

学科主编：刘汉文

【奥赛
急先锋】
系列丛书之
奥赛急先锋 ABC 卷】

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI



一个挑战自己的对手

一个丰富知识的朋友

一个出类拔萃的理由

ABC卷



高中一年级

数 学

中国少年儿童出版社

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI



ABC卷

- ◆高一数学(17.00元)
- ◆高二数学(17.00元)
- ◆高三数学(15.00元)
- ◆高一语文(15.00元)
- ◆高二语文(15.00元)
- ◆高三语文(15.00元)
- ◆高一英语(15.00元)
- ◆高二英语(15.00元)
- ◆高三英语(15.00元)
- ◆高一物理(17.00元)
- ◆高二物理(17.00元)
- ◆高三物理(15.00元)
- ◆高一化学(17.00元)
- ◆高二化学(15.00元)
- ◆高三化学(15.00元)
- ◆高中一年级生物(17.00元)
- ◆高中二年级生物(17.00元)

责任编辑：惠 玮



ISBN 7-5007-6547-9



9 787500 765479 >

17元书

ISBN7-5007-6547-9/G · 5093

语、数、英、物、化、生(共六册) 总定价：98.00元

装帧设计
徐 韶

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

奥

赛

急

先

锋

ABC卷



丛书主编：师 达

本书主编：刘汉文

编 者：冯春保

冯春保

田祥高

张 雄

张卫东

董知德

梅 晶

张 雄

陈芳刚

邵海建

胡小臻

艾素学

秦 耕

高一数学

图书在版编目 (CIP) 数据

奥赛急先锋题库丛书·高中一年级：奥赛急先锋 ABC 卷 / 师达主编。
—北京：中国少年儿童出版社，2003.4
ISBN 7-5007-6547-9

I . 奥... II . 师... III . 课程—高中—习题

IV . G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 026899 号

AOSAI JIXIANFENG ABC JUAN

高一数学

出版发行：中国少年儿童出版社

出 版 人：

主 编：师 达	封面设计：徐 徐
责任编辑：惠 玮	版式设计：徐 徐
责任校对：刘 新	责任印务：栾永生
社 址：北京东四十二条二十一号	邮政编码：100708
电 话：010-64032266	咨询电话：010-65023925
印 刷：南京通达彩印有限公司	经 销：全国新华书店
开 本：787×1092 1/16	印 张：16
2003 年 5 月北京第 1 版	字 数：368 千字
2003 年 7 月南京第 1 次印刷	

ISBN 7-5007-6547-9/G ·5093

语、数、英、物、化、生（全六册）总定价：98.00 元

图书若有印装问题，请随时向印务部退换。

版权所有，侵权必究。

使用说明

暨

前

言

为了引导读者更好地选择和使用这套精品图书，还是让我们先从奥林匹克说起。

国际数学奥林匹克（International Mathematical Olympiad 简称 IMO），是一种国际性的以中学数学为内容，以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于1959年夏天在罗马尼亚举行。我国的数学竞赛活动始于1956年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京、上海、天津、武汉四大城市举办了我国第一届数学竞赛。1985年我国首次正式派代表参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。

经过40多年的发展，奥林匹克竞赛活动已经远远超出了一门学科竞赛的意义，它已在竞赛的基础上形成了自己特有的人才培养模式；形成了自己特有的教材、辅导书系列，形成了一套完整的竞赛考试、评估机制。而它的培养和评估机制，不仅对于各种门类的学科竞赛，并且对于我们的课堂教授、教材制订都有着极大的参考价值。

奥林匹克教材及辅导图书相对于现行的课内教材而言，最大的优势就在于——

○它承认并适应学生的个体差异，在培养个人特长、开发个人潜能、造就拔尖人才方面具有独特的功能。

更为可喜的是，数学学科的竞赛活动影响并带动了物理学、化学、生物学、计算机学、俄语、英语等学科的竞赛活动，培养了大批有个性有天赋的学生。

我们研究竞赛的意义在哪里？

1、用精英的标准要求自己，是成为精英的开始。

竞赛是精英选拔的重要方式，特别是奥林匹克这样的具有强大号召力的大型比赛，更是集中了精英的智慧，它所采用的评判体系、评判标准，对于我们新的人才培养和选拔机制的形成都具有巨大的引导作用和前瞻性。

