

（此处为模糊文字，可能是出版社或作者信息）



吴鸣凤 编著

新课标

初中数学应试指南 核心辅导

七年级

湖北长江出版集团
湖北教育出版社

内容
新特点
新方法

CHUZHONGSHUXUE

YINGSHIZHINAN

HEXINFUDAO

吴鸣凤 编著



新课标 初中数学应试指南 核心辅导

七年级

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

新课标初中数学应试指南核心辅导.七年级/吴鸣凤编著. —武汉:湖北教育出版社.

ISBN 7-5351-2705-3

I. 新… II. 吴… III. ①代数课—初中—教学参考资料②几何课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 07957 号

出版 发行:湖北教育出版社
网 址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027-83619605

经 销:新华书店

印 刷:孝感市三环印务有限责任公司印刷 (432100·孝感市高新技术开发区东区工业园)

开 本:787mm×1092mm 1/16

8 印张

版 次:2006 年 10 月第 1 版

2006 年 10 月第 1 次印刷

字 数:180 千字

印数:1-5 000

ISBN 7-5351-2705-3/G·2200

定价:12.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前言

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书是遵循教育部新颁布的《基本教育课程改革纲要》以及《全日制义务教育课程标准》的要求,紧扣“新课标、新内容、新特点、新方法”而编著的。

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书,系统阐述了数学公式、法则、定义、定理的内涵与外延,注重基础知识与技能,注重创新能力和知识综合能力,注重实践、操作能力。

这套丛书的鲜明特点是:

1. 突出了数学素质教育,重在培养学生的创新精神,在教学过程中努力培养学生的归纳、推理、判断能力;

2. 突出了教材的重点、难点,紧密结合教学进行系统性、针对性的讲与练,重在培养学生的分析与解题能力;

3. 突出了教学方法的理解和运用,如配方法、换元法、判别式法、待定系数法等等;

4. 突出了学习方法,紧密结合教学进行典型例题解析,重在熟悉解题策略、方法(如化简绝对值的方法“先判后去”的原则),这样既减轻学生的学习负担,又提高了学习效率;

5. 突出了记忆方法(如记忆全等的直角三角形法,可归纳、概括为“两边对应相等、一边和一锐角对应相等”;幂的运算法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 中,抓住“底数不变、运算降级”这一规律,有利于学生提高记忆能力);

6. 突出了课本中的例题、习题的分类(如一元二次方程的解法,实际上归纳为两类,第一类是判别式为一个平方数或平方式时,则运用十字相乘法求方程的根;第二类是判别式不是一个平方数或平方式时,则运用求根公式法求方程的根,这样大大地提高了学生的学习效率);

7. 突出了信息获取、实际操作的新题型,培养学生获取数学信息能力、实际操作能力;

8. 突出了规律意识的新题型,有利于培养学生发现规律、归纳规律的能力;

9. 突出了开放型试题,有利于培养学生探索、创新知识的能力;

10. 突出应试内容、应试专题辅导,帮助学生全面系统地复习数学知识与能力,提高应试效果。

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书,例题、习题精选于湖北、北京、上海、天津、南京、重庆、浙江、广东、黑龙江、山西等省市的中考试题、课改试题,其广度、难度、深度以全国各省市中考压轴题为标高。

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书,标有“*”的是重点内容、例题及习题,必须掌握解题方法;标有“**”的例题、习题是难点例题、习题,供教师、学生选用;标有“.”号的内容、例题及习题,供使用不同版本的新教材的教师、学生选用。

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书,分三册:

第一册 七年级(初中一年级)使用;

第二册 八年级(初中二年级)使用;

第三册 九年级(初中三年级)使用.

这套丛书适合于《人教版》、《北师大版》、《华东版》等新教材使用.

作者根据“新课标、新内容、新特点、新方法”编著了《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书,既适用于各年级作同步辅导和同步训练,又适用于初三年级(九年级)升学复习使用,也可供初中数学教师作教学参考资料.

新编《新课标·初中数学应试指南·核心辅导》丛书还有不足之处,我真诚地期望广大读者不吝赐教,使这套丛书走向完善.谢谢!

