



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

欧阳光中
朱学炎
金福临
陈传璋 编

复旦大学数学系

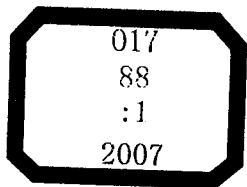
数学分析

第三版 上册

数学分析的重要组成部分是微积分。17世纪下半叶，牛顿和莱布尼茨在前人探讨的基础上，分别在研究物理学和几何学的过程中建立了微积分，并立即被当时物理学、力学、天文学、工程学等大量应用；19世纪，柯西和魏尔斯特拉斯等建立了极限理论，使数学分析有了严格的理论基础。至今数学分析已被广泛地应用于许多领域……



高等教育出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数 学 分 析

第 三 版

上 册

复旦大学数学系 欧阳光中 朱学炎 编
金福临 陈传璋

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学分析.上册/欧阳光中等编.—3版.—北京:高等教育出版社,2007.4

ISBN 978-7-04-020742-2

I. 数… II. 欧… III. 数学分析-高等学校-教材 IV. O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 024632 号

策划编辑 李 蕊 责任编辑 李 蕊 封面设计 张申申
责任绘图 郝 林 版式设计 王艳红 责任校对 俞声佳
责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	山东鸿杰印务有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
		版 次	1978年5月第1版
开 本	850×1168 1/32		2007年4月第3版
印 张	11.75	印 次	2007年4月第1次印刷
字 数	300 000	定 价	16.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20742-00

内 容 提 要

本书是在 1983 年出版的第二版的基础上作全面修订。修订的重点是概念的叙述和定理的论证,以及某些章节内部结构的调整,同时,所有章节在文字上都重新梳理了一遍。

本书分上下两册,上册内容为极限初论、极限续论、单变量微分学、单变量积分学;下册内容为数项级数和反常积分、函数项级数多元函数的极限与连续、多变量微分学、多变量积分学。

本书可作为一般院校数学类专业的教材,也可作为工科院校以及经济管理类院系中数学要求较高的专业的数学教材。

第三版前言

本书第一版由高等教育出版社于1978年5月出版,第二版于1983年7月出版.第二版出版至今已二十余年,现应广大读者要求,我们在第二版基础上作全面修订.在这次修订中我们对原教材的整体结构和基本内容都不作大的修改,其原因有二:一是作为一本数学分析教材,其内容的选择和总体结构的安排是较成熟和传统的;二是为了便于已习惯使用本教材的广大教师继续采用.这次修订的重点是概念的叙述和定理的论证,以及某些章节内部结构的调整.同时,所有章节在文字上都重新梳理了一遍.

在本次修订中,我们选编的教学内容是涵盖数学分析的传统的基本内容,同时不贪大求全,难度和深度适中,多年的教学实践表明这样的选取是有利于整体教学,适合一般院校数学系的数学分析教学要求,同时也适合工科院校以及经济管理类院系中数学要求较高的专业的数学教学需求.

在基础理论的叙述中,力求深入浅出,讲清基本原理及其思想.例如在讲述隐函数 $F(x, y) = 0$ 的存在定理时,从曲面 $z = F(x, y)$ 与坐标平面 $z = 0$ 交线的角度分析定理的条件和结论,使学生对定理有一个几何上的直观理解,培养学生发现定理和论证定理的能力.又如利用向量形式,从力场的作功引进第二类曲线积分,从流体通过曲面的流量引进第二类曲面积分,自然而直观的给出了两类曲面积分之间的联系,利用向量形式的引进不仅形式简单,而且从形式中又隐含了第二类曲线积分和第二类曲面积分的计算方法,使学生明白其来龙去脉.在定理的引进中注意讲清其意义和作用,例如引进柯西收敛原理时,着重说明柯西收敛原理和之前的“ $\varepsilon - N$ ”论证方法在本质上的差异,以此突出柯西收敛原

