全国优秀畅销书

根据新课标编写　适用各种版本

数学培优 新帮手

SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU

丛书主编　刘　莉
编　　著　戴福平

培优新帮手

升级版

- 帮助家长辅导
- 帮助学生自学
- 帮助教师培优

PEIYOU XIN BANGSHOU

小学数学

五年级

湖北长江出版集团
崇文书局

数学培优
新帮手
SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU

全国优秀畅销书

根据新课标编写　适用各种版本

培优新帮手

PEIYOU XINBANGSHOU

小学数学 升级版

五年级

丛书主编：刘　莉
编　　著：戴福平

湖北长江出版集团
崇文书局

(鄂)新登字 07 号

培优新帮手小学数学　五年级

编　　著:©戴福平
责任编辑:王重阳
出版发行:崇文书局
　　　　(武汉市雄楚大街 268 号 B 座　430070　027-87679710)
印　　刷:湖北少年儿童出版社印刷厂
　　　　(汉川市霍城大道 88 号　431600　0712-8382602)
经　　销:新华书店
开　　本:787×1092　1/16
插　　页:1
印　　张:11.5
版　　次:2006 年 6 月第 1 版
印　　次:2006 年 6 月第 1 次印刷
字　　数:230 千字
印　　数:00 001-15 000 册
定　　价:14.00 元
ISBN 7-5403-0463-4(01)/G·539

前言

新课程理念下的数学教学应“创造性地使用教材，积极开发和利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材”；“关注学生的个体差异，有效地实施差异教学”；“让不同的人在数学上得到不同的发展”；“对于学有余力并对数学有浓厚兴趣的学生，教师要为他们提供足够的材料，指导他们阅读，发展他们的数学才能”。

为了切实贯彻课改精神，适应新课程、新课标要求，我们特组织了一批重点学校在小学数学培优和学生竞赛辅导方面有着丰富经验和突出成效的特、高级教师专家编写了这套最新的《培优新帮手》系列丛书，旨在更有效地激发学生热爱数学、钻研数学的浓厚兴趣，致力于挖掘学生潜能，开发学生智力，发展学生思维和个性特长。

本丛书编写力求体现以下特点：

定位准确，目标明确　丛书在定位上重在学生的培优教学，因此在体例的设计（专题专讲）及内容的编排（题目难易度）上都考虑到目前培优教学的特点，同时也兼顾了教师的竞赛辅导。

系统全面，编排合理　丛书按年级分册编写，每册按当年级知识点分若干专题，每个专题前后联贯。每册安排一定的综合测试题。在内容编排上严格与新课标教材同步（以人教新课标教材为主线，同时兼顾了北师大版、苏教版、西师大版等新课标教材的教学要求），源于教材，又高于教材。

选材精当，体例科学　在选材上力求新颖精致，富有时代气息，尽量挑选近3～5年来上乘的竞赛题、情景题、开放题等。其中每一个专题又分为三块：“阅读思考”由与专题相关的故事或问题情境导入，进而讲解知识方法指要，这部分内容情知交融，既方便了学生的自学和阅读，又有利于教师的引和导；“典型例题”由作者精心挑选的5～7道例题及与之配套的“训练快餐”练习题构成，这部分内容重在题型的精选和数学思想方法的渗透、解题技巧的指导，习题与例题匹配一致，由浅入深，循序渐进，让学生逐步理解，轻松接受；最后是“能力检测”，这部分着眼于培养学生灵活运用知识的能力，以思维训练为核心，习题新、趣、全，并且注意了思维训练的坡度，体现了近年来小学数学培优和竞赛发展的水平和方向。

由于时间紧，任务重，在编写中难免存在着诸多不足之处，恳请广大师生和家长批评指正。

编　者

目录

第一讲 速算与巧算

阅读与思考

有一天,大物理学家爱因斯坦生病了。一位朋友去看他。为了解闷,爱因斯坦要求他的朋友出道题给他算。朋友随意地说:“2976×2924。”

谁知爱因斯坦略一思索就很快说出了答案:“8701824。”

通过检验,完全正确。他朋友非常惊讶:“这是怎么回事?”

