

学校一流老师 一流资源



三一丛书

大学物理

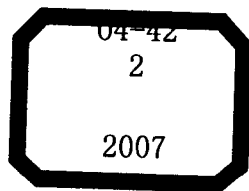
要点与解题

王小力 张孝林 徐忠锋



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

西安交大教学资源文库 三一丛书



大学物理

要点与解题

王小力 张孝林 徐忠锋

西安交通大学出版社

内容简介

本书是作者按照教育部普通高等院校关于物理教学的基本要求,针对大学生学习物理课程时对掌握基本概念、基本规律和基本方法中存在的问题和困难,根据多年的教学经验而编写的。全书包括力学与狭义相对论、电磁学、振动与波(含波动光学)、热力学与气体分子动理论、量子物理基础共5章。各章分有基本要求、基本知识点和典型题解3部分。全书根据大学物理课程学习重点和难点,共收集近300道大学物理的典型题,具有覆盖面全、适用性强的特点,题目的求解注重分析,力求有较新颖、独特的解法,并针对解题思路和方法给出注释,旨在启发读者学会和掌握求解大学物理各类问题的思路、方法和技巧,提高分析问题和解决问题的能力。

本书可作为普通院校大学生、电大、函授等学生学习大学物理课程的教学参考书,也可供报考研究生的考生使用和各类高等学校从事物理教学的教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理要点与解题/王小力,张孝林,徐忠峰编著
西安:西安交通大学出版社,2007.1
(西安交大教学资源文库.三一丛书)
ISBN 978-7-5605-2222-7

I. 大... II. ①王... ②张... ③徐... III. 物理学
-高等学校-教学参考资料 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 141957 号

书 名	大学物理要点与解题
编 著	王小力 张孝林 徐忠峰
出版发行	西安交通大学出版社
地 址	西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
电 话	(029)82668315 82669096 (总编办) (029)82668357 82667874 (发行部)
印 刷	陕西新世纪印刷厂
字 数	360 千字
开 本	880mm×1230mm 1/32
印 张	9.75
版 次	2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5605-2222-7/O·236
定 价	15.80 元

版权所有 侵权必究

丛书总序

为了使普通高等学校理工类专业的大学生更好地学习、掌握基础课和专业基础课知识,我们组织出版了这套“三一”丛书,目的就是提供一流的学习资源,使大家共享一流教师的教学经验和教学成果,为今后的学习打下良好的基础。

西安交通大学是国内仅有的几所具有百年历史的高等学府,是首批进入国家“211 工程”建设的七所大学之一,1999 年被国家确定为我国中西部地区惟一所以建设世界知名高水平大学为目标的学校。西安交大历来重视本科生教学,1996 年成为全国首家本科教学评估为优秀的大学。学校拥有国家级、省部级、校级教学名师数十名,具有丰富的、一流的教学资源。本丛书均由西安交通大学长期在教学一线主讲的教授、副教授主编,他们具有丰富的基础课、专业基础课教学和辅导经验。丛书作者们在长期的教学实践中,深深了解学生在学习基础课、专业基础课时的难点和困惑点之所在,对如何使学生更有效地学习、掌握课程的基本知识和解题技巧进行了深入的探索和研究,并将成果体现于书中。

本丛书针对中少学时课程的特点和教学要求,以普通高等学校的学生为主要对象,不拘泥于某一本教材,而是将有特色和使用量较大的各种版本的教材加以归纳总结,取其精华,自成一体。书中对课程的基本内容、研究对象、教学要求、学习方法、解题思路进行了全面、系统的总结和提炼,按基本知识点、重点与难点、典型题解析、自我检测题等环

节进行编排。本丛书既可单独使用,也可与其他教材配合使用。

我们衷心希望本丛书成为您大学基础课和专业基础课学习阶段的良师益友,帮助您克服困难,进入大学学习的自由王国,并祝您早日成为国家的栋梁之材!

