张正军　钟晓芳　主编

概率论与数理统计学习指导

兵器工业出版社

概率论与数理统计学习指导

主编　张正军　钟晓芳

兵器工业出版社

内容简介

本书是概率论与数理统计学习辅导教材，包括概率论基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、样本及抽样分布、参数估计、假设检验、方差及回归分析、随机过程及其统计描述、马尔可夫链、平稳随机过程的主要内容、例题与分析，并附有作业题及其答案，能帮助和加深概率论与数理统计的理论基础学习，其例题和作业更能起到理论联系实际的效果。

本书适合大专院校数学课相关老师和学生参考，也可供从事数理统计的科技工作者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导 / 张正军，钟晓芳主编.
北京：兵器工业出版社，2006.9
ISBN 7-80172-739-8

Ⅰ.概...　Ⅱ.①张...②钟...　Ⅲ.①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—教学参考资料　Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 100429 号

出版发行：兵器工业出版社	责任编辑：莫丽珠
发行电话：010-68962596，68962591	封面设计：李　晖
邮　　编：100089	责任校对：郭　芳
社　　址：北京市海淀区车道沟 10 号	责任印制：赵春云
经　　销：各地新华书店	开　　本：787×1092　1/16
印　　刷：北京市登峰印刷厂	印　　张：16
版　　次：2006 年 9 月第 1 版第 1 次印刷	字　　数：397 千字
印　　数：1—3050	定　　价：23.00 元

前　言

为了配合高等学校本科工科课程《概率论与数理统计》教学和学习的需要，我们编写了《概率论与数理统计学习指导》一书，本书汇集了南京理工大学从事本科工科概率论与数理统计教学工作的教师们多年来的实践与成果，并在参考相关资料的基础上编写而成.

本书共分12章，分为概率论的基本知识、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、样本及抽样分布、参数估计、假设检验、方差分析及线性回归、随机过程的基本知识、马尔可夫链、平稳随机过程等12章. 每一章中既有每一节的学习指导，又有该章的内容总结. 每一章主要由节、知识网络图、提高题分析三部分构成，其中的节主要由内容提要、典型例题与分析、作业三部分构成，书的最后附录了本书中所有作业的参考答案.

本书第1章、第6～8章、第11～12章由张正军主编，第2～5章、9～10章及附录中作业答案由钟晓芳主编，编写过程中得到了院系领导的大力支持，特别得到了理学院副院长陆健教授、数学系主任俞军副教授在具体工作上给予的大力支持和帮助，得到了南京理工大学统计与金融数学系主任陈萍教授的全力支持以及全体教师的倾力帮助. 在本书完成过程中，特别得到了刘力维教授的全程指点.

本书虽经多次修改，但限于作者水平，一定还会有很多缺点和错误，恳请国内同行和读者批评指正.

目　　录

第一章　概率论的基本概念

§1　随机事件

1.1　主要内容

（一）自然现象的分类

（1）确定性现象：在一定条件下必然发生的现象；

（2）不确定性现象：在一定条件下，无法预先断定发生与否的现象.

注：在一定条件下必然不发生的现象，也作为确定性现象.

（二）随机现象

（1）随机现象：具有统计规律性的不确定现象.

（2）随机现象的两个特点：

① 结果呈现不确定性：在一次观察中，现象可能发生，也可能不发生；

② 统计规律性：大量重复试验或观察中所呈现出的固有规律性.

注：概率论就是研究随机现象的统计规律性的一门数学学科.

（三）随机试验

（1）试验：对事物特征的观察，称为试验.

注：试验是一个含义广泛的术语.

（2）随机试验：

具有以下几个特点的试验称为随机试验：

① 可以在相同条件下重复进行；

② 每次试验的可能结果不止一个，并且事先能够明确所有的可能结果；

③ 进行一次试验之前，不能确定哪个结果会出现.

注：随机试验通常用字母 E 或 T 表示.

