

- A. 1 B. e
C. -1 D. -e

解 选 A.

由 $\ln x + 1 = 1$, 得 $\ln x = 0$, $x = 1$, 故 $f(1) = f[g(1)] = 1$.

20. 下列各组函数中, 表示相同函数的是 【 】

- A. $y = \ln x^2$ 与 $y = 2 \ln x$
B. $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$
C. $y = 1$ 与 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$
D. $y = x$ 与 $y = \cos(\arccos x)$

解 选 C.

A 中两函数的定义域不同, B 中两函数的对应规则不同, D 中两函数的定义域与对应规则都不同. 只有 C 中两函数的定义域与对应规则完全相同, 因此选 C.

21. 函数 $y = \log_4 \sqrt{x} + \log_4 2$ 的反函数是 【 】

- A. $y = 4^{2x-1}$ B. $y = 4x - 1$
C. $y = 2^{x-1}$ D. $y = 4^{x-1}$

解 选 A.

由 $y = \log_4 \sqrt{x} + \log_4 2 = \log_4 2\sqrt{x}$ 得 $2\sqrt{x} = 4^y$,

故 $x = 4^{2y-1}$, 即所求函数的反函数是 $y = 4^{2x-1}$.

22. 设 $-\frac{1}{2} < x < 0$, 则 $y = \lg(1+x) + \lg(1-x)$ 的反函数是 【 】

- A. $y = \sqrt{1-10^x}$, $(-\infty, 0)$
B. $y = -\sqrt{1-10^x}$, $(-\infty, 0)$
C. $y = \sqrt{1-10^x}$, $(\lg \frac{3}{4}, 0)$
D. $y = -\sqrt{1-10^x}$, $(\lg \frac{3}{4}, 0)$

解 选 D.

由 $y = \lg(1+x) + \lg(1-x) = \lg(1-x^2)$ 得

$$1 - x^2 = 10^y.$$

因为当 $x \in (-\frac{1}{2}, 0)$ 时, $y \in (\lg \frac{3}{4}, 0)$. 所以

$$x = -\sqrt{1 - 10^y}.$$

故所求反函数为 $y = -\sqrt{1 - 10^x}$, $(\lg \frac{3}{4}, 0)$.

23. 设 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, 则 $f^{-1}(\frac{1}{2}) =$

【 】

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

解 选 D.

设 $f^{-1}(\frac{1}{2}) = l$, 则 $f(l) = \frac{1}{2}$. 即

$$\frac{l-1}{l+1} = \frac{1}{2}, \quad \text{解得 } l = 3.$$

24. 设 $f(x) = \ln x$, 且函数 $\varphi(x)$ 的反函数 $\varphi^{-1}(x) = \frac{2(x+1)}{x-1}$,
则 $f[\varphi(x)] =$ 【 】

- A. $\ln \frac{x-2}{x+2}$ B. $\ln \frac{x+2}{x-2}$
C. $\ln \frac{2-x}{x+2}$ D. $\ln \frac{x+2}{2-x}$

解 选 B.

令 $y = \varphi^{-1}(x)$, 则 $y = \frac{2(x+1)}{x-1}$, 得 $x = \frac{y+2}{y-2}$, 即 $\varphi(x) = \frac{x+2}{x-2}$,

故 $f[\varphi(x)] = \ln \frac{x+2}{x-2}$, 即应选 B.

25. 下列函数中, 其反函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义的是

【 】

- A. $y = x^3$ B. $y = \frac{1}{x}$
C. $y = e^x$ D. $y = \sin x$

解 选 A.

B、C、D中的函数的反函数依次为 $y = \frac{1}{x}$, $y = \ln x$, $y = \arcsin x$, 它们的定义域依次为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 、 $(0, +\infty)$ 、 $[-1, 1]$, 只有 A 的反函数为 $y = \sqrt[3]{x}$, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 因此应选 A.

26. $y = \frac{3^x}{2+3^x}$ 的反函数是 【 】

A. $y = \frac{3^{-x}}{3^{-x}+2}$

B. $y = \frac{2+3^x}{3^x}$

C. $y = \log_3 \frac{2x}{1-x}$

D. $y = \log_3 \frac{1-x}{2x}$

解 选 C.

由 $y = \frac{3^x}{2+3^x}$, 得 $2y + y \cdot 3^x = 3^x$,

$2y = 3^x(1-y)$, $3^x = \frac{2y}{1-y}$, $x = \log_3 \frac{2y}{1-y}$,

故所求反函数为 $y = \log_3 \frac{2x}{1-x}$.

27. 将函数 $f(x) = 2 - |x-2|$ 表示为分段函数时, $f(x) =$ 【 】

A. $\begin{cases} 4-x, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 4-x, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4-x, & x \geq 0 \\ 1-x, & x < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4-x, & x \geq 2 \\ 4+x, & x < 2 \end{cases}$

解 选 B.

由条件 $f(x) = \begin{cases} 2-(x-2), & x \geq 2 \\ 2-(2-x), & x < 2 \end{cases}$, 即

$f(x) = \begin{cases} 4-x, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$, 因此选 B.

28. 下列函数中, 表达式为基本初等函数的是 【 】

A. $y = \begin{cases} 2x^2, & x > 0 \\ 2x+1, & x < 0 \end{cases}$

B. $y = 2x + \cos x$

C. $y = x$

D. $y = \sin \sqrt{x}$