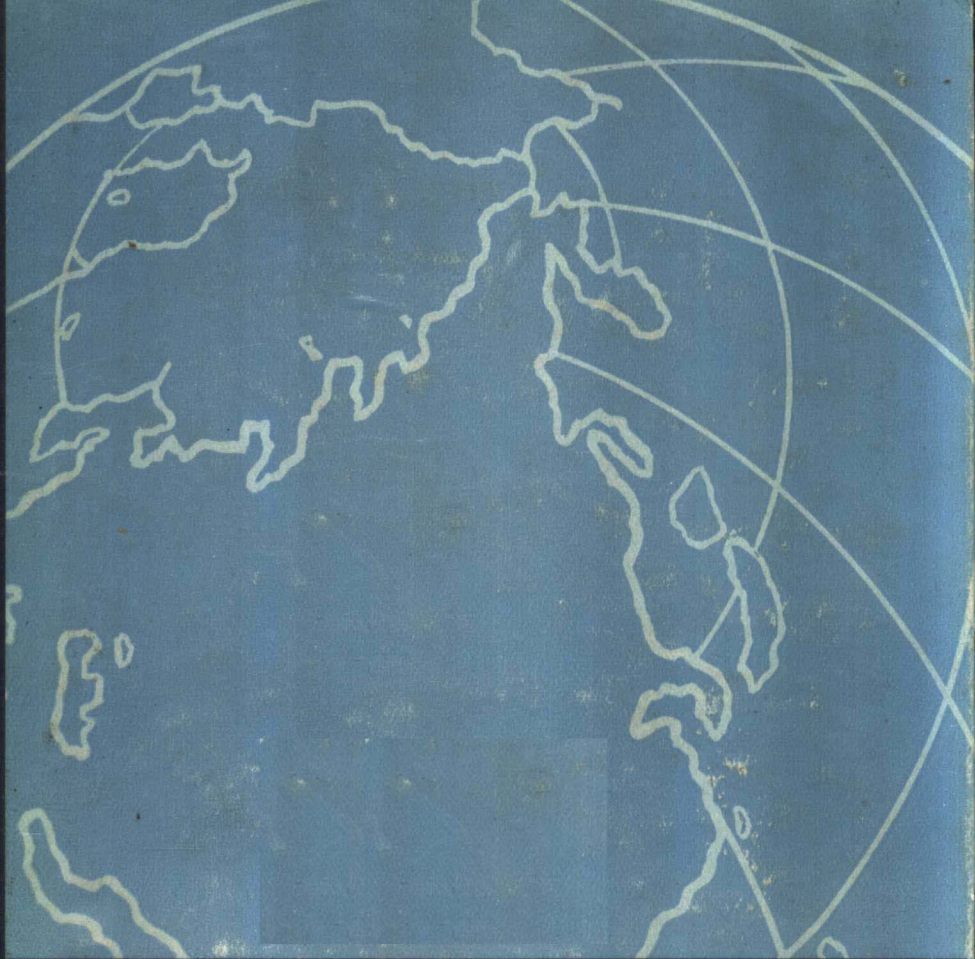




地图投影学

方 俊 著

地 圖 投 影 學

第 一 冊

方 俊 著

內 容 提 要

本書共分 8 章。前三章所討論的是地圖投影的基本問題。然後作者再根據這個基礎分別討論各種投影，投影的分類方法是把各種投影歸為正方向、等面積和正形投影三大類。在討論每一類投影之前，作者先把它們的共同性質用算式列出，然後再按照各別投影的其他條件一一討論。凡是不能歸為這三類以內的投影，都稱為雜類投影。在最末一章，作者在討論投影的應用以後，採用底索的方法解釋對於指定區域的最適宜的投影。

本書假定地球為一球體，如此，可使公式簡化，易於了解。在一般制圖的應用上，這種假定不會發生嚴重影響。但為照顧到較大比例尺的地圖，我們常用雙重投影法，也就是先把橢球面投影在球面上，然後再投到平面上。在第五、六章之末加以解釋，並附有投影表可資應用。

地 圖 投 影 學 (第一冊)