同学们,你知道爱因斯坦是怎么算的吗?原来呀,他用的是一种速算法。观察下面的算式你就会发现其中的奥秘。

$$14\times16=1\times(1+1)\times100+4\times6=224$$

$$28\times22=2\times(2+1)\times100+8\times2=616$$

$$85\times85=8\times(8+1)\times100+5\times5=7225$$

$$101\times109=10\times(10+1)\times100+1\times9=11009$$

$$2976\times2924=29\times(29+1)\times10000+76\times24=8701824$$

这种方法我们称之为:“首同尾互补”速算法。如:1与1相同,4+6=10;2与2相同,8+2=10;……29与29相同,76+24=100。其实,在整数的运算中,除了运用运算定律和性质可以把较复杂的计算转化为简便的计算外,还必须根据算式的特征,学会运用一些特殊的速算技巧,才能使计算简便。这一讲我们就专门来研究整数运算中的一些巧算的方法。

典型例题

例1 计算 $2004\times2005\times200620062006-2004\times2006\times200520052005$

【分析与解】 这类题看似复杂,如果掌握了其中的规律,形成技巧就好做了。在自然数中有一类数我们不妨称为“重叠数字多位数”,如:

$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$,$\overline{ababab}=\overline{ab}\times10101$,$\overline{abcabcabc}=\overline{abc}\times1001001$,$\overline{abcdabcdabcd}=abcd\times100010001$,将 200620062006 分解成 2006×100010001,200520052005 分解成 2005×100010001,往下就能简算了。

原式$=2004\times2005\times2006\times100010001-2004\times2006\times2005\times100010001=0$

训练快餐1

计算:$2005\times20062006-2006\times20042004$

(2005年浙江省小学数学五年级活动课竞赛试题)

例2 计算：$49\times37+51\times62+51\times37+49\times62$

（2001年甘肃省第九届小学数学冬令营试题）

【分析与解】 观察算式的特点，49×37 与 51×37 中都有因数37，51×62 与 49×62 中都有因数62，将它们分组分别提取公因数即可。

原式 $=49\times37+51\times37+51\times62+49\times62$

$=(49+51)\times37+(51+49)\times62$

$=100\times37+100\times62$

$=100\times99$

$=9900$

训练快餐2

$2000\times1999-1999\times1998+1998\times1997-1997\times1996$

例3 计算：$\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}+1\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}$ （1998年奥林匹克总决赛计算试题）

【分析与解】 此题可以将后面一项 $1\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}$ 分拆为 $1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}+\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}$，然后与前面一项提取公因数，也可以将前面一项分拆为 $\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}\times(1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}-1)$

原式 $=\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}+1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}+\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}$

$=\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}\times(\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}+1)+1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}$

$=\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}\times1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}+(1\underbrace{000\cdots0}_{1998个0})$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}\times(\underbrace{99\cdots9}_{1998个9}+1)$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}\times1\underbrace{00\cdots0}_{1998个0}$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{3996个0}$ （第二种方法同学们可以自己尝试）

训练快餐3

计算：$\underbrace{99\cdots9}_{2002个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{2002个9}+1\underbrace{99\cdots9}_{2002个9}$ （2002年甘肃省第十届冬令营试题）

例4　计算：1＋2－3＋4＋5－6＋7＋8－9＋…＋97＋98－99

（1997 年奥林匹克总决赛计算试题）

【分析与解】　观察算式，发现从 1 开始，先是两个数相加，然后是减一个数，两加一减交替，我们可以算一下：1＋2－3＝0，4＋5－6＝3，7＋8－9＝6，10＋11－12＝9，…，97＋98－99＝96，显然，0，3，6，9，…，96 是一个等差数列，所以可以将原算式分成每三个数一组。

原式＝(1＋2－3)＋(4＋5－6)＋(7＋8－9)＋…＋(97＋98－99)

＝0＋3＋6＋…＋96

＝(3＋96)×32÷2＝1584

训练快餐 4

计算：1＋2－3－4＋5＋6－7－8＋…＋1997＋1998－1999－2000＋2001＋2002－2003－2004＋2005

（2006 年《第三届小学生数学报》优秀小读者评选试题）

例5　计算：(100＋621＋739＋458)×(621＋739＋458＋378)－(100＋621＋739＋458＋378)×(621＋739＋458)

【分析与解】　通过观察，四个括号里有许多重复的加数，我们不妨将这些重复出现的加法算式看成一个整体，巧设字母代表这些算式，然后用乘法分配律可以抵消字母所代表的算式，就能简算了。设 100＋621＋739＋458＝A，621＋739＋458＝B。这种方法我们称之为“代数法”，今后在小数和分数的计算中也会见到类似的计算题。

原式＝A×(B＋378)－(A＋378)×B

＝A×B＋A×378－A×B－B×378

＝378×(A－B)