在学习使用过程中,您如果发现书中有不妥之处或有好的建议,敬请批评指正并反馈给我们,我们会进一步改进自己的工作,力争使您满意。

真诚感谢您使用西安交大版图书。

西安交大出版社网址:<http://press.xjtu.edu.cn>

<http://www.xjtupress.com>

理工医事业部信箱: jdlgy31@126.com

西安交通大学出版社

前 言

物理学是一门重要的基础科学,是整个自然科学的基础和当代技术发展中最主要的源泉。因此,在高等院校培养各类创新型、高素质人才的过程中,大学物理是一门必修的重要基础课程,在培养学生的创新意识、自主学习和科学素养中具有重要的作用和地位。

学好大学物理,除了课堂内的学习和训练之外,需要结合教学要求,加强课外阅读和独立思考,做一定数量的练习题。通过反复练习和自主琢磨,才能不断地巩固和深化课程知识,掌握好科学方法,提高分析问题、解决问题的能力,提升自身的科学素养。针对高等院校学生学习大学物理课中存在的各种问题和遇到的困难,为使学生能在较短时间内掌握好物理学的基本概念、基本规律和基本方法,灵活运用各种方法求解物理问题,从习题练习中启迪思考,开发智能,我们根据普通高等院校大学物理课程的教学基本要求,结合教学中的重点难点和一些关键问题,在总结多年教学实践经验的基础上,编写了这本旨在启发、帮助读者学会求解各种大学物理问题的方法和技巧的教学参考书。

本书从分析一些典型问题的物理模型、条件与结论之间的逻辑关系入手,其目的是帮助读者建立清晰的物理图像,并通过一些典型问题的求解,增强解题方法与技巧的延展性和灵活性。我们本着力求概念准确、思路清晰、推理严密、方法简捷、适用性强的指导思想,精选了覆盖大学物理课程全部内容的 300 道典型题目,并逐一给出了较为详尽的解答分析。同时,为帮助读者总结归纳解题的思路、方法和技巧,本

书又给出了一或二种解法,供读者参考。希望读者在使用本书时,能够边阅读、边思考、边练习,并用本书中介绍的方法和技巧,去解答更多的物理问题,去思考更好的解题方法。

考虑到各层次学生学习大学物理课程的需求,我们对全书的内容和选题做了较全面的考虑。因此,本书既可作为普通高等院校、电大、函授等学生学习大学物理的教学参考书,也可供研究生考生使用和从事物理教学的教师参考。

本书的第1章、第5章由徐忠锋副教授编写,第2章由王小力教授编写,第3章、第4章由张孝林教授编写,王小力教授负责统稿和全面修订。李普选老师绘制了全书的插图。限于作者的水平,本书难免存在不足,还退请读者提出宝贵意见,以便我们进一步改进。

本书在编写过程中,得到西安交通大学出版社的鼎力支持,我们在此谨致以衷心的感谢和致意。

编 者

2006.10

目 录

丛书总序

前言

第 1 章 力学	(1)
1.1 质点运动学	(1)
1.1.1 基本要求	(1)
1.1.2 基本知识点	(1)
1.1.3 典型例题	(3)
1.2 牛顿运动定律	(12)
1.2.1 基本要求	(12)
1.2.2 基本知识点	(12)
1.2.3 典型例题	(14)
1.3 功和能及其守恒定律	(24)
1.3.1 基本要求	(24)
1.3.2 基本知识点	(24)
1.3.3 典型例题	(25)
1.4 动量 角动量及其守恒定律	(38)
1.4.1 基本要求	(38)
1.4.2 基本知识点	(39)
1.4.3 典型例题	(39)
1.5 刚体力学基础	(55)
1.5.1 基本要求	(55)
1.5.2 基本知识点	(55)
1.5.3 典型例题	(57)
1.6 狭义相对论基础	(71)
1.6.1 基本要求	(71)
1.6.2 基本知识点	(72)
1.6.3 典型例题	(74)