著 者 方 俊

出版者 科 學 出 版 社

北京朝陽門大街117號

北京市書刊出版業營業許可證出字第061號

印刷者 上 海 集 成 印 刷 廠

總經售 新 華 書 店

1957年8月第一版 書號: 0850 字數: 269,000

1957年8月第一次印刷 開本: 850×1168 1/32

(張)0001--1,866 印張: 10 7/8 插頁: 3

定價: (10) 2.50 元

序

地圖投影學，就其應用範圍來說，可以分爲普通地圖投影學和大地測量地圖投影學兩個部分。前者是製圖學中的一個重要學科，即所謂數學製圖學是也。它包的範圍較廣，凡是能應用來繪製地圖經緯線網的一切投影，不論其性質爲何，皆在討論之列。研究普通地圖投影的目的是要明瞭各種投影的原理，它們的特點以及誤差的大小，同時必須導出它們的計算公式和了解它們的繪畫方法，以便於繪製不同地圖之時，對於投影的選擇有所遵循，並且知道如何着手計算和繪畫。由於這種地圖投影都是應用於縮小了的地圖之上，在計算之時，我們並不要求很高的精度。一般地說，能達到幾十米或幾百米的準確度已經足夠。也正因爲如此，所以，我們可以採用球面來代替複雜的地球橢球面，因而使投影的數學公式簡化，不難求出它們的完整公式。大地測量地圖投影學適與此相反。它所討論的範圍比較狹仄，僅限於幾種適用於大地測量上的正形投影。它的目的不但要研究不同投影上，任何一點與地面上相當點的關係，同時還要研究投影面上任何一條大地線的投影曲線的方向和距離變異，以便能使大地測量中的一些問題由複雜的橢球面上的計算轉變爲比較簡單的平面計算。投影的比例尺是一對一之比。因此，一切計算公式都必須能保證大地測量上的精度要求，也就是說，坐標點的位置或兩點之間的距離的計算必須準確至厘米或毫米，而方向的計算則必須準確至百分之一乃至千分之一秒。所以，公式的推導必須十分嚴格，也不能用球面來代替橢球面，因而使公式十分複雜，完整的公式不易推導，同時也不便於應用。現在所採用的方法都是利用級數來推導所需要的公式。因此，兩部分的地圖投影學雖在原理上是相同的，但是它們所包含的內容以及研究方法則相徑庭。所以，必須各有專書來分別討論它

們。

1951年，商務印書館曾出版了作者的地圖投影學，這書內容就是這裏所提到的普通地圖投影學。此書出版後，作者曾希望能早日將第二部分，即大地測量地圖投影學寫出。但幾年以來，工作忙碌，未能如願。直到最近方着手編寫，預計於今年年底當可脫稿。由於商務版地圖投影學早經售罄，故再將原書經過一番校訂，重行出版，作為全書的第一冊。

自從商務版地圖投影學出版以來，承蒙各地讀者來函指教，作者特借此機會謹致謝意。本書雖經過一番整理，校正了不少錯誤，但是缺點仍所難免。敬祈讀者隨時提出批評為幸！

方 俊 1957年7月1日於南京九華山

目 錄

序

第一章 總論..... 1

§ 1. 坐標的概念(1) § 2. 球面和曲面上的坐標(4) § 3. 地球面上的經緯度和極坐標(6) § 4. 地球的大小和形狀(11) § 5. 地球面的表示方法(14) § 6. 地圖投影的條件(17) § 7. 比例尺和量度(21)

第二章 地圖投影的方法..... 23

§ 1. 總論(23) § 2. 平面投影法(24) § 3. 正、橫和斜投影(27) § 4. 圓柱投影(31) § 5. 圓錐投影(33) § 6. 偽圓柱投影(37) § 7. 偽圓錐投影(38) § 8. 多圓錐投影(39) § 9. 雙圓投影(49)