（四）样本空间

1. 样本空间与样本点

（1）样本空间：试验 E 的所有可能结果组成的集合.

（2）样本点：样本空间的元素，即试验 E 的每个可能结果.

注：① 样本空间常记为 S 或 Ω；② 样本点一般用 e 或 ω 表示.

2. 样本空间的类型

样本空间有 3 种类型：

（1）有限集合：样本空间中样本点的个数有限.

（2）无限可列集合：样本空间中样本点的个数无限，但可以一一列出来.

（3）无限不可列集合：样本空间中样本点的个数无限，又不能一一列出来.

（五）随机事件

1. 随机事件：在随机试验 E 中，所有可能发生（或称出现）的结果.

注：① 随机事件常用大写字母 A,B,C 等表示；

②随机事件是随机试验 E 的样本空间 S 的子集.

2. 特殊随机事件

(1) 基本事件：最简单的不能再分的事件叫基本事件.

注：基本事件是由一个样本点构成的单点集；复合事件是由至少两个样本点构成的事件.

(2) 必然事件 S：在随机试验 E 中，必然发生的事件.

(3) 不可能事件 $\varnothing$：在随机试验 E 中，不可能发生的事件.

注：① 必然事件和不可能事件是确定性事件；

② 为了研究问题的方便，把必然事件和不可能事件理解为随机事件的两个特殊情况.

（六）事件之间的关系

(1) 包含关系：设有事件 A,B，若 B 的发生必然导致 A 的发生，则称 A 包含 B，或说 B 包含于 A，记为 $A\supset B$.

注：任何事件 A 都包含 $\varnothing$ 且包含于 S，即 $\varnothing\subset A\subset S$.

(2) 相等关系：若 $A\supset B$，且 $B\supset A$，则称 A 与 B 相等，记为 $A=B$.

(3) 事件的并(和)：称事件 $A\cup B$ 为事件 A 与 B 的并(和)，即事件 A 与 B 的并(和)事件发生等价于 A,B 中至少一个事件发生.

注：① n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的并(和)记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$；

② 无穷可列个事件的并记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$.

(4) 事件的交(积)：称事件 $A\cap B$ 即 AB 为事件 A 与 B 的交(积)，即事件 A 与 B 的交(积)事件发生等价于事件 A,B 同时发生.

注：① n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的交(积)记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$；

② 无穷可列个事件的交(积)记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i$.

(5) 互不相容(互斥)事件：若 A,B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则 A,B 为互不相容事件，又称为互斥事件.

注：① 任何两个不同的基本事件为互斥事件；

② 若 A、B 互不相容，则常记 $A\cup B$ 为 $A+B$.

(6) 对立事件：若 $AB=\varnothing$，且 $A\cup B=S$，则称 A,B 互为对立事件，记为 $A=\overline{B}$ 或 $B=\overline{A}$.

注：① $\overline{A}$ 是 A 的对立事件；

② $\overline{A}$ 可读作"A 非"或"非 A"；

③ 若 A,B 互为对立事件，则 A,B 为互不相容事件；反之，不然.

(7) 事件的差：$A-B=A-AB=A\overline{B}$.

（七）事件的运算

(1) 交换律：$A\cup B=B\cup A, AB=BA$.

(2) 结合律：$A\cup B\cup C=(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C), ABC=(AB)C=A(BC)$.

(3) 分配律：$(A\cup B)C=AC\cup BC$；

$(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

(4) 德摩根律(又叫对偶律)：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$，$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

注：对 n 个事件有 $\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}$，$\overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}$，分别读作"并的非等于非的交"及"交的非等于非的并".

1.2 例题与分析

【例 1】 设袋内有 10 个编号为 1～10 的球，从中任取一个，观察其号码，写出这个试验的样本空间.

分析：根据样本空间的定义.

【解】 若用 e_i 表示"取得的球的号码为 i"($i=1,2,\cdots,10$)，则这个试验的样本空间为 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_{10}\}$.