理的重要作用。又如在讲授傅里叶级数中的局部性原理时,讲清“局部性”这三个字的含义。

在内容处理上,考虑到理论的难易程度,理论与应用的不同作用以及学生的实际接受能力,从便于教学出发,将有关内容作重新安排。如将教学中最难的极限论分为极限初论和极限续论两部分,极限初论包含极限与连续的所有必要知识,在此知识基础上即可讲授微积分,只不过闭区间的上连续函数的性质未加证明。极限续论包含区间套定理、致密性定理、收敛原理、有限覆盖定理等实数基本定理以及闭区间上连续函数性质的证明,这一部分内容可根据实际教学状况,安排在教师认为适当的时候讲授,例如可以安排在一元函数的微积分之后讲授,也可以安排在一元函数的微分学之后讲授。又如在傅里叶级数中,通常的教科书往往在一开始就讲述一整套基本理论、收敛判别法和若干定理,占用很长篇幅,然后才给出函数的傅里叶级数展开。在本书中我们先引进最常用的收敛判别法但暂不给予证明,再利用这一判别法讲述函数的傅里叶级数展开,包括复数形式的展开,最后才证明这一判别法和讲授相应的一套基本理论。

教材中的运算部分和解题技巧以及例题和习题,是我们在多年教学实践中编选出的。习题数量略多,可供选择,平均难度适中,有利于学生对教材的理解,培养和提高学生的解题能力,但又不至于引导学生去钻研偏题和怪题。

在本次修订中,我们对所有章节都从文字上梳理一遍,所有的概念、定理以及方法的叙述力求文字朴直、清晰流畅,使本书易于教师讲授和学生学习。

本书第一版和第二版编著者为陈传璋、金福临、朱学炎、欧阳光中,其中陈传璋早已去世,金福临年事已高,故本次修订工作由前两版的最主要编著者欧阳光中、朱学炎进行。

我们很高兴本书有一个较广泛的读者群,我们希望这个读者群体会不断地扩大,我们更希望使用本教材的众多教师和广大读者对本书提出宝贵的批评和建议,谢谢。

欧阳光中 朱学炎

2006 年 8 月

第一版前言

本书是以我校数学系主编的《数学分析》上、下册(上海科学技术出版社 1962 年出版)为基础,由原编者^①编写的,仍分上、下两册出版。可作为综合大学和师范院校数学系的数学分析课教材,也可作为理工科其他有关专业的教学参考书。

按照一九七七年十月理科数学教材会议精神,本书基本上以 220 学时为限度,因而在内容上作了一些精简。但为了适应各校的不同要求和学生的不同水平,本书也编入了一些选学内容(标有“*”的节以及相应的习题)。

在内容顺序的安排上,作了较大的变动,主要是把单变量情形和多变量情形分开,关于极限理论,虽然极限初论、续论以及多变量情形都安排在第一篇里,但分成独立的三部分,其余各篇也都分成两个部分,这样既可以照顾到一定的系统性,同时又希望在实际教学中便于教师灵活掌握,以适应不同的要求。例如第一篇第二部分极限续论在什么时候讲,至少有两种可供选择的不同方案:一种是讲完第一篇第一部分极限初论后,紧接着讲第二篇单变量微积分学,然后再讲极限续论和多元函数的极限论;另一种是按本书的章节次序讲。又如第四篇第一部分数项级数和反常积分,既可以按本书次序讲,也可以挪前到单变量微积分学之后,多变量微积分学之前讲。以上所说的各种方案,在复旦大学数学系的实际教学中都曾作过尝试。

参加审查本书的单位有:吉林大学(主审),四川大学,北京师范大学,云南大学,内蒙古大学,北京师范大学,江苏师范学院。参

① 原编者胡家骥同志已调离复旦大学,此次未参加编写。

加审稿的同志对本书进行了认真的审阅,提出了许多宝贵的意见,我们表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,编写时间又较匆促,一定还存在不少缺点和错误,殷切期待读者给予批评指正。

编 者

一九七八年十二月

目 录

第一篇 极 限 论

第一部分 极 限 初 论

第一章 变量与函数	3
§ 1 函数的概念	3
一、变量	3
二、函数	5
三、函数的一些几何特性	10
习题	12
§ 2 复合函数和反函数	17
一、复合函数	17
二、反函数	18
习题	21
§ 3 基本初等函数	22
习题	28
第二章 极限与连续	30
§ 1 数列的极限和无穷大量	30
一、数列极限的定义	31
二、数列极限的性质	36
三、数列极限的运算	41
四、单调有界数列	46