吴鸣凤

2006年8月于武汉

目 录

第一章 有理数	1
一、数轴	1
二、相反数	3
三、倒数	5
四、* 绝对值	6
五、有理数混合运算“7”技	10
六、科学记数法	13
第二章 一元一次方程	15
一、一元一次方程的概念	15
二、含字母的一元一次方程 $ax+b=0$ 的解法(二分法)	16
三、解一元一次方程的技巧	16
四、* 解销售问题的应用题的方法	18
第三章 二元一次方程组	22
一、解二元一次方程组	22
二、* 列方程(组)解应用题	33
第四章 不等式与不等式组	39
一、一元一次不等式(组)的解法	39
二、* 不等式的应用	42
第五章 实数	51
一、实数的概念	51
二、实数的分类	53
三、二次根式 $\sqrt{a}$ 的化简方法	55
第六章 图形认识初步	59
一、直线 射线 线段	59
二、角的运算	61
第七章 相交线与平行线	71
一、平行线	71
二、平移变换	82
三、镶嵌(平面图形的密铺)	84
第八章 三角形	87
一、三角形三边不等关系	87

二、三角形、多边形内角和	90
附:应试专题	94
专题一 规律探索方法	94
1. 归纳法	94
2. 拆项相消法	98
3. 幂的周期性	99
4. 等差数列公式法	101
5. 等比数列公式法	103
6. 整体换元法	104
专题二 看“三视图”的方法	109
专题三 非负数性质的应用	117

第一章 有理数

重点 正确理解并会用数轴、相反数、倒数、绝对值等的概念进行运算,熟悉有理数四则运算法则.

难点 绝对值的化简.

一、数轴

【重点难点精释】

1. 理解数轴的意义:规定了原点、方向和长度单位的直线.

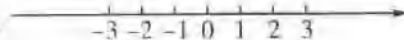
数轴的三要素“原点、方向、长度单位”,缺一不可.

2. 掌握数轴的画法:

第一步,画直线定原点: 

第二步,取原点向右的方向为正方向: 

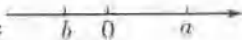
第三步,选取适当长度为单位长度: 

第四步,在数轴上标出 $1, 2, 3, \dots, -1, -2, -3, \dots$. 

3. 正确运用数轴.

帮助我们理解有理数的分类;解释数的概念(如相反数、绝对值);会用数轴计算、比较有理数的大小.

【典型例题解析】

例1 a, b 在数轴上的位置如图所示: 

则下列结论正确的是()

A. $a+b > a > b > a-b$

B. $a > a+b > b > a-b$

C. $a-b > a > b > a+b$

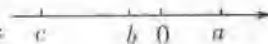
D. $a-b > a > a+b > b$

解:运用数形结合的思想方法,作出相应的图形,由形到数判断,

$$\because a > 0, b < 0, \therefore a-b > 0, a-b > a, a > a+b, a+b > b,$$

$$\therefore a-b > a > a+b > b,$$

$\therefore$ 应选择(D).

例2 已知 a, b, c 在数轴上的位置如图所示: 

则下式中正确的是()

A. $cb > ba$

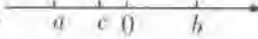
B. $ca > ab$

C. $cb < ab$

D. $b+c > a+b$

解:由形到数判断, $\because a > 0, b < 0, c < 0$,
 $\therefore bc > 0, ba < 0, ca < 0, b + c < 0, a + b > 0$.

可知 $bc > ba$ 是正确的, $\therefore$ 应选择 (A).

例 3 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,  且 $|a| = |b|$, 则 $|c-a| + |c-b| + |a+b| =$ _____.

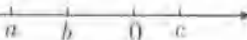
解:由形到数判断, 观察图形.

$\because c-a > 0, c-b < 0$, 又 $\because |a| = |b|, \therefore a+b=0$.

于是, 原式 $= (c-a) + [-(c-b)] + 0 = b-a$.

例 4 已知 $a < b < 0, c > 0, |a| > c$,

化简: $|b-a| + |a| - |a+b| = |c-b| + |a+c| - |a-c|$.

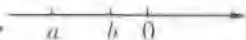
解:先由数到形画出相应的图形, 

再由形到数判断, $\because a < 0, b < 0, c > 0, a < b$.

$\therefore b-a > 0, a+b < 0, c-b > 0, a+c < 0, a-c < 0$.

于是, 原式 $= b-a-a-[-(a+b)]-(c-b)+[-(a+c)]-[-(a-c)] = -a+3b-3c$.