【例 2】 某商场出售电器设备，以事件 A 表示"出售 74cm 长虹电视机"，以事件 B 表示"出售 74cm 康佳电视机"，用 A,B 及它们的对立事件表示以下事件：

(A) 这两种品牌的电视机都出售；　　(B) 这两种品牌的电视机都不出售；

(C) 至少有一种品牌的电视机出售；　　(D) 只出售一种品牌的电视机.

分析：根据事件的关系定义，以及被考虑事件与 A、B 事件之间的关系.

【解】 (1) AB；(2) $\overline{A}\,\overline{B}$；(3) $A\cup B$；(4) $A\overline{B}\cup\overline{A}B$.

【例 3】 下列各式说明 A 与 B 之间具有何种包含关系？

(1) $AB=A$；(2) $A+B=A$.

分析：若 $A=B$，则 $A\subset B$ 且 $B\subset A$.

【解】 (1) 因为"$AB=A$"与"$AB\subset A$ 且 $A\subset AB$"是等价的，由 $A\subset AB$ 可以推出 $A\subset A$ 且 $A\subset B$，因此有 $A\subset B$.

(2)因为"$A+B=A$"与"$A+B\subset A$ 且 $A\subset A+B$"是等价的，由 $A+B\subset A$ 可以推出 $A\subset A$ 且 $B\subset A$，因此有 $B\subset A$.

【例 4】 在计算机系学生中任选一名学生，设事件 $A=$"选出的学生是男生"，$B=$"选出的学生是三年级学生"，$C=$"选出的学生是科普队的".

(1) 叙述事件 $AB\overline{C}$的含义。

(2) 在什么条件下，$ABC=C$ 成立？

(3) 什么时候关系 $C\subseteq B$ 成立？

分析：根据事件的运算关系.

【解】 (1) 事件 AB 的含义是"选出的学生是三年级男生"，而事件 $\overline{C}$ 的含义是选出的学生不是科普队的，所以 $AB\overline{C}$的含义是"选出的学生是三年级的男生不是科普队员".

(2) 由于 $ABC\subseteq C$，故 $ABC=C$ 的条件是：当且仅当 $C\subseteq ABC$。即当且仅当 $C\subseteq AB$，即"科普队员都是三年级的男生".

(3) 当科普队员全是三年级的学生时，C 是 B 的子事件，即 $C\subseteq B$ 成立.

【例 5】 关系(　　)成立时，A 为 B 的逆事件.

(A) $AB=\varnothing$；　　(B) $A\cup B=\Omega$；

(C) $A\cup\overline{B}=\Omega$；　　(D) $\overline{A}$ 为 $\overline{B}$ 的逆事件.

分析：A、B 互逆等价于 $AB=\varnothing$与 $A\cup B=\Omega$ 同时成立.

【解】 A 与 B 互为逆事件$\Leftrightarrow\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互为逆事件. 答案为 D

注：注意互逆与独立的差别.

① $\overline{A}$、$\overline{B}$ 互逆不能得出 $\overline{A}$、B 及 A、$\overline{B}$ 互为逆事件.

② A、B 相互独立$\Leftrightarrow\overline{A}$、$B$ 相互独立$\Leftrightarrow A$、$\overline{B}$ 相互独立$\Leftrightarrow\overline{A}$、$\overline{B}$ 相互独立.

【例 6】 指出下列关系中哪些成立,哪些不成立.

(1) $A\cup B=A\cup B\overline{A}$;

(2) $\overline{A}B=A\cup\overline{B}$;

(3) $AB\cup A\overline{B}=\Omega$;

(4) 若 $A\overline{B}=\varnothing$,则 $A\subset B$;

(5) 若 $A\subset B$,则 $A\cup B=B$;

(6) 若 $\overline{A}\subset\overline{B}$,则 $A\supset B$;

(7) $\overline{(A-B)}=\overline{A}-\overline{B}$;

分析:从事件关系、运算的定义及性质入手,将某一事件按事件的含义及事件的运算性质进行等价表示.