＝378×100

＝37800

训练快餐 5

(2＋23＋234)×(23＋234＋2345)－(2＋23＋234＋2345)×(23＋234)

例6 计算：9999×2222＋3333×3334

【分析与解】 9999 里含有因数 3333，如果将 9999 分解成 3333×3，就可运用乘法分配律的逆运用，提取公因数 3333 了。

原式＝3333×3×2222＋3333×3334
＝3333×（6666＋3334）
＝3333×10000
＝33330000

训练快餐 6

计算：99999×77778＋33333×66666

例7 计算：12345＋23451＋34512＋45123＋51234

【分析与解】 算式里每一个加数都是数字 12345 在循环，从自然数的组成可看出原算式中有（1＋2＋3＋4＋5）个万，（1＋2＋3＋4＋5）个千……

原式＝（1＋2＋3＋4＋5）×10000＋（1＋2＋3＋4＋5）×1000＋（1＋2＋3＋4＋5）×100
＋（1＋2＋3＋4＋5）×10＋（1＋2＋3＋4＋5）
＝（1＋2＋3＋4＋5）×（10000＋1000＋100＋10＋1）
＝15×11111
＝（10＋5）×11111
＝111110＋55555
＝166665

训练快餐 7

（123456＋234561＋345612＋456123＋561234＋612345）÷7

能力检测

一、计算下面各题

1. 2001×200020002000－2000×200120012001

2. 2004200420042004÷4002400240024002 （2004 年“我爱数学”少年夏令营计算竞赛试题）

3. $20022003\times20032002-20022002\times20032003$ （第一届“陈省身杯”数学邀请赛试题）

4. $2004\times2003\times2002-2001\times2000\times1999$

（2004 年浙江省小学数学活动课夏令营五年级计算竞赛试题）

5. $1993\times1993+1992\times1992-1993\times1992-1992\times1991$ （广州市小学五年级数学竞赛试题）

6. $98989898\times99999999\div1010101\div11111111$ （福建省第三届“小火炬杯”邀请赛试题）

7. $(91\times48\times75)\div(25\times13\times16)$

8. $1001\div7\div37\times444\div13$

9. $37\times18+27\times42$

10. $2005+2004-2003-2002+2001+2000-1999-1998+\cdots+5+4-3-2+1$

（2005 年奥林匹克预赛试题）

11. $(56789+67895+78956+89567+95678)\div7$ （第一届“陈省身杯”数学邀请赛试题）

12. $2005\times1997+2004\times1998+2003\times1999+2002\times2000+2001\times2001$

（2005 年浙江省小学数学五年级活动课试题）

第二讲 小数的四则运算

阅读与思考

我们已经学习了小数的加、减、乘、除四则运算，要能准确迅速地进行小数的计算，除了要求我们熟练地掌握运算法则、顺序外，还必须掌握一定的计算技巧，使计算简便。在计算中尤其要注意小数点，我们可不要小看了这个小小的小数点“.”，点错了位置说不定就会铸成大错呢！上个世纪，前苏联在一次卫星发射中失败了，损失了几亿美元，全国上下为之痛惜。后来通过检查，发现原来是工程技术人员点错了一个小数点，所以同学们对这个小数点千万不能掉以轻心哦。

整数计算中的一些技巧在小数计算中同样适用。四年级我们已经学习了一些小数加、减法的计算技巧，小数乘、除法的计算技巧有：

1. 分解凑整的方法。将一个数适当地分解成几个因数的积或几个数的和，然后运用乘法的交换律、结合律或乘法分配律凑整进行计算。

2. 运用积和商的不变性质。①积不变性质：一个因数扩大若干倍(零除外)，另一个因数同时缩小相同的倍数，积不变；②商不变性质：被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数(零除外)，商不变。

3. 运用乘、除法的性质，改变运算顺序和方法：

①两个数的积除以第三个数，为了计算的简便，可以用任意一个因数除以第三个数，再与另一个因数相乘。即：$a\times b\div c=a\times(b\div c)=(a\div c)\times b$

②一个数连续除以两个数，等于第一个数除以后两个数的积，也可以等于第一个数先除以第三个数，所得的商再除以第二个数。即：$a\div b\div c=a\div(b\times c)=a\div c\div b$

4. 几个数的和(或差)除以一个数，可以用这个数分别去除这几个数(在能除尽的情况下)，再求几个商的和，反之也成立。

$(a_1\pm a_2\pm a_3\pm a_4\pm\cdots\pm a_n)\div b=a_1\div b\pm a_2\div b\pm a_3\div b\pm\cdots\pm a_n\div b$