2、棋高一着，先行一步掌握中、高考新题型。

竞赛题的魅力在于“难”。“难题”，一种是指综合性强的题，另一种是指与实际联系比较密切、应用性强的题。而这两类题，正是近年素质教育中强调的最新的命题趋势，在中、高考命题中的比例也逐年增加。解析综合性强的题需要把学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。解析实际应用型的题，需要从大量事实中找出事物的遵循规律。征服了这两类难题，对于中、高考命题中出现的新题、难题，自然可以棋高一着，应对自如了。

3、知识与能力并重，积累与探究互进，不仅“学会”，而且“会学”。

竞赛是源于课堂而高于课堂的，所以要能应对自如地解答竞赛题，就须正确处理知识积累与能力培养、打好基础与研究难题的关系。知识的占有是能力形成的基础，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。只有打好坚实的基础，才会具有研究难题、探究未知的能力。所以，竞赛要求学生的品质，不仅是“学会”，更重要的是“会学”，也就

是我们一直在提的研究性学习。

4、课后加餐，课内加分：自学的成功，在课堂学习中得到检验。

对于学生来说，课后的练习和自学的成功，如果能够在课堂学习和课内测试中得到验证，是最具说服力的，也是真正让学生在奥赛的先进命题理念和训练方式中受益的表现。真正熟练并理解了竞赛题的解题技巧，学生必然能增强学习的兴趣和动力，在平时的考试中游刃有余。

因此，我们集成了近年国内外竞赛和中高考的优秀试题；并且对这一批优秀试题的解题思路、方法进行了总结归纳，给出全新的解题方略。

竞赛和课堂的关系

为了恰当处理竞赛和课堂学习的关系，本书作者认真研究了最新的中小学教学大纲和考纲，参照各版本的中小学教材，在知识层面上，进行了严格的年级设计，对应课堂教学进行针对性训练和提高；在能力层面上，遵循竞赛规则，帮助学生真正实现内在能力的强化，不仅自如应对各类升学考试，而且能够在学科竞赛中取得名次，获得全面的自信提升！

奥赛急先锋

正是因为《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》丛书在体例设计和内容编写上的高起点、新视角和实效确凿性，这套书自2002年推出伊始便好评如潮，随后我们推出了姊妹套系《奥赛急先锋——题库》和《奥赛急先锋——ABC卷》，读者纷纷反映受益匪浅。结合读者和市场的反馈，我们今年在修订和完善原套系的同时，又增添了一个新品种《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》。这四套书在内容上互为补充，在功能上互相促进。

○从基础做起，内强筋骨，稳扎稳打。

《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》

从各科各阶段的知识要点出发，理清重点知识及运用，在此基础上给出范例剖析，着重进行思路分析。每章节配有典型练习题，都是优秀竞赛题和精选的中高考试题。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	😊	😊	😊	😊	😊	
高二	😊	😊	😊	😊	😊	
高三	😊	😊	😊	😊	😊	
全一册	高中计算机信息工程		高中语文基础		高中生物	
	高中语文阅读		高中语文写作		高中生物	

○最丰富、最具针对性、个性化的训练方案，会做题还会选择，真正让学生聪明起来！

《奥赛急先锋——ABC卷》

本套丛书以知识要点分列章节，每章节提炼黄金讲解，随后给出A、B、C三个等级的测试卷，即基础级、提高级、综合能力级。每一级的测试都以试卷的形式给出，不同水平级的学生可以针对性地选择训练，同一学生在不同的学习阶段也可以合理搭配使用，拥有属于自己的个性化方案。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	😊	😊	😊	😊	😊	😊
高二	😊	😊	😊	😊	😊	😊
高三	😊	😊	😊	😊	😊	
全一册						

○以解题法为纲领，从题库里选你所需要的，从答案里寻找你所不知道的。

《奥赛急先锋——题库》

以知识点划分章节，每章从高度精炼和归纳而成的黄金解题法出发，讲解方法后，再集中给出试题来检验学生对方法的掌握。习题根据难度分为A级、B级、C级。与丰富的题量相比，答案更加丰富多彩，解析思路，解读命题方法，指导应试策略，全面而且精到。每章结束给出综合练习。可以说，《题库》在大量的练习的基础上帮助学生达到最高效的训练效果。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一			😊	😊	😊	
高二			😊	😊	😊	
高三			😊	😊	😊	
全一册						