【解】 (1) 成立. 因为 $A\cup B\overline{A}=(A\cup B)(A\overline{A})=A\cup B$.

(2) 不成立. 因为左边不含 A 而右边含 A.

(3) 不成立. 因为 $AB\cup A\overline{B}=A(B\cup\overline{B})=A$.

(4) 成立. 因为 $A=A(B\cup\overline{B})=AB\cup A\overline{B}=AB\subset B$.

(5) 成立. 若 $A\subset B$,则 $A\cup B\subset B$,但 $B\subset A\cup B$. 所以 $A\cup B=B$.

(6) 成立. 若 B 发生不导致 A 发生,则导致 $\overline{A}$ 发生,而 $\overline{A}\subset\overline{B}$. 即导致 $\overline{B}$ 发生,从而 $B\subset\overline{B}$,矛盾.

(7) 不成立. 因为$\overline{(A-B)}=\overline{(A\overline{B})}=\overline{A}\cup B$,而 $\overline{A}-\overline{B}=\overline{A}B$.

1.3 作业

1. 设 A,B 是两个事件,则$(A\cup B)-A\overline{B}=$______.

2. 一工人生产了四件产品,以 A_i 表示他生产的第 i 件产品是正品($i=1,2,3,4$),试用事件 $A_i(i=1,2,3,4)$的运算关系表示下列事件:

(1) 没有一件产品是次品;

(2) 至少有一件产品是次品;

(3) 恰有一件产品是次品;

(4) 至少有两件产品不是次品;

(5) 最多有一件次品.

3. 对飞机进行两次射击,每次射一弹,设事件 $A=\{$第一次击中飞机$\}$,$B=\{$第二次击中飞机$\}$,$C=\{$恰有一弹击中飞机$\}$,$D=\{$至少有一弹击中飞机$\}$,$E=\{$两弹都击中飞机$\}$.

(1) 试用事件 A,B 的运算关系,表示事件 C,D,E.

(2) C 与 E 是互逆事件吗? 为什么?

4. 把事件 $A\cup B$ 与 $A\cup B\cup C$ 分别写成互不相容事件和的形式.

5. 指出下列命题中哪些成立,哪些不成立?

(1) $A\cup B=A\overline{B}\cup B$;(2) $\overline{(A\cup B)}C=\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}$;(3) $(AB)(A\overline{B})=\varnothing$;(4) 若 $A\subset B$,则 $A=AB$;(5) 若 $AB=\varnothing$且 $C\subset A$,则 $BC=\varnothing$.

6. 设 $S=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$,$A=\{x\mid \frac{1}{2}<x\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid \frac{1}{4}\leqslant x<\frac{3}{2}\}$,具体写出下列各事件:

(1) $\overline{A}B$; (2) $\overline{A}\cup B$; (3) $\overline{\overline{A}\cap\overline{B}}$; (4) $\overline{AB}$.

§2 频率与概率

2.1 主要内容

(一) 概率的一般定义

对一个随机事件 A,如果用一个数能表示事件 A 发生的可能性的大小,则称这个数为事件 A 的概率,记作 $P(A)$.

(二) 概率的统计定义

1. 频率

对随机试验 E 进行 n 次试验,若事件 A 出现 n_A 次,则称比值$\frac{n_A}{n}$为事件 A 出现的频率,记为 $f_n(A)=\frac{n_A}{n}$.

2. 频率的一般性质

(1) $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$;

(2) $f_n(S)=1$;

(3) 若事件 A,B 互不相容,则 $f_n(A\cup B)=f_n(A)+f_n(B)$.

推广(有限可加性):若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ 两两互不相容,则 $f_n(\bigcup\limits_{i=1}^{k}A_i)=\sum\limits_{i=1}^{k}f_n(A_i)$.