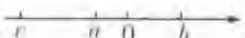
例 5 若 $a < b < 0$, 试化简: $|a+b| + |a-b| - |ab| + 2|a|$, 并把 $a, a+b, a-b, ab$ 按从小到大的顺序排列起来.

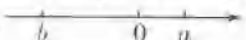
解:先由数到形, 画出图形,  再由形到数判断 $a, b, a+b, a-b, ab$ 的正负. 观察图形, 可知 $a < 0, b < 0, a+b < 0, a-b < 0, ab > 0$.

于是, 原式 $= -(a+b) + [-(a-b)] - ab + 2(-a) = -4a - ab$.

按从小到大的顺序排列为 $a+b, a, a-b, ab$.

【迁移扩展练习】

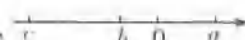
1. 已知有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,  化简: $|a+b| - |c-b|$.

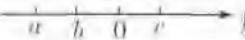
2. 实数 a, b 在数轴上对应位置如图所示,  则 $|a-b| + |b|$ 等于 _____.

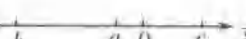
3. 已知 $a < b < c < 0$, 化简: $|a| + |c+a| - |a+b| - |b-c|$.

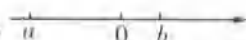
4. 已知实数 a, b, c 在数轴上的对应点是 A, B, C,  化简: $|a+c| + |b+c| - |a+b|$.

5. a, b, c 三个数在数轴上的位置如图所示,  试化简: $|a+c| + |a-b| - |b-c|$.

6. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图所示,  那么, $|a| + |c-a| - |a-b| + |b-c| =$ _____.

7. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图所示,  那么, 求 $|a| - |a+b| + |c-b|$ 的值.

8. 已知 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,  求 $|a| + |a-c| - |a+b| + |b+c|$ 的值.

9. a, b 在数轴上的对应点位置如图所示,  则 $|a-b| - |a|$ 的结果



是_____.

10. 有理数 a, b, c 在数轴上的对应点如图所示, $\frac{c}{b}$ $\frac{a}{0}$ 试化简: $|a| + |c-a| - |a+b| + |b-c|$.

11. 在所给数轴上画出表示数 $-3, -1, |-2|$ 的点, $\frac{0}{1}$ 把这组数从小到大用“ $<$ ”号连接起来.

12. 已知实数 a, b 在数轴上对应的点如图所示, $\frac{b-1}{0} \frac{a}{1} x$ 则下列式子正确的是 ().

A. $ab > 0$

B. $|a| > |b|$

C. $a-b > 0$

D. $a+b > 0$

答案: 1. $a+c$ 2. $a-2b$ 3. $-a+2b$ 4. $-2c$ 5. $-2a$ 6. $a-2b-2c$ 7. c 8. $-a$ 9. b

10. $3a+2b-2c$ 12. C

二、相反数

【重点难点】

1. 理解相反数的概念.

2. 掌握相反数的性质.

(1) 若 a 与 b 互为相反数, 则 $a+b=0$; 反之亦然.

(2) 若 a 与 b 互为相反数, 则 $ab < 0$.

(3) 零的相反数是零.

(4) 若 a 与 b 互为相反数, 其商为 -1 .

3. 掌握相反数的求法.

求一个数的相反数, 只要把这个数用括号括起来, 然后在括号前面添上“ $-$ ”号就是原数的相反数; 或求一个数的相反数是指用 -1 乘以原数.

【典型例题解析】

已知 a, b 是互为相反数.

求多项式 $a+2a+3a+\cdots+49a+50a+50b+49b+\cdots+3b+2b+b$ 的值.

解: 首尾相加法.

设 $S=a+2a+3a+\cdots+49a+50a+50b+49b+\cdots+3b+2b+b$

$S=b+2b+3b+\cdots+49b+50b+50a+49a+\cdots+3a+2a+a$

则 $2S=(a+b)+2(a+b)+3(a+b)+\cdots+49(a+b)+50(a+b)+50(a+b)+49(a+b)+\cdots+3(a+b)+2(a+b)+(a+b)$

$\because a, b$ 互为相反数, $\therefore a+b=0$.

$\therefore S=0$, 即 $a+2a+3a+\cdots+49a+50a+50b+49b+\cdots+3b+2b+b=0$.