第 2 章 电磁学	(85)
2.1 真空中的静电场	(85)
2.1.1 基本要求	(85)
2.1.2 基本知识点	(85)
2.1.3 典型例题	(88)
2.2 静电场中的导体和电介质	(108)
2.2.1 基本要求	(108)
2.2.2 基本知识点	(108)
2.2.3 典型例题	(110)
2.3 稳恒磁场	(134)
2.3.1 基本要求	(134)
2.3.2 基本知识点	(134)
2.3.3 典型例题	(136)
2.4 磁场对电流的作用	(151)
2.4.1 基本要求	(151)
2.4.2 基本知识点	(152)
2.4.3 典型例题	(153)
2.5 物质磁性	(161)
2.5.1 基本要求	(161)
2.5.2 基本知识点	(161)
2.5.3 典型例题	(162)
2.6 电磁感应	(167)
2.6.1 基本要求	(167)
2.6.2 基本知识点	(168)
2.6.3 典型例题	(170)
2.7 麦克斯韦电磁场理论	(191)
2.7.1 基本要求	(191)
2.7.2 基本知识点	(191)
2.7.3 典型例题	(192)
第 3 章 热学	(199)
3.1 热力学	(199)
3.1.1 基本要求	(199)
3.1.2 基本知识点	(199)

3.1.3	典型例题	(201)
3.2	气体动理论	(217)
3.2.1	基本要求	(217)
3.2.2	基本知识点	(217)
3.2.3	典型例题	(219)
第4章	振动与波	(230)
4.1	机械振动	(230)
4.1.1	基本要求	(230)
4.1.2	基本知识点	(230)
4.1.3	典型例题	(231)
4.2	机械波	(243)
4.2.1	基本要求	(243)
4.2.2	基本知识点	(243)
4.2.3	典型例题	(245)
4.3	光的干涉	(256)
4.3.1	基本要求	(256)
4.3.2	基本知识点	(256)
4.3.3	典型例题	(258)
4.4	光的衍射	(271)
4.4.1	基本要求	(271)
4.4.2	基本知识点	(271)
4.4.3	典型例题	(272)
4.5	光的偏振	(281)
4.5.1	基本要求	(281)
4.5.2	基本知识点	(281)
4.5.3	典型例题	(282)
第5章	量子物理	(289)
5.1	基本要求	(289)
5.2	基本知识点	(289)
5.3	典型例题	(291)

第 1 章 力学

1.1 质点运动学

1.1.1 基本要求

1. 掌握描述质点运动状态的方法,建立运动学的基本概念:质点与质点系、参照系、位置矢量、位移、路程、速度、加速度等。
2. 熟练掌握质点运动学的两类问题,即用求导法由已知的运动学方程求速度和加速度;用积分法由已知质点的运动速度或加速度求质点的运动学方程。
3. 熟悉和掌握速度和加速度在几种常用坐标系(直角坐标系、自然坐标系等)中的表达形式,加深对速度与加速度的瞬时性、矢量性和独立性等基本特性的理解。
4. 掌握圆周运动的角量表示及角量与线量之间的关系。
5. 加深对运动相对性的理解,掌握相对运动概念以及相应的速度合成和加速度合成公式。

1.1.2 基本知识点

1. 质点:当描述一个物体的运动,可以忽略它的大小、内部结构等时,这个物体便可视作质点。一个物体能否看做质点,主要决定于所研究的问题的性质。
2. 参照系:描述一个物体运动时用作参照的其它物体和一套同步钟。
3. 运动学方程:表示质点位置随时间的变化规律

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

用直角坐标表示:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

用极坐标表示：
$$\begin{cases} r=r(t) \\ \varphi=\varphi(t) \end{cases}$$

用自然坐标表示： $s=s(t)$

位移矢量(如图 1-1): $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$

4. 速度和加速度: 速度是描述物体运动状态的物理量, 表示位置随时间的变化率。加速度是描述物体运动状态变化的物理量, 表示速度随时间的变化率。

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

用直角坐标系表示: $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$

$$= \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k}$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \mathbf{k}$$