3. 频率的稳定性

在随机试验 E 中,当试验次数 n 逐渐增大时,频率值 $f_n(A)$会趋于稳定,即在某个数 p 附近波动,则称数 p 为事件 A 的概率,记为 $P(A)=p$.

注:当 n 很大时,可用 $f_n(A)$近似表示 A 的概率,即 $P(A)\approx f_n(A)$.

(三) 概率的公理化定义

定义:设随机试验为 E,样本空间为 S,对于 E 中的每一个事件 A,都赋予一个实数 $P(A)$,如果满足:

(1) 非负性:$0\leqslant P(A)\leqslant 1$;

(2) 归一性:$P(S)=1$;

(3) 可列可加性:对两两互不相容的事件 $A_i(i=1,2,\cdots)$,有 $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i)=\sum\limits_{i=1}^{\infty}P(A_i)$,则称数 $P(A)$为事件 A 的概率.

(四) 概率的性质

(1) 对任何事件 A:$0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

(2) 规范性:$P(S)=1,P(\varnothing)=0$.

(3) 有限可加性:若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两相斥(即两两不相容),则

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i).$$

(4) 对立事件公式:$P(A)+P(\overline{A})=1$ 或 $P(\overline{A})=1-P(A)$.

(5) 单调性:若 $A\supset B$,则 $P(A-B)=P(A)-P(B)$,且 $P(A)\geqslant P(B)$.

(6) 加法公式:$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

推广:$P(\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i)=\sum\limits_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum\limits_{i\neq j}P(A_iA_j)+\sum\limits_{i\neq j\neq k}P(A_iA_jA_k)-\cdots+(-1)^{n-1}P(\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i)$.

(7) 减法公式：$P(A-B)=P(A)-P(AB)$.

(8) $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\overline{B})$.

推广：$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = 1 - P(\bigcap_{i=1}^{n} \overline{A}_i)$.

2.2 例题与分析

【例 1】 一个电路上装有甲乙两根保险丝，当电流强度超过一定值时，甲烧断的概率为 0.82，乙烧断的概率为 0.74，两根保险丝同时烧断的概率为 0.63，问至少烧断一根保险丝的概率是多少？

分析：设 A,B 分别表示保险丝甲、乙烧断的事件，问题归结为计算 $A\cup B$ 的概率.

【解】 设 A,B 分别表示保险丝甲、乙烧断的事件，则所求的概率为

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.82 + 0.74 - 0.63 = 0.93$$

【例 2】 设 $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(AB)=0.2$，求下列概率：(1) $P(\overline{A}\cup\overline{B})$；(2) $P(\overline{A}B)$；(3) $P(\overline{A}\cup B)$.

分析：熟练掌握事件的性质是解决这类问题的关键.

【解】 (1) $P(\overline{A}\cup\overline{B})=P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.8$

(2) $P(\overline{A}B)=P(B-A)=P(B)-P(AB)=0.2$

(3) $P(\overline{A}\cup B)=P(\overline{A}\cup AB)=P(\overline{A})+P(AB)=1-P(A)+P(AB)=0.9$

【例 3】 设随机事件 A,B,C 两两互不相容，且 $P(A)=0.2, P(B)=0.3, P(C)=0.4$，求 $P[(A\cup B)-C]$.

分析：通过概率的性质和事件的关系来求解.

【解】
$$\begin{aligned} P[(A\cup B)-C] &= P(A\overline{C}\cup B\overline{C}) \\ &= P(A\overline{C})+P(B\overline{C})-P(AB\overline{C}) \\ &= P(A-AC)+P(B-BC)-0 \\ &= P(A)-P(AC)+P(B)-P(BC) \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

【例 4】 设 $P(A)=P(B)=P(C)=1/4, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=1/16$，求下列事件的概率：(1) A,B,C 全不发生；(2) A,B,C 至少有一个事件发生.

分析：利用推广的加法公式，并注意 $P(AB)=0\Rightarrow P(ACB)=0$（由单调性）.