求 $a-1$ 的相反数.

解: 当 $a-1 \neq 0$ 时, 则 $a-1$ 的相反数是 $-(a-1)=1-a$;

当 $a-1=0$ 时,则 $a-1$ 的相反数是零.

如果 a, b 表示有理数,在什么条件下, $a+b$ 和 $a-b$ 互为相反数? $a+b$ 与 $a-b$ 的和是偶数? 在什么条件下 $a+b$ 和 $a-b$ 的和是 3?

答:当 $a=0, b$ 为任意有理数时,则 $a+b$ 和 $a-b$ 互为相反数;

当 a 为正整数, b 为任意有理数时,则 $(a+b)+(a-b)$ 的和是偶数.

当 $a=1.5, b$ 为任意有理数时,则 $(a+b)+(a-b)$ 的和是 3.

【迁移拓展练习】

一、判断正误

1. $\frac{1}{2}$ 的相反数是 -0.5 ; ()
2. -8 和 $+6$ 是互为相反数; ()
3. -0.04 和 $\frac{1}{25}$ 互为相反数; ()
4. 两个相反数的和是零; ()
5. 两个相反数的商是 -1 ; ()
6. 任何一有理数都有相反数; ()
7. 和为零的两个数叫做互为相反数; ()
8. 符号不同的两个数叫做相反数; ()
9. $a+b$ 与 $-(a+b)$ 互为相反数; ()
10. 正数与负数是互为相反数; ()
11. $-a$ 的相反数的相反数是 $+a$; ()
12. 零没有相反数. ()

二、填空题

1. 已知代数式 $2x-5$ 的值与 (-5) 互为相反数,则 $x=$ _____;
2. 若 $\frac{1}{3}(x+2)$ 与 $3-2x$ 互为相反数,则 $x=$ _____;
3. 如果 a 的相反数仍是 a ,那么 $a=$ _____;
4. a 与它的相反数的差是 _____;
5. m, n 互为相反数,则 $m-1+n=$ _____;
6. $-2m$ 和 $m-1$ 互为相反数,则 $m=$ _____;
7. 如图, $\frac{a}{\quad} \xrightarrow{\quad} 0$ 若 $|a|=3$,则 a 的相反数是 _____;
8. 若 $2a$ 与 $1-a$ 互为相反数,则 $a=$ _____;
9. 已知 a, b 互为相反数,则 $(a+b)^2=$ _____.



三、倒数

【重点难点剖析】

1. 理解倒数的概念: 乘积是 1 的两个数互为倒数.

1 的倒数是 1, 而零没有倒数.

2. 掌握倒数的求法: 用 1 除以原数.

【典型例题剖析】

一个数的倒数的相反数是 $3\frac{1}{5}$, 这个数是_____.

解: 设这个数为 x , 则 x 的倒数是 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x}$ 的相反数是 $-\frac{1}{x}$.

$$\therefore -\frac{1}{x} = 3\frac{1}{5}, \quad \therefore x = -\frac{5}{16}.$$

a 是非零有理数, 它和它的倒数及相反数的和是_____.

解: $\because a$ 的倒数是 $\frac{1}{a}$, a 的相反数是 $-a$,

列代数式为 $a + \frac{1}{a} - a$, $\therefore$ 其和为 $\frac{1}{a}$.

若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 表示有理数 m 的点到原点的距离为 1, 则

$$\frac{a+b}{a+b+cd} + cd + m = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解: $\because a, b$ 互为相反数, $\therefore a+b=0$; $\because c, d$ 互为倒数, $\therefore cd=1$.

$\because m$ 点到原点的距离为 1, 如图所示, $\xrightarrow{\hspace{1.5cm}}$

$$\therefore m = \pm 1.$$

当 $m=1$ 时, 原式 $= 2$;

当 $m=-1$ 时, 原式 $= 0$.

【同步练习】

一、填空题.

1. 若 a, b 互为倒数, 则 $\frac{ab+1}{1+a^2b^2}$ 的值是_____.

2. 3 与 -2 这两个数的和的倒数是_____.

3. 如果 a 与 $-\frac{1}{3}$ 互为倒数, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 如果代数式 $\frac{2x+1}{4}$ 与 $\frac{1}{3}$ 互为倒数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 $\frac{1}{3}(x+1)$ 与 $3-2x$ 互为相反数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. a, b 两个数之积的 $2\frac{1}{2}$ 减去它们积的倒数的相反数是_____.