第三章 地圖投影的數學基礎..... 43

§ 1. 坐標線網和它的投影(43) § 2. 方向變異(46) § 3. 量度和方向的關係(49) § 4. 地圖投影的函數關係(51) § 5. 微分線段的長度(52) § 6. 參數曲線的交角(57) § 7. 參數曲線的量度, 最大最小量度(58) § 8. 例一(64) § 9. 底索曲線(67) § 10. 方向關係(69) § 11. 例二(71) § 12. 等面積條件和正形條件(72)

第四章 正方向投影..... 77

§ 1. 兩種正方向投影(77) § 2. 透視正方向投影的量度和方向變異(78) § 3. 從透視關係求量度和方向變異(80) § 4. 日晷投影(83) § 5. 日晷投影的畫法(91) § 6. 日晷投影的量度和方向變異(96) § 7. 日晷投影的應用(98) § 8. 大環的距離和方向(100) § 9. 外切多面體的日晷投影(103) § 10. 球面投影(107) § 11. 球面投影的畫法(113) § 12. 量度(117) § 13. 球面投影的應用(118) § 14. 球面投影上的距離的圖解(122) § 15. 正射投影(127) § 16. 正射投影的幾何畫法(131) § 17. 外心投影(136) § 18. 外心投影的幾何畫法(139) § 19. 投影頂和誤差的關係(144) § 20. 克拉克投影(149) § 21. 詹姆司投影(151) § 22. 拉希勒投影(151)

§ 23. 巴倫特投影(154)	§ 24. 最小長度變化投影(155)	§ 25. 最小面積變化投影(156)	§ 26. 透視投影的量度表(157)	§ 27. 正方向等距離投影(160)	§ 28. 正方向等面積投影(163)	§ 29. 勃羅辛投影(165)	§ 30. 各種正方向投影的半徑比較表(166)	§ 31. 非透視正方向投影的橫及斜投影的畫法(167)				
第五章 等面積投影									169			
§ 1. 等面積條件(169)	§ 2. 和橢球面的面積相等的球面。球面上的等面積緯度(171)	§ 3. 等面積的正方向投影(180)	§ 4. 愛托扶投影(180)	§ 5. 圓錐等面積投影(185)	§ 6. 圓柱等面積投影(194)	§ 7. 偽圓錐等面積投影(196)	§ 8. 偽圓柱等面積投影(202)	§ 9. 多圓錐等面積投影(231)	§ 10. 帶等面積多圓錐投影(233)	§ 11. 分瓣方法(236)		
第六章 正形投影									238			
§ 1. 正形定義(238)	§ 2. 正形投影的函數(240)	§ 3. 從投影函數證明等角條件(242)	§ 4. 橢球面緯度與等量緯度的關係(244)	§ 5. 正方向正形投影(253)	§ 6. 墨卡托投影(256)	§ 7. 高斯投影(261)	§ 8. 蘭勃脫正形投影(268)	§ 9. 拉格朗日投影(274)	§ 10. 拉格朗日投影的特例(281)	§ 11. 正方形的正形投影(285)		
第七章 雜類投影									294			
§ 1. 本章概說(294)	§ 2. 方塊投影(294)	§ 3. 卡西尼投影(295)	§ 4. 簡單圓錐投影(297)	§ 5. 普通多圓錐投影(298)	§ 6. 橫及斜多圓錐投影(302)	§ 7. 正交多圓錐投影(304)	§ 8. 尼哥羅錫投影(309)	§ 9. 傅尼爾投影(313)	§ 10. 格靈登雙圓投影(313)	§ 11. 反方向投影(315)	§ 12. 雙方向投影(317)	§ 13. 雙等距離投影(320)
第八章 投影的選擇和指定區域最適宜的投影									322			
§ 1. 投影的應用(322)	§ 2. 世界圖(323)	§ 3. 大區域的地圖(325)	§ 4. 地形圖(327)	§ 5. 特種地圖(328)	§ 6. 指定區域的最適宜的投影(328)	§ 7. 底索的平衡投影(335)						
索引									340			

第一章 總 論

§ 1. 坐標的概念 在一條直線上任何一點的位置，可以用它距某一定點的距離來說明。所以相當於一點，我們有一個數目；而相反的，相當於某一數目，我們也可以在線上找到一個點子，我們稱這個數目為坐標。因為這個坐標是在直線之上，所以又稱為直線坐標。