注：第一期已推出数学，第二期推出物理和化学
其他各科正在制作中

○在最真实的赛场上展现你最大能量的才华，帮助你更清楚地了解自己！

《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》

精选自近几年全国市级以上（包括市级）的各个学科优秀竞赛试题，部分学科还收录了2004年最新试题。我们邀请了具有多年奥赛教学经验的一线老师对每一套题做出科学评析，理清竞赛和平时学习的重点，联系中高考，从学生的角度分析讲解。

	数学	英语	物理	化学	生物
高中	☺	☺	☺	☺	☺

《奥赛》系列丛书由刘汉文总体策划并担任丛书主编，由周向霖、金新等担任学科主编，由北京、浙江、江苏、湖北等重点中小学的奥赛教练及特、高级教师编写，尤其是湖北黄冈市教研室的著名老师的加盟，更给了我们质量和信心的保证！

丛书推出，意味着我们的工作进入了新的阶段；我们希望听到的是读者的批评和建议，我们希望看到的是每一位读者的成功，我们希望做到的是全心全意为学生服务！

欢迎来函或致电与我们联系，不论是建议、咨询或是购书，我们都热忱地感谢您的关心和支持！

编者

2004年4月

目 录

测试卷 1	集合的有关概念	(1)
测试卷 2	集合运算	(3)
测试卷 3	容斥原理	(6)
测试卷 4	含绝对值的不等式	(9)
测试卷 5	二次函数	(11)
测试卷 6	一元二次不等式	(14)
测试卷 7	一元二次方程	(17)
测试卷 8	四种命题、充要条件及反证法	(20)
测试卷 9	映射与函数	(22)
测试卷 10	函数的定义域和值域	(24)
测试卷 11	函数的单调性	(27)
测试卷 12	函数的奇偶性	(29)
测试卷 13	函数的周期性	(32)
测试卷 14	反函数	(34)
测试卷 15	函数图象变换	(37)
测试卷 16	指数函数	(40)
测试卷 17	对数函数	(43)
测试卷 18	$f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 型函数应用	(46)
测试卷 19	高斯函数	(49)
测试卷 20	函数方程	(51)
测试卷 21	函数应用题	(54)
测试卷 22	数列及其通项	(57)
测试卷 23	等差、等比数列一	(60)
测试卷 24	等差、等比数列二	(63)
测试卷 25	递推数列	(66)
测试卷 26	数列的性质	(68)
测试卷 27	数列求和	(71)
测试卷 28	数列应用题	(73)
测试卷 29	和、差、倍角公式	(77)
测试卷 30	三角恒等变换	(79)
测试卷 31	三角形中的三角变换	(81)
测试卷 32	三角不等式	(84)



测试卷 33	三角函数的图象与性质	(87)
测试卷 34	三角函数的最值	(90)
测试卷 35	向量运算和定比分点	(93)
测试卷 36	向量的数量积和平移	(96)
测试卷 37	解斜三角形	(99)
测试卷 38	三角法	(102)
测试卷 39	换元法	(106)
测试卷 40	分类讨论	(108)
测试卷 41	数形结合	(110)
测试卷 42	函数方程	(113)
竞赛模拟试题一		(115)
竞赛模拟试题二		(117)
竞赛模拟试题三		(119)
竞赛模拟试题四		(121)
竞赛模拟试题五		(123)
参考答案与提示		(125)