7. 已知方程 $2x+3y-4=0$, 当 x 与 y 互为相反数时, $x=$ _____, $y=$ _____.

8. a 的倒数是 $-\frac{2}{3}$, 则 $a=$ _____.

9. $-\frac{2}{5}$ 的倒数与 $\frac{3}{10}$ 的倒数和的相反数是_____.

10. 已知一个数的倒数是 -2 , 那么这个数是_____.

11. $-a$ 的相反数是最大的负整数, b 是最小的正整数, 则 $a+b=$ _____.

二、计算题.

1. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 试求 $\frac{ac+bc-3+c}{3-c^2d}$ 的值.

2. 已知 a 的倒数是 $-\frac{1}{3}$, b 的相反数是 0 , 表示有理数 c 的点到原点的距离为 4 , 求代数式

$\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b}$ 的值.

3. 已知: $a+b=c, b+c=d, c+d=a$, 求: $a+b+c-d$ 的最大值.

解: 先解方程组 $\begin{cases} a+b=c, & (1) \\ b+c=d, & (2) \\ c+d=a, & (3) \end{cases}$

由(1)代入(2)消去 c 项, 得 $a+2b=d$, (4)

由(3)代入(1), $c+2b=0$, (5)

由(2) $c=d-b$ 代入(5)消去 c 项, 得 $b+d=0$, $\therefore b$ 与 d 互为相反数.

$\because d=-b$ 代入(2) $2b+c=0$, $\therefore c=-2b$.

由(1), $a=-b+c=-3b$, 原式 $=a+c=-5b$.

$\because b$ 为正整数, 当 $b=1$ 时, 则原式 $=-5$.

$\therefore$ 当 $b=1$ 时, $a+b+c-d$ 的最大值为 -5 .

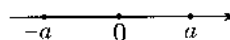
答案: 一、1. 1 2. 1 3. 3 4. $\frac{11}{2}$ 5. 2 6. $\frac{5a^2b^2-2}{2ab}$ 7. -4.4 8. $-\frac{3}{2}$ 9. $-\frac{5}{6}$

10. $-\frac{1}{2}$ 11. 0 二、1. -1 2. $+\frac{7}{12}$

四、** 绝对值

【重点难点精辟】



1. 理解绝对值的概念: 数轴上表示一个数的点离开原点的距离, 叫做一个数的绝对值.
 数 a 的绝对值, 表示为 $|a|$. 一个正数的绝对值是它的本身, 一个负数的绝对值是它的相反数, 零的绝对值是零.

2. 掌握绝对值的性质.



(1)任何一个有理数的绝对值只有一个值,但反过来, $x = a(a > 0)$ 时, $x = \pm a$,它们是相反数;

(2)任何一个有理数的绝对值一定是非负数,绝对值的最小值是零;

(3)两个互为相反数的绝对值相等,但绝对值相等的两个数相等或互为相反数.

3. 掌握求一个数的绝对值的方法.

求一个数的绝对值,必须遵循“先判后去”的程序,即先判定这个数是正数、零还是负数,再由绝对值的定义确定其符号,并去掉绝对值符号.

【典型例题解析】

有条件限制的绝对值的化简.

已知 $|x| = 3$, $|y| = 2$, 且 $xy < 0$, 则 $x + y$ 的值等于_____.

解: $\because xy < 0, \therefore x, y$ 异号, $\because x = \pm 3, y = \pm 2$,

当 $x = 3, y = -2$ 时, 于是 $x + y = 1$;

当 $x = -3, y = 2$ 时, 于是 $x + y = -1$.

若 $a < -2$, 化简: $|1 - |1 + a||$.

解: 这道题是双重绝对值化简. 方法是: 由内到外层层去掉绝对值的符号, 遵循“先判后去”的程序, 即先判断绝对值符号内的整式 $1 + a$ 是正还是负, 由绝对值定义去掉内层绝对值的符号, 然后判断 $2 + a$ 的符号, 去掉外层的绝对值符号.

原式 $= |1 - [- (1 + a)]| = |2 + a| = -(2 + a)$.

a, b, c 表示有理数, 且 $|a| + a = 0, |ab| = ab, |c| - c = 0$.