在平面上面，我們必須用兩個數目方能決定點的位置。我們有兩種不同的表示方法，就是平面直角坐標和平面極坐標。第一種方法是用兩條互相垂直的直線作為基礎，面上的各點就用距這兩條垂直線的距離來決定。例如圖 1 上， P 點的位置是用兩個垂直距離 x 和 y 來表示。我們稱這兩個距離為平面直角坐標； x 為橫坐標， y 為縱坐標。而兩條垂直線則稱為坐

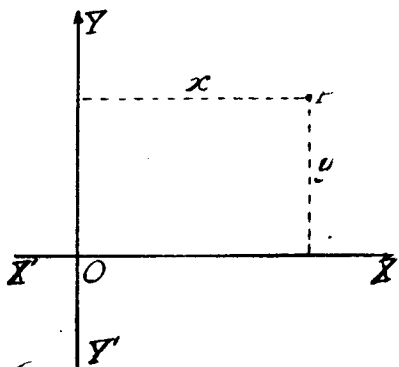


圖 1

標軸； XOX' 為橫軸， YOY' 為縱軸。它們的交點 O 則稱為坐標的原點。在數學上的規定：橫標在原點以右的為正，以左的為負；縱標在原點以上的為正，以下的為負。所以兩條坐標軸將平面劃分為四部分：在右上部的點子縱橫坐標都為正；在左上部則橫坐標為負，縱坐標為正；在左下部縱橫坐標都為負；在右下部則橫坐標為正，縱坐標為負。我們稱這四部分為四個象限。

平面極坐標的表示方法是用一個定點和一個固定的方向來做

基礎。任何點的位置是用距定點的距離和與定向所成的角度來決定。這個定點稱為極點。例如圖 2 上 O 為極點, OA 為定向, 則任何一點 P 的位置是用距離 ρ ($= OP$) 和 OP 與 OA 的交角 θ 兩個數目來表示。距離是從 0 到 ∞ , 而角度則從 0° 到 360° , 所以在這種坐標系統以內沒有正負值之分。

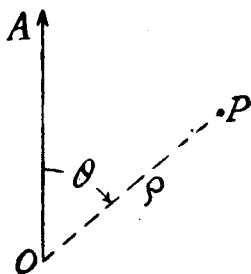


圖 2

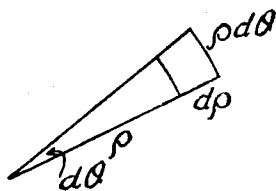


圖 3

嚴格來說, 上述兩種坐標系統就是平面的劃分方法。平面直角坐標系統就是將平面用兩組互相垂直的平行直線劃成正方線網。若兩組平行線都是十分接近, 接近到其間的間隔為微分數, 則每一方格成一微分方格, 橫寬為 dx , 縱寬為 dy 。它們在微分的意義上是相等的, 所以我們稱這種劃分方法為等量分格。直角坐標既然是用這種方格來劃分的, 所以我們稱它為等量坐標。在等量坐標內, 每一微分方格的對角線的微分長度的平方是等於兩個坐標微分的平方的和。在直角坐標內, 任何微分線段的長度 ds 等於:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2. \quad (1)$$

在極坐標內, 我們用同心圓和它們的半徑將平面劃分。若圓和圓間的間隔為微分, 而半徑和半徑間的間隔也是微分, 我們也可將平面劃成無窮數的微分方格。每一方格的縱長 (沿半徑的) 為 $d\rho$, 而寬度 (垂直於半徑方向的) 則為 $\rho d\theta$ 。所以任何微分線段的

長度爲：

$$ds^2 = d\rho^2 + (\rho d\theta)^2. \quad (2)$$

極坐標系統內的坐標是 ρ 和 θ ，現在(2)式所表示的既然不是兩個坐標微分平方的和，所以極坐標不是等量坐標。

在立體空間之內，我們必須用三個數目來表示一點。表示的方法很多，但比較通用的有以下三種：

應用三個垂直距離，這就是立體直角坐標。這種坐標是在平面直角坐標系統上通過原點並垂直於平面豎立一個第三軸，通常以 ZZ' 來表示。所以立體直角坐標系統是將空間分爲無窮數的微分立方體，每個微分立方體的長、寬、高各爲 dx ， dy 及 dz 。而任何的微分線段 ds 等於：