测试卷 1 集合的有关概念

知识要点：集合的有关概念，有限集的个数以及用集合的分拆办法解决有关数学问题。

A 卷

1. 若 a, b, c 均不为零，则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的值的集合是 ()
 A. $\{0\}$ B. $\{4, -4\}$
 C. $\{-4, 0, 4\}$ D. $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$
2. 如果集合 $X = \{x \mid x = 2n+1, n \in \mathbb{Z}\}, Y = \{y \mid y = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么 ()
 A. $X \subsetneqq Y$ B. $Y \subsetneqq X$
 C. $X = Y$ D. $X \neq Y$
3. 在集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 的所有子集中, 有这样一族不同的子集, 它们两两都含有公共元素, 那么这族子集最多有 ()
 A. 2^{10} 个 B. 2^9 个
 C. 10^2 个 D. 9^2 个
4. 设 $S = \{(x, y) \mid 2^{2x} - 3^{2y} = 55, x, y \in \mathbb{N}\}$, 则 S 中元素个数为 _____.
5. 集合 $A = \{8, x, y, z\}, B = \{1, yx, zy, zx\}$, 若 $A = B \subset \mathbb{N}$, 则 $x+y+z =$ _____.
6. $A = \{x \mid x^2 + (b+2)x + b + 1 = 0, b \in \mathbb{R}\}$, 则 A 中所有元素的和 $S =$ _____.
7. 集合 $M = \{u \mid u = 12m + 8n + 4l, \text{其中 } m, n, l \in \mathbb{Z}\}, N = \{u \mid u = 20p + 16q + 12r, \text{其中 } p, q, r \in \mathbb{Z}\}$, 则 M 与 N 的关系为 _____.

B 卷

8. 设 M 是集合 $S = \{1, 2, 3, \dots, 2003\}$ 的子集, 且 M 中每一个自然数(元素)仅含有一个 0, 则集合 M 所含元素最多有 ()
 A. 324 个 B. 243 个
 C. 495 个 D. 414 个



智力竞赛

9. 设集合 $T = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$ 的五元子集满足: T 的任意两个元素最多在两个子集内出现, 这样的五元子集最多个数 ()

- A. 252 B. 10 C. 8 D. 18

10. $M = \{1, 2, 3, \dots, 1995\}$, A 是 M 的子集且满足条件: 当 $x \in A$ 时, $15x \notin A$, 则 A 中元素的个数最多是_____.

11. 对 $S_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 的每一个非空子集 A , 我们将 A 中每一个元素 k ($1 \leq k \leq n$) 都乘以 $(-1)^k$ 然后求和, 则所有的这些和的总和为_____.

12. 设集合 $M = \{1, 2, \dots, 1000\}$, 现对 M 的任一非空子集 X , 令 a_x 表示 X 中最大数与最小数之和, 那么所有这样的 a_x 的算术平均值为_____.

13. 集合 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, 计算 A 中二元子集两元素之和组成集合 $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13\}$, 求集合 A .

C 卷

14. 一个集合含有 10 个互不相同的两位数, 试证: 这个集合必有 2 个无公共元素的子集合, 此两子集合的各数之和相等.

答: 请参阅课本第 10 页“数学家”栏目中的“数学家”。

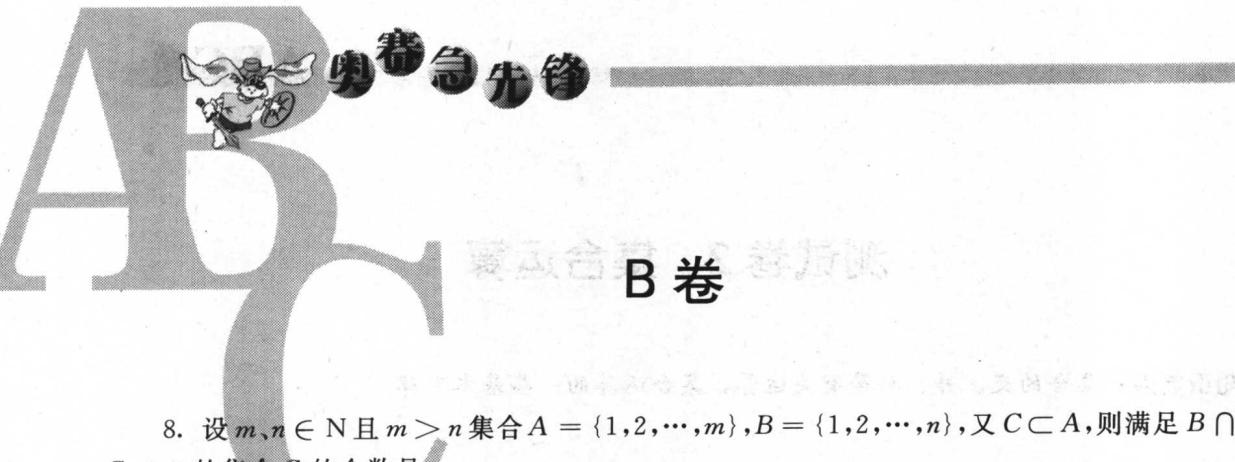
15. 设 $I = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $I \subsetneq \mathbb{N}$ 且 $n > 1$, 对 $A \subseteq I, A \neq \emptyset$, 定义 $\pi(A)$ 为 A 中所有元素的乘积, 设 $m(I)$ 表示 I 的所有 $\pi(A)$ 的值的算术平均数, 已知 $m(I) = 9, k = \{a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}\}, a_{n+1} \in \mathbb{N}, m(k) = 81$, 求 $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$.