则 $|b| + |a - c| - |c - b| - |a + b| =$ _____.

解: $\because |a| + a = 0, \therefore |a| = -a, \therefore a < 0$.

$\because |ab| = ab, \therefore a < 0, \therefore b < 0$.

$\because |c| - c = 0, \therefore |c| = c, \therefore c > 0$.

于是, 原式 $= -b - (a - c) - (c - b) - [-(a + b)] = b$.

已知 $abc > 0$, 求 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} - \frac{|abc|}{abc}$ 的值.

解: 分类讨论求值, 遵循“先判后去”的程序, 判断 a, b, c 及 abc 是正数还是负数, 然后由绝对值定义确定各项的符号.

$\because abc > 0$,

当 a, b, c 都为正数时, 原式 $= 2$;

当 a, b, c 中两个为负数, 一个为正数时, 原式 $= -2$.

已知 $\frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} = 1$, 求 $(\frac{|abc|}{abc})^{2002} \div (\frac{bc}{|ab|} \cdot \frac{ac}{|bc|} \cdot \frac{ab}{|ca|})$ 的值.

解: $\because \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} = 1$. 要使等式成立, a, b, c 不能同时为正、负, 或两负一正, 只能是两正一负. 于是, 原式 $= 1$.

【迁移拓展训练】

1. 已知 a, b 互为倒数, 那么 a, b 满足的关系为 _____.
2. $|- \frac{1}{3}|$ 的倒数是 _____.
3. 已知 $|a|=3, |b|=5$, 且 $a>b, ab<0$, 求 $a+b, a-b$ 的值.
4. 若 $a>1$, 化简: $|1-a|+|a|$.
5. 已知 $2<x<4$, 化简: $|x-1|+|x-5|$.
6. 当 $a<0$ 时, 化简: $\frac{|a|-a}{a}$.
7. 若 $a<0$ 时, 化简: $2a+5|a|$.
8. a, b, c, d 都是非零有理数, 试说明在 $ab, -bc, cd, da$ 中, 至少有一个取正值, 一个取负值.
9. 若 $x<-2$, 求 $\frac{1-|1+x|}{2+x}$ 的值.
10. 已知 $1<x<3$, 求 $|x-1|+|x-3|$ 的值.

答案: 3. -2.8 4. $2a-1$ 5. 4 6. -2 7. $-3a$ 9. -1 10. 2

【重点难点讲解】

突破难点的方法, 利用零点分段法, 其步骤是:

1. 找出零点; 2. 划分区间; 3. 分段讨论.

【典型例题解析】

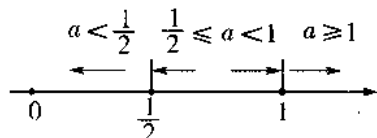
无条件限制的绝对值的化简、求值问题.

化简: $|1-a|+|2a-1|$

解: 1. 找出零点. 分别令每个绝对值符号内的代数式为零, 解方程求零点.

令 $1-a=0$, 得 $a=1$; 令 $2a-1=0$, 得 $a=\frac{1}{2}$.

2. 划分区间. 将零点按大小顺序在数轴上标出, 把 a 的取值范围分成若干区间.



3. 分段讨论. 按顺序分别在每一个区间内进行讨论.

(1) 当 $a < \frac{1}{2}$ 时, 则原式 $= 1-a-(2a-1) = -3a+2$;

(2) 当 $\frac{1}{2} \leq a < 1$ 时, 则原式 $= a$;



(3) 当 $a \geq 1$ 时, 则原式 $= 3a - 2$.

若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, $|x| = 2$.

求代数式 $\frac{a+b}{x^2} + x - cd$ 的值.

解: $\because a, b$ 互为相反数, $\therefore a + b = 0$; $\because c, d$ 互为倒数, $\therefore cd = 1$.

$\because |x| = 2$, $\therefore x = \pm 2$.

当 $x = 2$ 时, 则原式 $= 1$;

当 $x = -2$ 时, 则原式 $= -3$.

已知 $m^2 = 25$, $|n| = 0.2$, $|m - n| = n - m$.

求: (1) m, n 的值;

(2) 代数式 $m^{2004} \cdot n^{1999}$ 的值.

解: (1) $\because m^2 = 25$, $\therefore m = \pm 5$; $\because |n| = 0.2$, $\therefore n = \pm 0.2$.