典型例题

例1 计算 2.005×390＋20.05×41＋200.5×2

(2005 年第三届“希望杯”全国数学邀请赛五年级第 2 试试题)

【分析与解】 对于 2.005，20.05，200.5，我们可以运用积的不变性质进行等积变形变为同一个数，然后根据乘法分配律的逆运用提取公因数即可。不妨将 2.005 不动。

原式＝2.005×390＋2.005×410＋2.005×200

＝2.005×(390＋410＋200)＝2.005×1000＝2005

训练快餐 1

计算：0.79×0.46＋7.9×0.24＋11.4×0.079 (首届“创新杯”初赛试题)

例2 计算 $2424.2424 \div 242.4$ （1996 年奥林匹克总决赛计算试题）

【分析与解】 根据小数除法的计算法则将除数转化为整数，被除数也扩大到它的 10 倍为 24242.424，显然 24242.424 可以写成 $2424 \times 10 + 2424 \times 0.001 = 2424 \times 10.001$，于是计算就简便多了。

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= 24242.424 \div 2424 \\
&= 2424 \times 10.001 \div 2424 \\
&= 2424 \div 2424 \times 10.001 \\
&= 10.001
\end{aligned}
$$

训练快餐 2

计算：$69316.931 \div 69.31$ （1993 年奥林匹克总决赛计算试题）

例3 如果把 0.00000000025 简记为：$\underbrace{0.000\cdots0}_{10个0}25$，下面有两个数：

$a = \underbrace{0.00\cdots0}_{2005个0}125$，$b = \underbrace{0.000\cdots0}_{2008个0}8$，试求：$a+b$，$a-b$，$a\times b$，$a\div b$

【分析与解】 这一题重点是检查我们是否牢固地掌握了小数加、减、乘、除的计算法则，培养我们细心观察，认真计算的学习品质。通过观察可知数 a 有 2007 位小数，数 b 有 2008 位小数。在 $a+b$ 和 $a-b$ 里抓住小数点对齐进行竖式加减；在 $a\times b$ 里，先按整数的乘法计算，关键是确定小数的位置；在 $a\div b$ 里，依据商的不变性质，将除数变为整数，再相除。

$$a+b=\underbrace{0.000\cdots0}_{2005个0}1258$$

$$a-b=\underbrace{0.000\cdots0}_{2005个0}1242$$

$$a\times b=\underbrace{0.000\cdots0}_{4012个0}1$$

$$a\div b=1250\div 8=156.25$$

训练快餐 3

设 $A=\underbrace{0.000\cdots0}_{100个0}8$，$B=\underbrace{0.000\cdots0}_{100个0}625$，试求 $A\times B$，$A\div B$

例4 计算：(0.1＋0.12＋0.123＋0.1234)×(0.12＋0.123＋0.1234＋0.12345)－(0.1＋0.12＋0.123＋0.1234＋0.12345)×(0.12＋0.123＋0.1234)

【分析与解】 算式的括号里有一些算式是相同的，为了使计算简便，不妨将重复出现的算式用字母替换，不妨设：0.1＋0.12＋0.123＋0.1234＝A，0.12＋0.123＋0.1234＝B

原式＝A×(B＋0.12345)－(A＋0.12345)×B

＝A×B＋0.12345×A－A×B－0.12345×B

＝0.12345×(A－B)

＝0.12345×0.1

＝0.012345

训练快餐 4

计算：(1＋0.23＋0.34)×(0.23＋0.34＋0.65)－(1＋0.23＋0.34＋0.65)×(0.23＋0.34)

（吉林省第八届小学数学竞赛试题）

例5 计算 9×1.7＋9.1÷1.7－5×1.7＋4.5÷1.7

（2005 年浙江省小学数学计算竞赛试题）

【分析与解】 将乘法的算式和除法的算式分别放在一起。

原式＝9×1.7－5×1.7＋9.1÷1.7＋4.5÷1.7

＝(9－5)×1.7＋(9.1＋4.5)÷1.7

＝4×1.7＋13.6÷1.7

＝6.8＋8

＝14.8

训练快餐 5

17.6×1.3＋6.4÷1.3－9.6×1.3＋5.3÷1.3

例6 计算：(3.6×0.75×1.2)÷(1.5×24×0.18)

【分析与解】 如果分别算出两个括号里的积，再求商就非常麻烦，仔细观察被除数中的因数和除数中的因数分别有哪些关系，于是用除法的性质去掉括号，然后改变运算顺序，就能使计算简便。