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (3)$$

在立體直角坐標系統內，除三個軸外還有三個基面 就是通過 x 和 y 兩軸的平面（稱爲 xy 基面）， y 和 z 的平面（稱爲 yz 基面）及 z 和 x 的平面（稱爲 zx 基面），這三個基面將空間分爲八個部分。各點落於不同的部分內，三個坐標的正負各不相同。

第二種立體坐標是用兩個垂直距離和一個角度來表示，稱爲圓柱坐標。這個坐標是用一個基本平面，和面上的一個定向以及一條垂直於平面的軸爲基礎的。任何點的位置是用它在平面上垂直投影的極坐標（距軸的距離和方向）和距平面的距離來表示的。所以這個坐標系統是將空間用無數同軸的圓柱面，經過軸的方向平面和平行於基本平面的平面分爲無窮數的微分方塊。這個劃分方法是等於在平面極坐標系統上加一軸，即在平面極坐標的極點上所作垂直於平面之直線。所以，微分線段的公式爲：

$$ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 + dz^2. \quad (4)$$

第三種立體坐標是用一個距離和兩個角度來表示，稱爲球坐標。這個系統內有一基本平面，平面上有一定點，稱爲極點，和一個定方向。任何一點的位置是用它到定點的直線距離 r ，直線和

平面的傾角 θ 和直線在平面上的投影的方向 α 來表示 (如圖 4 所示)。距離是從 0 到 ∞ , 所以永遠為正數; 方向則從 0° 到 360° , 也永遠為正; 傾角則有兩種計算方法: 它可以從基本平面起算, 向上到軸的上部為 90° , 這是正傾角; 又自平面向下轉到軸的下部也為 90° , 這是負傾角。或者從軸的一頭起算旋轉 180° 到軸的另一頭。

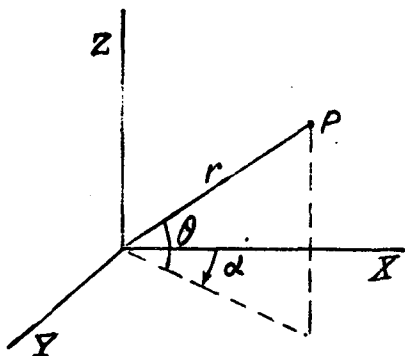


圖 4

這個坐標系統是用同心的球面, 經過軸的方向平面以及由等傾角線所成的圓錐面將空間分為無窮數的小方塊。任何微分線段用下式表示之:

$$ds^2 = dr^2 + (r d\theta)^2 + (r \cos \theta d\alpha)^2, \quad (5)$$

式內 θ 為微分方塊的傾角。

§ 2. 球面和曲面上的坐標 若上節最後所述的球坐標內的距離 r 為一常數, 則點永遠在一球面之上。此時我們可以不必將距離列入, 祇要用方向 α 和傾角 θ 來決定點的位置。故坐標數目由三個變為兩個。我們稱這種表示方法為球面坐標。所以在球面之上, 微分線段的距離為:

$$ds^2 = r^2 [d\theta^2 + \cos^2 \theta d\alpha^2], \quad (6)$$

式內 r 是球面的半徑, 它是一個常數。

自圖 4，我們得到球面上各點的立體直角坐標與球面坐標的關係如下：

$$x = r \cos \theta \cos \alpha, \quad y = r \cos \theta \sin \alpha, \quad z = r \sin \theta, \quad (7)$$