用极坐标系表示: $\mathbf{v} = v_r \mathbf{r}^0 + v_\varphi \boldsymbol{\varphi}^0 = \frac{dr}{dt} \mathbf{r}^0 + r \frac{d\varphi}{dt} \boldsymbol{\varphi}^0$

$$\mathbf{a} = a_r \mathbf{r}^0 + a_\varphi \boldsymbol{\varphi}^0 = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \mathbf{r}^0 + \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \boldsymbol{\varphi}^0$$

用自然坐标系表示: $\mathbf{v} = v \boldsymbol{\tau} = \frac{ds}{dt} \boldsymbol{\tau}$

$\mathbf{a} = a_\tau \boldsymbol{\tau}$ (切向加速度) + $a_n \mathbf{n}$ (法向加速度)

$$= \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau} \text{ (切向加速度)} + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{n} \text{ (法向加速度)} = \frac{d^2s}{dt^2} \boldsymbol{\tau} + \frac{\left(\frac{ds}{dt} \right)^2}{\rho} \mathbf{n}$$

5. 圆周运动

运动学方程(角位置): $\theta = \theta(t)$

角位移: $\Delta \theta = \theta(t + \Delta t) - \theta(t)$

角速度: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度: $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

线量与角量之间的关系: $v = r\omega$, $a_\tau = r\beta$, $a_n = r\omega^2$

6. 相对运动: 一质点相对于两个相对平动参照系的速度间的关系为

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_e$$

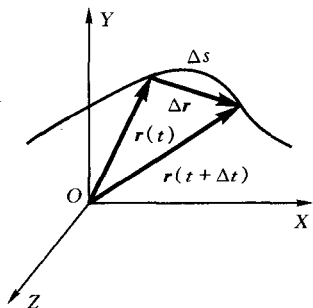


图 1-1

该式称为速度变换定理,也叫伽里略速度相加定理。式中 v_a 为质点相对于绝对坐标系(定坐标系)的运动速度,称绝对速度; v_r 为动坐标系相对于定坐标系平动的速度,称牵连速度; v_r 为质点相对于动坐标系的运动速度,称相对速度。

加速度间的关系式为

$$a_a = a_r + a_r$$

式中 a_a 称绝对加速度, a_r 称牵连加速度, a_r 称相对加速度。

1.1.3 典型例题

1-1 一足球队中的球员能给足球以 25m/s 的初速度,如果他要在球门前 50m 处将足球踢进球门,已知球门上的水平杆离地 3.44m。试求他应在什么倾角范围内将足球踢出?

解 设足球运动为抛物运动,足球的运动方程为

$$x = v_0 \cos \theta t, \quad y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

式中 θ 为足球的初速度方向与水平方向的夹角。消去 t , 得足球的轨迹方程

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2$$

根据题意,有 $x = 50\text{m}$, $v_0 = 25\text{m/s}$, $0 \leq y \leq 3.44\text{m}$, 代入上式,有

$$0 \leq 50 \tan \theta - \frac{19.6}{\cos^2 \theta} \leq 3.44$$

即

$$0 \leq 50 \tan \theta - 19.6 (\tan^2 \theta + 1) \leq 3.44$$

解此不等式,得

$$0.4837 \leq \tan \theta \leq 2.0673$$

$$25.81^\circ \leq \theta \leq 64.19^\circ \quad (1)$$

和

$$\tan \theta \leq 0.6036 \quad \text{或} \quad \tan \theta \geq 1.9474$$

$$\theta \geq 62.82^\circ \quad \text{或} \quad \theta \leq 31.12^\circ \quad (2)$$