【解】
$$\begin{aligned} P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) &= P(\overline{A\cup B\cup C})=1-P(A\cup B\cup C) \\ &= 1-[P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(CA)+P(ABC)] \\ &= 1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)=\frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$P(A\cup B\cup C)=1-P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})=\frac{5}{8}$$

【例 5】 设 A,B 为任意两个事件，求证 $P(AB)=1-P(\overline{A})-P(\overline{B})+P(\overline{A}\overline{B})$.

分析：利用概率的性质证明.

【解】 左 $=1-P(\overline{AB})=1-P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-[P(\overline{A})+P(\overline{B})-P(\overline{A}\overline{B})]=$ 右

【例 6】 设事件 AB 发生，则事件 C 一定发生，证明 $P(A)+P(B)-P(C)\leqslant 1$

分析：考虑 $P(AB)+P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=1-P(\overline{A}\overline{B})$ 以及 $P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})$，$P(B)=P(AB)+P(\overline{A})$.

【证】 由 $AB\subset C$ 得，$P(AB)\leqslant P(C)$，则

$$P(A)+P(B)+P(C)\leqslant[P(AB)+P(A\overline{B})]+[P(AB)+P(\overline{A}B)]-P(AB)$$
$$=P(AB)+P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)$$
$$=1-P(\overline{A}\overline{B})\leqslant 1$$

【例 7】 设 $P(A)=p,0<p<1,P(B)=1-\sqrt{p}$，证明：$P(\overline{A}\cap\overline{B})>0$.

分析：此类题通过计算来证明.

【证】 $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})+P(\overline{B})-P(\overline{A}\cup\overline{B})$

$$=1-p+\sqrt{p}-P(\overline{A}\cup\overline{B})$$
$$\geqslant 1-p+\sqrt{p}-1$$
$$=\sqrt{p}\left(1-\sqrt{p}\right)>0$$

即有 $P(\overline{A}\cap\overline{B})>0$.

2.3 作业

1. 求证：若事件 A 与 B 同时发生时，事件 C 必发生，则 $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$.

2. 设 $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{2}$，在下列三种情况下求 $P(B\overline{A})$的值：

(1) $AB=\varnothing$； (2) $A\subset B$； (3) $P(AB)=\frac{1}{8}$.

3. 设 A,B 为两个事件，且 $P(A)=0.6,P(B)=0.7$，问：(1)在什么条件下 $P(AB)$取最大值，最大值是多少？(2)在什么条件下 $P(AB)$取最小值，最小值是多少？

4. 设 A_1,A_2 为两个事件，证明：

(1) $P(A_1A_2)=1-P(\overline{A_1})-P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1}\overline{A_2})$；

(2) $1-P(\overline{A_1})-P(\overline{A_2})\leqslant P(A_1A_2)\leqslant P(A_1\cup A_2)\leqslant P(A_1)+P(A_2)$.

5. 设 A,B 为两个事件，$P(B)=0.5,P(A-B)=0.3$，求 $P(\overline{A}\cap\overline{B})$.

6. A,B 为两个事件且 $P(A)=1/2,P(B)=1/2$，证明 $P(AB)=P(\overline{A}\cap\overline{B})$.

§3 等可能概型

3.1 主要内容

(一) 古典概型

1. 古典概型定义

称满足下列条件的随机试验为古典概型：

(1) 有限性：样本空间由有限个样本点构成，即 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$；

(2) 等可能性：每个样本点出现的可能性相等，即 $P(e_1)=P(e_2)=\cdots=P(e_n)$.

2. 古典概型概率计算公式

$$P(A)=\frac{k}{n}$$

式中，n 为 S 中样本点总数，k 为事件 A 包含的样本点数.

(二) 排列组合定义及运算公式

1. 加法原理与乘法原理

(1) 加法原理：完成一项工作有 n 类方法，完成第 i 类有 m_i 种方法$(i=1,2,\cdots,n)$，则共有 $\sum_{i=1}^{n}m_i$ 种不同的方法来完成这项工作.