所以直角坐標 x, y 和 z 都是球面坐標 θ 和 α 的函數。

一般說來，不但球面上可用兩個數目來表示點的位置，就是任何的曲面也是如此。換句話說，就是在任何曲面上也可以建立起不同的坐標系統，用兩組不同的曲線將曲面分為無數小格。這些小格或為正方形，或為平行四邊形或成其他的形狀，好像平面上的直角坐標、極坐標或其他的坐標一樣。曲面上的點就用這個坐標來表示。相當於一點有一對數目，而相反地，相當於一對數目必可找到一個點，面上各點的直角坐標各為曲面上兩個坐標的函數，和(7)式所表示的球面坐標的關係相彷彿。今設曲面上用 u 和 v 為坐標，則

$$x = \phi(u, v), \quad y = \psi(u, v), \quad z = \chi(u, v), \quad (8)$$

式內 ϕ, ψ 和 χ 表示函數。這三個函數不能同時都為常數，因為如果都為常數，則 x, y, z 各為常數，因而(8)式表示曲面上的一點。其次，若三個函數之中每兩個函數互相關聯，例如 ϕ 和 ψ 各為 χ 的函數，同時 ϕ 也必然為 ψ 的函數。則(8)式表示曲面上的一條曲線。所以(8)式表示一個曲面的條件必須是至少有兩個函數不相關聯。

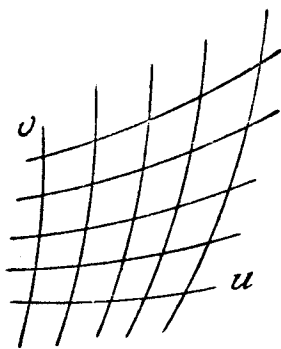


圖 5

我們稱這種曲面上的坐標為參數，它們在曲面上所組成的線網則稱為參數曲線網。例如圖 5 上，當 u 為常數而 v 為變數時，則所畫出的曲線為 u -曲線，又若 v 為常數而 u 為變數時，則所畫出的曲線為 v -曲線。現在若予 u 以不同的常數，而 v 為變數，則

得一組 u - 曲線；同樣，若予 v 以不同的常數，而 u 為變數，則得一組 v - 曲線。這兩組曲線組成一參數線網，將曲面劃分為無數小格。

任何微分線段可以用參數的微分來表示。因為：

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

而自(8)式：

$$dx = \frac{\partial \phi}{\partial u} du + \frac{\partial \phi}{\partial v} dv,$$

$$dy = \frac{\partial \psi}{\partial u} du + \frac{\partial \psi}{\partial v} dv,$$

$$dz = \frac{\partial \chi}{\partial u} du + \frac{\partial \chi}{\partial v} dv,$$

所以

$$ds^2 = e du^2 + 2f du dv + g dv^2, \quad (9)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} e &= \left(\frac{\partial \phi}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial u} \right)^2, \\ f &= \frac{\partial \phi}{\partial u} \frac{\partial \phi}{\partial v} + \frac{\partial \psi}{\partial u} \frac{\partial \psi}{\partial v} + \frac{\partial \chi}{\partial u} \frac{\partial \chi}{\partial v}, \\ g &= \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial v} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

e, f, g 都是 u, v 的函數，在一點之上它們都是個常數，所以是位置的函數，換句話說，就是它們祇隨點的位置變化。我們稱它們為一次微分元素。這個基本微分係數在研究地圖投影的誤差上十分重要。我們要在第三章內再詳細討論之。

§ 3. 地球面上的經緯度和極坐標 地球的正確形狀是一個扁球體，但在一般問題上，我們常假定它是一個正球。所以上節所提到的球面坐標就可以應用於地球之上。當地球自轉之時，球面上的一切點都隨了它在轉動，祇有兩點是固定的。我們稱這兩點為

地球的極點，在北者爲北極，在南者爲南極。連接兩極的直線爲地球的自轉軸，或簡稱爲地軸。垂直並平分地軸的平面與球面相交於一個大環之上，稱爲赤道；而這平面則稱爲赤道平面。我們若以赤道平面和地軸爲基礎，並且在赤道平面之上選擇一個方向爲起點，則可以在地球面上建立起一個坐標系統。球面上任何一點 P 的坐標可以規定如下： P 點的半徑 PO 與赤道平面傾斜成一角度 β ，稱爲緯度。緯度從赤道起算，由赤道上的 0° 到極點爲 90° ；在赤道以北的爲正，以南的爲負。凡是緯度相等的點子都在一條曲線之上（如圖 6 的 $P'PP''$ ）。這樣的曲線是平行於赤道平面的平面在球面上所截出來的，所以都是圓。我們稱它爲緯線。全球面上的緯線，祇有赤道是大環，其餘的都是小環；在兩極上，緯線縮成點子。所以地球面上用緯線來劃分成帶。