结合式(1)和式(2), θ 角的范围为

$$25.81^\circ \leq \theta \leq 31.12^\circ \quad \text{或} \quad 62.82^\circ \leq \theta \leq 64.19^\circ$$

注释 足球的运动可看成是水平方向上的匀速直线运动和坚直方向上的落体运动的合成,即抛体运动。由抛体运动方程及 y 的取值范围解不等式就可求得 θ 的取值范围。

1-2 一质点沿半径为 R 的圆周按 $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$ 规律运动,式中 v_0, b 都是

正常数。试求：(1) t 时刻质点加速度的大小；(2) t 为何值时加速度在数值上等于 b ？(3) 当加速度达到 b 时，质点已沿圆周运行了多少圈？

解 (1) 根据题意，质点作圆周运动的速率为

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$$

在自然坐标系中，其加速度的切向分量和法向分量分别为

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -b, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

故加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \frac{\sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R}$$

(2) 要使加速度 $a=b$ ，即要求

$$\frac{\sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R} = b$$

由上式解得

$$t = \frac{v_0}{b}$$

(3) 由(2)知，在时间 t 内质点运动的路程为

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} bt^2 = \frac{v_0^2}{2b}$$

所以，质点运行的总圈数 n 为

$$n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi Rb}$$

注释 本题是自然坐标表示下的运动学第一类问题，即已知运动学方程求速度、加速度。从运动学方程中 $s \propto t^2$ 可以分析出该质点是作变速圆周运动。须特别注意的是 $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ ，也可写成 $a_\tau = \frac{d|v|}{dt}$ ，而不是 $a_\tau = \left| \frac{dv}{dt} \right|$ 。

1-3 一质点作平面运动，已知加速度为 $a_x = -A\omega^2 \cos \omega t$ ， $a_y = -B\omega^2 \sin \omega t$ ，其中 A, B, ω 均为正常数，且 $A \neq B$ ， $A \neq 0$ ， $B \neq 0$ 。初始条件为 $t=0$ 时， $v_{0x}=0$ ， $v_{0y}=B\omega$ ， $x_0=A$ ， $y_0=0$ 。试求该质点的运动轨迹。

解 由加速度的定义

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

分别进行积分，并代入初始条件，得

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt = 0 + \int_0^t -A\omega^2 \cos \omega t dt = -A\omega \sin \omega t \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} + \int_0^t a_y dt = B\omega + \int_0^t -B\omega^2 \sin \omega t dt = B\omega \cos \omega t \quad (2)$$

由速度的定义

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$

分别积分上二式,并代入初始条件和式(1)、式(2),得

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt = A - A \int_0^t \omega \sin \omega t dt = A \cos \omega t \quad (3)$$

$$y = y_0 + \int_0^t v_y dt = 0 + B \int_0^t \omega \cos \omega t dt = B \sin \omega t \quad (4)$$

式(3)和式(4)为质点运动的运动学方程,消去参数 ωt , 即得质点的运动轨迹方程

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

这一结果表明,质点运动的轨迹为椭圆。

注释 这是一个典型的运动学第二类问题。加速度是时间的函数,求解实际上是求运动学方程,因此由加速度、速度的定义以及初始条件直接积分即可求得结果。

1-4 已知一质点由静止出发,它的加速度在 X 轴和 Y 轴上的分量分别为 $a_x = 10t$ 和 $a_y = 15t^2$ (SI 制)。试求 5 秒时质点的速度和位置。

解 取质点的出发点为坐标原点。由题意知质点的加速度为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 10t, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 15t^2 \quad (1)$$

由初始条件 $t=0$ 时 $v_{0x} = v_{0y} = 0$, 对式(1)进行积分,有

$$v_x = \int_0^t 10t dt = 5t^2, \quad v_y = \int_0^t 15t^2 dt = 5t^3 \quad (2)$$

即

$$\mathbf{v} = 5t^2 \mathbf{i} + 5t^3 \mathbf{j} \quad (3)$$

将 $t=5s$ 代入式(3)有

$$\mathbf{v} = (125\mathbf{i} + 625\mathbf{j}) \text{ (m/s)}$$

又由速度的定义及初始条件 $t=0$ 时, $x_0 = y_0 = 0$, 对式(2)进行分离变量并积分,有

$$x = \int_0^t 5t^2 dt = \frac{5}{3}t^3, \quad y = \int_0^t 5t^3 dt = \frac{5}{4}t^4$$