原式＝3.6×0.75×1.2÷1.5÷24÷0.18

＝3.6÷0.18×0.75÷1.5×1.2÷24

＝20×0.5×0.05

＝0.5

训练快餐 6

(7.2×4.5×8.1)÷(1.8×1.5×2.7)

例7 使算式 73.06－[□×(4.465＋5.535)＋42.06]＝3 成立，方框内应填的数是多少？

【分析与解】 解此类题的关键是从整体上将算式看成某一种运算(如本题可看作是被减数、减数、差之间的关系)，然后利用加、减、乘、除四则运算的关系式层层剥离，直至得出结果。

由原式可得：□×(4.465＋5.535)＋42.06＝73.06－3

□×(4.465＋5.535)＝70.06－42.06

□×10＝28

□＝2.8

训练快餐 7

在下面算式□中填上适当的数，使算式成立。

12＋[0.4×0.75＋(0.5＋□)×3]÷0.3＝98

(2004 年“我爱数学”少年夏令营计算竞赛试题)

能力检测

一、计算下面各题

1. 7.816×1.45＋3.14×2.184＋1.69×7.816

(2005 年第三届“希望杯”全国数学邀请赛五年级第一试试题)

2. 7.24×0.1＋0.5＋72.4＋0.049×724 (吉林省第八届小学生数学竞赛试题)

3. $3.7\times15+21\times4.5$ （武汉外语学校招生试题）

4. $3.75\times4.23\times36-125\times0.423\times2.8$ （1994年奥林匹克总决赛计算试题）

5. $9.81\times0.1+0.5\times98.1+0.049\times981$ （青岛四方区五年级数学竞赛试题）

6. $6789.6789\div6.789$

7. $5795.5795\div5.795\times579.5$

8. $1\div32\div0.05\div0.25\div0.5$

9. $12.5\div3.6-7\div9+8.3\div3.6$ （2005年第三届“希望杯”数学邀请赛五年级第二试试题）

10. $8-1.2\times1.5+742\div(2.544\div2.4)$ （2005年奥林匹克预赛试题）

11. $(112233-112.233)\div(224466-224.466)$

12. $\underbrace{0.00\cdots0}_{813个0}111\times\underbrace{0.00\cdots0}_{1186个0}18$ （1998年“我爱数学”少年夏令营计算竞赛试题）

第三讲　循环小数与周期性问题

阅读与思考

从前有座山，山里有个庙，庙里老和尚在给小和尚讲故事，讲什么呢？老和尚讲：从前有座山，山里有个庙，庙里老和尚在给小和尚讲故事，讲什么呢？老和尚讲：从前有座山……

小朋友，这个故事听过吗？其实呀，在我们日常生活中有许多不断循环出现的现象，如：春夏秋冬，一年四季，周而复始；星期天星期六，一周又一周，不断地循环往复等等。在这些现象中，我们把连续两次出现所经过的时间叫周期。四季的变化以一年为周期，星期的变化以七天为一周期。在数学里，也常常会碰到一些重复出现的周期性规律的问题。例如余数问题、星期问题等，而我们这里重点是学习有关循环小数的问题。

在周期性问题里，关键是找到规律性现象的周期，这样就可以使较难的问题转化为较简单的问题。所以解决此类问题必须抓住两点：

1. 找出规律，发现周期现象，确定重复出现的元素的个数是几，周期就是几。
2. 将题中要求的问题和某一周期的等式相对应，再运用一些简单的计算和分析求出答案。

典型例题

例1　计算 1÷7，小数点后面第 100 位上的数字是几？

【分析与解】　1÷7＝0.142857142857142857…

观察小数点后面的数字，每 6 个数字一循环，循环节是“142857”，周期为 6。因为 100÷6＝16……4，余数是 4，可知小数点后面第 100 位上的数字是第 17 个周期中的第 4 个数字，即是 8。

训练快餐 1

计算 4÷7，并将结果用“四舍五入法”精确到小数后第 100 位，这第 100 位上的数字是几？

例2　计算 6÷7 商的小数点后面 1000 个数字的和是几？

【分析与解】　6÷7＝$0.\dot{8}5714\dot{2}$，在一个循环节里，数字和＝(8＋5＋7＋1＋4＋2)＝27，1000÷6＝166……4，1000 个数字和＝166×27＋8＋5＋7＋1＝4503

训练快餐 2

循环小数 $0.2\dot{1}99\dot{9}$ 小数点后第 100 位上的数字是几？这 100 个数字的和是多少？