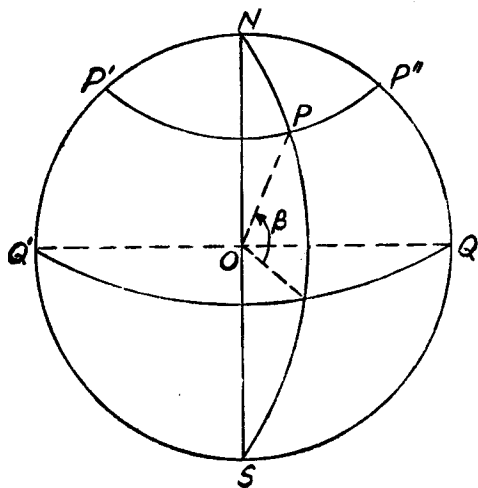


圖 6

經過地軸和 P 點所作的平面與球面交於一個大環 NPS ，這個大環是同時經過兩極的。我們稱它爲經線，而包含這經線的平面則稱爲經線平面。任何兩個經線平面在軸上所成的面角（也就等於

這兩條經線在兩極上所成的角度) 爲經距。若兩條經線之一通過上述赤道平面上的起點時, 則這條經線爲中央經線; 它和另一經線之間的經距就是經度。國際上通用的經度是以通過英國格林威治天文台的經線爲中央經線的。從這條經線起算向西從 0° 到 180° 爲西經; 又向東由 0° 到 180° 爲東經。一般習慣以西經爲正, 東經爲負。經線都是大環, 隨處和緯線相交成直角。這兩組曲線(經線和緯線)將地球面劃分爲無數梯形方格。

我們若以球心爲直角坐標的原點, 以地軸爲 Z 軸, 以赤道平面與中央經線平面的交線爲 X 軸, 以及垂直的方向爲 Y 軸, 則直角坐標和經緯度的關係爲:

$$x = r \cos \beta \cos \lambda, \quad y = r \cos \beta \sin \lambda, \quad z = r \sin \beta, \quad (11)$$

式內的 r 爲地球半徑, λ 爲經度, β 爲緯度。

經緯度是一種絕對的坐標系統, 因爲這是以赤道和一個規定的中央經線爲基礎的。

在研究地球的問題時, 我們常採用另一種坐標系統, 也就是相

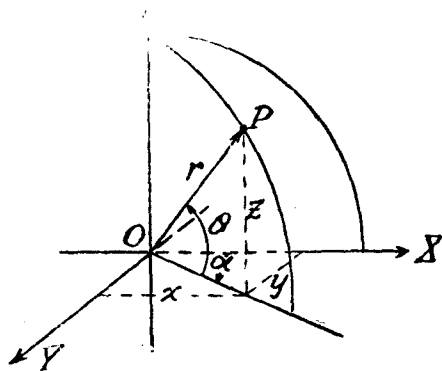


圖 7

對的坐標系統。我們選擇地球面上的一個定點爲極點, 通過這極點的某大環爲定方向。球面上的各點即以離極點的距離(球面距離, 也就是這點的半徑和極點的半徑在球心的交角)和與定方向的傾角來表示, 與平面上的極坐標表示方法完全一樣。我們稱

上述球面距離爲極距, 和定向的傾角爲方向。如圖 7 所示, Z 點是極點, ZX 大環爲定向, 則 P 點的極距爲 ZOP 角或 $90^\circ - \theta$, 方

向爲 α 。我們稱這種坐標爲球面極坐標。

和平面極坐標相同，球面極坐標用方向線（大環）和等距離線（小環）將球面劃分成方格。它的形式和經緯線網完全相同，不過極點不在地極之上，而在球面上的另一定點之上。因爲極點是任意選擇的，所以這種坐標是相對的。假設極坐