五、无穷大量的定义	50
六、无穷大量的性质和运算	52
习题	54
§ 2 函数的极限	57
一、函数在一点的极限	58
二、函数极限的性质和运算	61
三、单侧极限	66
四、函数在无限远处的极限	68
五、函数值趋于无穷大的情形	70
六、两个常用的不等式和两个重要的极限	73
习题	76
§ 3 连续函数	79
一、连续的定义	79
二、连续函数的性质和运算	82
三、初等函数的连续性	84
四、不连续点的类型	86
五、闭区间上连续函数的性质	88
习题	93
§ 4 无穷小量与无穷大量的阶	96
习题	97

第二部分 极限续论

第三章 关于实数的基本定理及闭区间上连续函数性质

的证明	101
§ 1 关于实数的基本定理	101
一、子列	101
二、上确界和下确界	103
三、区间套定理	107
四、致密性定理	108
五、柯西收敛原理	109
六、有限覆盖定理	111
习题	114

§ 2 闭区间上连续函数性质的证明	115
一、有界性定理	115
二、最大(小)值定理	117
三、零点存在定理	119
四、反函数连续性定理	120
五、一致连续性定理	122
习题	124

第二篇 单变量微积分学

第一部分 单变量微分学

第四章 导数与微分	127
§ 1 导数的引进与定义	127
一、导数的引进	127
二、导数的定义及几何意义	130
习题	132
§ 2 简单函数的导数	133
一、常数的导数	133
二、正弦函数的导数	133
三、对数函数的导数	134
四、幂函数的导数	135
习题	136
§ 3 求导法则	137
一、导数的四则运算	137
二、反函数的导数	143
习题	149
§ 4 复合函数求导法	150
习题	154
§ 5 微分及其运算	156
一、微分的定义	156

二、微分的运算法则·····	159
习题·····	160
§ 6 隐函数及参数方程所表示的函数的求导法·····	161
一、隐函数求导法·····	161
二、参数方程所表示的函数的求导法·····	163
习题·····	166
§ 7 不可导的函数举例·····	168
习题·····	172
§ 8 高阶导数与高阶微分·····	173
一、高阶导数及其运算法则·····	173
二、高阶微分·····	180
习题·····	181
第五章 微分学基本定理及导数的应用 ·····	184
§ 1 中值定理·····	184
一、费马(Fermat)定理·····	184
二、拉格朗日(Lagrange)中值定理·····	186
习题·····	190
§ 2 泰勒公式·····	192
一、利用一阶导数作近似计算·····	192
二、泰勒(Taylor)公式·····	197
习题·····	203
§ 3 函数的单调性、凸性与极值·····	205
一、函数的单调性·····	205
二、函数的极大值与极小值·····	208
三、函数的最大值与最小值·····	212
四、函数的凸性·····	216
习题·····	225
§ 4 平面曲线的曲率·····	228
一、什么是曲线的曲率·····	228
二、弧长的微分·····	231
三、曲率的计算·····	233
习题·····	236

§ 5 待定型	237
一、 $\frac{0}{0}$ 及 $\frac{\infty}{\infty}$ 待定型	238
二、其他待定型	241
习题	244
§ 6 方程的近似解	245
习题	248

第二部分 单变量积分学

第六章 不定积分	251
§ 1 不定积分的概念及运算法则	251
一、不定积分的定义	251
二、不定积分的基本公式	252
三、不定积分的运算法则	254
习题	257
§ 2 不定积分的计算	257
一、“凑”微分法	258
二、换元积分法	260
三、分部积分法	263
四、有理函数积分法	266
五、其他类型的积分举例	274
习题	279
第七章 定积分	283
§ 1 定积分的概念	283
习题	287
§ 2 定积分存在的条件	288
一、定积分存在的充要条件	288
二、可积函数类	296
习题	298
§ 3 定积分的性质	299
习题	304

§ 4 定积分的计算	305
一、定积分计算的基本公式	305
二、定积分的换元公式	308
三、定积分的分部积分公式	310
四、杂例	311
五、椭圆积分	313
习题	316
第八章 定积分的应用和近似计算	320
§ 1 平面图形的面积	320
习题	324
§ 2 曲线的弧长	325
习题	331
§ 3 体积	331
习题	335
§ 4 旋转曲面的面积	337
习题	339
§ 5 质心	339
习题	342
§ 6 平均值、功	343
一、平均值	343
二、功	344
习题	346
§ 7 定积分的近似计算	347
习题	352
索引	354

第一篇 极 限 论

第一部分

极 限 初 论