$\because |m - n| = n - m$, $\therefore n - m > 0$, $\therefore n > m$,

$\therefore n = 0.2, m = -5$; $n = -0.2, m = -5$.

(2) 当 $n = 0.2, m = -5$ 时, $m^{2004} \cdot n^{1999} = (-5)^{2004} \cdot (0.2)^{1999} = 5^5 \cdot (5 \times 0.2)^{1999} = 3125$;

当 $n = -0.2, m = -5$ 时, $(-5)^{2004} \cdot (-0.2)^{1999} = -3125$.

【迁移扩展练习】

1. 已知 $|a| = 8, |b| = 2, |a - b| = b - a$, 则 $a + b =$ _____.

2. 一个数减去 _____, 就得到它的相反数.

3. 如果 x, y 互为相反数, 那么 $(5^x)^x \cdot (5^y)^2 =$ _____.

4. 若 m 和 n 互为相反数且不为零, x 和 y 互为倒数, c 的绝对值是 2.

求 $(xy - \frac{m}{n})^2 + (c^4 \div \frac{n}{m}) - (\frac{x}{y})^{1998} \cdot (m + n)^{1999}$ 的值.

5. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, x 的绝对值等于 1.

求 $a + b + x^2 - xcd$ 的值.

6. 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, $|x| = 2$, 求 $x^2 - (a - b + cd)x + (a + b)^{2001} + (-cd)^{2001}$ 的值.

7. 已知 $-2 < x < 3$ 时, 化简: $|x + 2| - |x - 3|$.

8. 已知 $a < -2$, 化简: $|1 - a| + |2a + 1| + |a|$.

9. 化简: $|x + 3| - |x - 4|$.

答案: 1. $-6, -10$ 3. 1 4. 16 5. $x = 1$ 时原式 $= 0$; $x = -1$ 时原式 $= 2$ 6. $x = 2$ 时, 原式 $= 1$; $x = -2$ 时, 原式 $= 5$ 7. $2x + 1$ 8. $-4a$ 9. $-7, 2x - 1, 7$

五、有理数混合运算“7”技

【重点难点精析】

熟悉有理数加减乘除乘方的法则.

【典型例题解析】

1. 按类分组.

计算: $7\frac{3}{5} - 23 + 4\frac{4}{5} + (-5.9) - (-13) - 4.1$

解:按整数、分数、小数分组后,分别相加,运算时用加法的交换律、结合律计算简捷.

$$\text{原式} = (13 - 23) + (7\frac{3}{5} + 4\frac{4}{5}) - (5.9 + 4.1) = -10 + 12\frac{2}{5} - 10 = -7\frac{3}{5}.$$

2. 转化分组.

计算: $1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{6} - 1.75 + 3\frac{2}{3}$

解:先将分数 $1\frac{3}{4}$ 化为小数 1.75, 后按类分组计算, 或将小数转化为 $1\frac{3}{4}$, 后按类分组计算.

$$\text{原式} = (1\frac{3}{4} - 1.75) + (3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}) - 1\frac{1}{2}.$$

3. 分组通分.

计算: $-1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - 1\frac{1}{4}$

$$\text{解:原式} = (-1 - 1) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{3} + \frac{5}{6}) = -2 - \frac{3}{4} + \frac{7}{6} = -2 + \frac{5}{12} = -1\frac{7}{12}.$$

4. 换位凑整.

计算: $(-5) \times 8 \times (-7) \times (-0.25)$

解:由乘法的交换律、结合律交换项的位置,计算简捷.

$$\text{原式} = (-5) \times (-7) \times (-0.25) \times 8 = 35 \times (-2) = -70.$$

5. 拆项凑整.

计算: $(-4\frac{1}{10}) \times 1.25 \times (-8)$

$$\text{解:拆项, } -4\frac{1}{10} = -4 - \frac{1}{10}.$$

$$\text{原式} = (-4 - \frac{1}{10}) \times 1.25 \times (-8) = 10(4 + \frac{1}{10}) = 40 + 1 = 41.$$

6. 巧用运算律.

计算: $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}) \times 12 + \frac{3}{4} \times (-7) + (-15) \times \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \times (-2)$

巧用乘法的分配律及它的逆运算,计算十分简捷.