测试卷 2 集合运算

知识要点：集合的交、并、补等有关运算，集合运算的一些基本定律.

A 卷

1. 已知集合 $M = \{\text{直线}\}, N = \{\text{抛物线}\}$, 则 $M \cap N$ 中元素个数为 ()
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 以上都有可能
2. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + (p+2)x + 1 = 0\}$, 且 $A \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$, 则实数 P 的取值范围 ()
 A. $P \geq -2$ B. $P \geq 0$
 C. $-4 < P < 0$ D. $P > -4$
3. 若非空集合 $A = \{x \mid 2a+1 \leq x \leq 3a-5\}, B = \{x \mid 3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq A \cap B$ 成立的所有 a 的集合为 ()
 A. $\{a \mid 1 \leq a \leq 9\}$ B. $\{a \mid 6 \leq a \leq 9\}$
 C. $\{a \mid a \leq 9\}$ D. \emptyset
4. 点集 $\{(x, y) \mid x^3 + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{9} = xy, x > 0, y > 0\}$ 中元素个数为 ()
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 多于 2
5. 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{2\}, C_I A \cap B = \{1, 4\}$, 则 $C_I B$ ()
 A. $\{3\}$ B. $\{5\}$
 C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{3, 5\}$
6. 若 $\{\sqrt{a}, 1\} \subset \{1, 2, a\} \subset \{1, 2, 4, a^2\}$, 则 a 的值是_____.
7. 已知 $A = \{(x, y) \mid y = ax + 2\}, B = \{(x, y) \mid y = |x + 1|\}$, 若 $A \cap B$ 为单元素集合, 则实数 a 的取值范围_____.