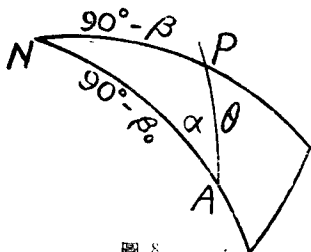


圖 8

標的極點的經緯度爲 (λ_0, β_0) ，則任何點的極坐標和經緯度的關係可以從球面三角學的基本公式求之，即：

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \sin \beta \sin \beta_0 + \cos \beta \cos \beta_0 \cos (\lambda - \lambda_0), \\ \sin \alpha \sin \theta &= \cos \beta \sin (\lambda - \lambda_0), \\ \cos \alpha \sin \theta &= \sin \beta \cos \beta_0 - \cos \beta \sin \beta_0 \cos (\lambda - \lambda_0). \end{aligned} \right\} (12)$$

[例一] 若定點的緯度爲 $\beta_0 = 40^\circ$ ，經度爲 $\lambda_0 = 0^\circ$ ，求緯度 $\beta = 80^\circ$ ，經度 $\lambda = 105^\circ$ 的一點對於定點的方向 α 和球面距離 θ 。

自公式(12)的第一式：

log sin 40° :	9.808067 — 10	log cos 40° :	9.884254 — 10
log sin 80° :	9.993351 — 10	log cos 80° :	9.239670 — 10
	9.801418 — 10	log cos 105° :	9.412996n — 10
			8.536920n — 10
	0.633020		
	— 0.034429		— 0.034429
	0.598591 = cos θ		

$$\therefore \theta = \underline{\underline{53^\circ 13' 51'' = 53^\circ.23}}$$

又自公式(12)的第二式：

log cos 80° :	9.239670 — 10
log sin 105° :	9.984944 — 10
colog sin θ :	0.096339
log sin α =	9.320953 — 10

$$\therefore \alpha = \underline{\underline{12^\circ 5' 12'' = 12^\circ.09}}$$

【例二】若定點的經緯度為 $\lambda_0 = 0^\circ$, $\beta_0 = 5^\circ$, 求經緯度為 $\lambda = 15^\circ$, $\beta = -40^\circ$ 點的方向和距離。

$\log \sin 5^\circ$	:8.940296	-10	$\log \cos 5^\circ$	:9.998344	-10
$\log \sin (-40^\circ)$	:9.808067	-10	$\log \cos (-40^\circ)$	:9.884254	-10
	8.748363	-10	$\log \cos 15^\circ$	:9.984944	-10
				9.867542	-10

$$- 0.056023$$

$$\underline{0.737127}$$

$$0.737127$$

$$0.681104 = \cos \theta$$

$$\therefore \theta = \underline{\underline{47^\circ 4' 13''}} = 47^\circ.07$$

$\log \cos (-40^\circ)$	: 9.884254	- 10
$\log \sin 15^\circ$	: 9.412996	- 10
$\text{colog} \sin \theta$	: 0.135377	
$\log \sin \alpha'$	9.432627	- 10

$$\therefore \alpha' = 15^\circ 42' 39''$$

這個角度顯然不是計算點的方向，因為從題目來看，計算點必在定點的東南。我們若用公式(12)的第三式來計算，就可以得到正確的方向。

從第三式：

$\log \sin (-40^\circ)$	:9.808067	-10	$\log \cos (-40^\circ)$	:9.884254	-10
$\log \cos 5^\circ$	:9.998344	-10	$\log \sin 5^\circ$	:8.940296	-10
$\text{colog} \sin \theta$	:0.135377		$\log \cos 15^\circ$	:9.984944	-10
	9.941788	-10	$\text{colog} \sin \theta$	:0.135377	
				8.944871	-10

$$- 0.874557$$

$$\underline{- 0.088079}$$

$$- 0.088079$$

$$- 0.962636 = \cos \alpha$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - 15^\circ 42' 39'' = \underline{\underline{164^\circ 17' 41''}} = 164^\circ.30$$

從圖 8 的極三角形 NAP ，我們可以得到(12)式的反算式如下：