即

$$\mathbf{r} = \frac{5t^3}{3} \mathbf{i} + \frac{5t^4}{4} \mathbf{j} \quad (4)$$

将 $t=5s$ 代入式(4)有

$$\mathbf{r} = \left(\frac{625}{3} \mathbf{i} + \frac{3}{4} \frac{125}{4} \mathbf{j} \right) (\text{m})$$

注释 本题属于已知质点运动的加速度(时间的函数)求解速度和位置的运动学第二类问题。根据题意,要能够确定出初始条件。

1-5 一质点作一维运动,其加速度与位置的关系为 $a = -kx$, k 为正常数。已知 $t=0$ 时,质点瞬时静止于 $x=x_0$ 处。试求质点的运动规律。

解 由加速度的定义分离变量有

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -kx$$

从而有

$$v dv = -kx dx \quad (1)$$

对式(1)进行积分,并代入初始条件 $x=x_0$ 时, $v=0$, 得

$$v^2 = k(x_0^2 - x^2) \quad (2)$$

由式(2)及速度的定义可得

$$\frac{dx}{(x_0^2 - x^2)^{1/2}} = \pm \sqrt{k} dt \quad (3)$$

对式(3)进行积分,并代入的初始条件 $t=0$ 时, $x=x_0$, 得

$$x = x_0 \cos \sqrt{k} t \quad (4)$$

质点作谐振动。

注释 本题属于加速度与位置的函数关系的运动学第二类问题。此类问题一般不能直接积分,需作变量变换 $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$, 然后进行求解。

1-6 一质点以初速度 v_0 作一维运动,所受阻力与其速度成正比,试求当质点速度为 $\frac{v_0}{n}$ ($n>1$) 时,质点经过的距离与质点所能行经的总距离之比。

解 质点运动是一维的,故取一维坐标 OX , 原点 ($x=0$) 为质点在 $t=0$ 时刻以初速度 v_0 开始运动的位置。由题意,质点的加速度可表示为

$$a = -kv \quad (1)$$

式中 k 为大于零的常数。

解法一 由加速度的定义,作变量替换有

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dx} = v \frac{dv}{dx} = -kv$$

即

$$dv = -k dx$$

由初始条件 $x=0$ 时, $v=v_0$, 有

$$\int_{v_0}^v dv = -k \int_0^x dx$$

积分得

$$v = v_0 - kx \quad (2)$$

不难知道,质点运动的速度为 0 时,其所行经的距离最大。因此,由式(2)得

$$x_m = \frac{v_0}{k}$$

又将 $v = \frac{v_0}{n}$ 代入式(2)得

$$x = \frac{1}{k} (v_0 - \frac{V_0}{n}) = \frac{v_0}{k} (1 - \frac{1}{n})$$

故

$$\frac{x}{x_m} = 1 - \frac{1}{n}$$

解法二 由加速度的定义有

$$a = \frac{dv}{dt} = -kv$$

分离变量

$$\frac{dv}{v} = -k dt$$

由初始条件 $t=0$ 时 $v=v_0$, 有

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -k \int_0^t dt$$

积分得

$$v = v_0 e^{-kt} \quad (3)$$

又

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

由初始条件 $t=0$ 时 $x=0$, 积分得

$$x = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt}) \quad (4)$$

由式(4)不难得知,此质点所能行经的最大距离

$$x_m = \frac{v_0}{k}$$

由此,式(4)可写成

$$x = x_m (1 - e^{-kt})$$

结合式(3),有