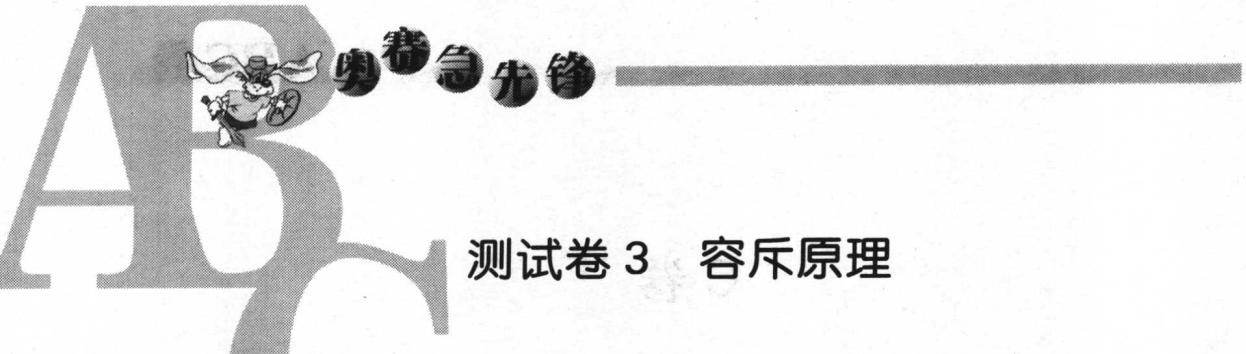


8. 设 $m, n \in \mathbb{N}$ 且 $m > n$, 集合 $A = \{1, 2, \dots, m\}$, $B = \{1, 2, \dots, n\}$, 又 $C \subset A$, 则满足 $B \cap C \neq \emptyset$ 的集合 C 的个数是_____.
9. 设集合 $A = \{x \mid -3 < x < 3, x \in \mathbb{R}\}$, 已知 $x, y \in \mathbb{N}, x > y$ 且满足 $x^3 + 19y = y^3 + 19x$, 则 $\{x+y, x-y, xy, \frac{x}{y}\} \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$
10. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid ax + y = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x + ay = 1\}$, $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$. 问:
- 当 a 取何值时, $(A \cup B) \cap C$ 为含有 2 个元素的集合?
 - 当 a 取何值时, $(A \cup B) \cap C$ 为含有 3 个元素的集合?
11. 设 A 和 B 是两个集合, 又设集合 X 满足 $A \cap X = B \cap X = A \cap B, A \cup B \cup X = A \cup B$, 求集合 X .
12. $A = \{1, 2, \dots, n\}$, 对 $X \subseteq A$, 记 X 各元素之和为 N_x , 求 N_x 的总和 $\sum_{x \subseteq A} N_x$.
13. 已知集合 $S = \{1, 2, \dots, 1997\}$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 是 S 的子集, 具有下述性质: A 中任意两个不同元素的和不能被 117 整除. 试确定 k 的最大值, 并证明你的结论.

C 卷

14. 求出具有下列性质的所有正整数 n : 集合 $\{n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5\}$ 可以划分成两个无公共元素的非空子集的并集, 使得一个子集中所有元素的积等于另一个子集中所有元素的积.

15. 有限集 S 的全部元素的乘积, 称为数集 S 的“积数”, 今给出数集 $M = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}\}$, 试确定 M 的所有偶数个(2个, 4个, ……98个)元素子集的“积数”之和的值.



测试卷 3 容斥原理

知识要点: 若记有限集合 A 中的元素个数为 $|A|$, 则 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$,
 $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$.

一般地, 对于几个有限集合 S_1, S_2, \dots, S_n , 则有

$$|S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_n| = \sum_{1 \leq i \leq n} |S_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |S_i \cap S_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |S_i \cap S_j \cap S_k| - \dots \\ + (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} |S_{i_1} \cap S_{i_2} \cap \dots \cap S_{i_k}| + \dots + (-1)^{n-1} |S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_n|.$$

A 卷

1. 有 100 种食品, 其中含维生素 A 的 72 种, 含维生素 C 有 54 种, 求同时含维生素 A、C 的食品种数的最大值和最小值.
2. 50 名学生做物理、化学两种实验, 已知物理实验做得正确的有 40 人, 化学实验做得正确的有 31 人, 两种实验都做错的有 4 人, 问这两种实验都做对的有几人?
3. 某班学生参加数理化三科考试. 数、理、化优秀的学生依次分别有 30 人, 28 人, 25 人; 数理、理化、数化两科都优秀的学生依次分别有 20 人, 16 人, 17 人; 数理化三科全优的学生有 10 人. 问: 数理两科至少有一科优秀的有多少人? 数理化三科至少有一科优秀的有多少人?

4. 求前 999 个自然数中既不能被 5 整除又不能被 7 整除的数的个数.
5. 某歌舞团有若干演员,他们或能歌,或善舞,或精弹奏.其中能歌的有 24 人,善舞的有 26 人,精弹奏的有 22 人;能歌善舞的有 8 人,能歌精弹奏的有 10 人,善舞精弹奏的有 11 人;又知道三项只会其一的人数与会两项或两项以上的人数相等,求:
(1) 这个歌舞团的演员人数;
(2) 三项全能的演员人数.
6. 有 A、B、C 三个兴趣小组,分别有成员 5 名,4 名,7 名,其中同时参加 A 和 B 兴趣小组的成员有 3 名,同时参加 A,B,C 的成员有 2 名,设 $(A \cup B) \cap C$ 由 x 名成员构成,而 $A \cup B \cup C$ 由 y 名成员构成,求 x 和 y 的取值范围.
7. 由 1,2,3 组成的 n 位数,要求 n 位数中 1,2 和 3 每一个至少出现一次,求所有这种 n 位数的个数.
8. 从自然数序列 1,2,3,... 中依次划去 3 的倍数和 4 的倍数,但是其中凡是 5 的倍数均保留(例如 15,20 都不划去).划完后剩下的数依次构成一个新的序列: $A_1 = 1, A_2 = 2, A_3 = 5, A_4 = 7, \dots$ 求 A_{1988} 的值.