

CAILIAO

材料力学

(修订版)

Cailiao Lixue

陈天富 冯贤桂 编著

重庆大学出版社

TB301
F-878.2

材料力学

(修订版)

陈天富 冯贤桂 编著

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是根据国家教委批准印发的“材料力学课程教学基本要求(中学时)”编写的。

全书共 12 章,内容包括:绪论、轴向拉伸和压缩、剪切、平面图形的几何性质、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态分析和强度理论、组合变形、压杆的稳定性、交变应力和冲击应力。各章都附有习题及部分习题答案。

本书适用于高等工业学校冶金、矿山、地质、热加工、环境、机电、材料、仪表等类专业的中、少学时材料力学课程;对书的内容作适当加深调整后,也可用于相近的有关专业。本书也可供材料力学教师及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/陈天富,冯贤桂编著. —2 版(修订本).
重庆:重庆大学出版社,2006.2
ISBN 7-5624-1700-8

I. 材... II. ①陈...②冯... III. 材料力学
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 005122 号

材 料 力 学

(修订版)

陈天富 冯贤桂 编著

责任编辑:文 雯 梁 涛 版式设计:梁 涛
责任校对:任卓惠 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)

全国新华书店经销

重庆科情印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:16.25 字数:406 千

1998 年 8 月第 1 版 2006 年 2 月第 2 版 2006 年 2 月第 3 次印刷

印数:6 001—9 000

ISBN 7-5624-1700-8 定价:22.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

修订版序言

本书自第一版(1998年)出版以来,已有7年,在使用过程中收到了良好的效果,受到学生们的欢迎与好评。为了适应教学改革的需要,取得更好的教学效果,把本科生的材料力学教学推向一个新的台阶,我们在保持本书原有体系和特点的基础上,对本书进行了修订。

在修订版中,对全书的文字叙述做了必要的增删与修改,力求做到主次分明、详略适当;对全书的插图部分做了修改与增补,对习题中的答案也进行了校对。

在本版中,增加了一些章节内容,在“弯曲变形”一章中,加写了“用莫尔定理计算梁的弯曲变形”一节;在“交变应力”一章中,增写了“冲击应力”一节。这对材料力学教材的完整性,对拓宽学生的视野,提高学生的学习兴趣,是极为有益的。

在此次修订中,最大的特点是附加了光盘内容。经过精心制作,光盘中的内容不仅涵盖了修订版的全部内容,而且在形式上更为完美,图文并茂,生动形象。附加光盘对于学生课后复习或者自学材料力学,提供了很好的素材。

材料力学(修订版)由陈天富、冯贤桂担任修订与改写工作,陈天富任主编并编写和制作附加光盘的全部内容。

本书主要适用于高等工科院校机械制造、机械生产自动化、采矿、材料加工、冶金机械、电机、动力工程等专业的材料力学课程,也可供有关工程技术人员参考使用。

虽然经过修订与改写,但教材中仍难免存在缺点错误以及疏漏、欠妥之处,殷切希望广大读者批评与指正。

编 者

2005年12月于重庆大学

序 言

材料力学是工程教育中一门重要的技术基础课,它是为结构工程设计提供理论基础和计算方法的一门学科。

本书是根据国家教委审订的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求(中学时)”编写的,对材料力学课程基本要求的全部内容——从拉伸、压缩、剪切、扭转、弯曲,到应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、交变应力的基本理论和方法都做了较为详尽的阐述。内容的编写与安排尽量做到理论联系实际,注重工程应用,为读者从事工程设计提供必要的理论基础。

本书编者长期担任材料力学课程的教学工作,编写中吸取了其他版本材料力学教材的精华,也将编者多年的教学经验编入教材之中。在材料的力学性能中,按最新国标规定,取消了弹性极限概念,用“规定非比例伸长应力”取代“比例极限”定义;在扭转变形中,去掉了薄壁圆筒扭转这一节,直接从圆轴扭转来推导剪应力;弯曲剪应力的推导,也采用了新的方法;对强度理论概念提出了新的定义方法;在压杆稳定方面,提出了压杆稳定的物理实质。

本书由冯贤桂编写第1章、第3章、第4章、第5章、第6章、第7章、第8章;陈天富编写第2章、第9章、第10章、第11章、第12章。

限于编者的水平,书中难免有不少缺点错误和疏漏之处,希望使用本书的广大师生和读者批评指正。

编 者

1997年11月于重庆大学

教师信息反馈表

为了更好地为教师服务,提高教学质量,我社将为您的教学提供电子和网络支持。请您填好以下表格并经系主任签字盖章后寄回,我社将免费向您提供相关的电子教案、网络交流平台或网络化课程资源。

请按此裁下寄回我社或在网上下载此表格填好后 E-mail 发回

书名:		版次	
书号:			
所需要的教学资料:			
您的姓名:			
您所在的校(院)、系:	校(院)	系	
您所讲授的课程名称:			
学生人数:	_____ 人	_____ 年级	学时: _____
您的联系地址:			
邮政编码:		联系电话	(家)
			(手机)
E-mail: (必填)			
您对本书的建议:		系主任签字	
		盖章	

请寄:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)
重庆大学出版社市场部

邮编:400030

电话:023-65111124

传真:023-65103686

网址:<http://www.cqup.com.cn>

E-mail:fxk@cqup.com.cn

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 可变形固体及其基本假设	1
1.3 杆件变形的基本形式	2
第2章 轴向拉伸和压缩	4
2.1 轴向拉伸和压缩的概念	4
2.2 内力和截面法 轴力和轴力图	4
2.3 拉压杆应力	7
2.4 轴向拉伸或压缩时的变形	9
2.5 材料在拉伸和压缩时的力学性能	14
2.6 轴向拉伸和压缩时的强度计算	21
2.7 拉伸和压缩静不定问题	24
习 题	30
第3章 剪 切	37
3.1 概 述	37
3.2 剪切强度计算	37
3.3 挤压强度计算	38
3.4 计算实例	39
习 题	42
第4章 平面图形的几何性质	46
4.1 概 述	46
4.2 静矩和形心	46
4.3 惯性矩和惯性积	49
4.4 平行移轴公式	51
习 题	53
第5章 扭 转	55
5.1 扭转的概念和实例	55
5.2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	55
5.3 纯剪切	58
5.4 圆轴扭转时的应力和变形	59
5.5 圆轴扭转时的强度和刚度计算	63
5.6 扭转静不定问题	67
5.7 非圆截面杆扭转简介	68
习 题	70

第6章 弯曲内力	73
6.1 平面弯曲的概念	73
6.2 梁的计算简图	74
6.3 剪力和弯矩	75
6.4 剪力图和弯矩图	77
6.5 用叠加法作弯矩图	82
6.6 剪力、弯矩和载荷集度间的关系	83
习 题	86
第7章 弯曲应力	91
7.1 梁弯曲时的正应力	91
7.2 弯曲正应力强度计算	96
7.3 非对称梁的弯曲	98
7.4 梁弯曲时的剪应力	100
7.5 提高梁弯曲强度的措施	106
习 题	110
第8章 弯曲变形	113
8.1 工程中的弯曲变形问题	113
8.2 梁的挠曲线近似微分方程	113
8.3 用积分法求梁的弯曲变形	115
8.4 用叠加法求弯曲变形	119
8.5 梁的刚度计算	124
8.6 静不定梁	127
8.7 用莫尔定理计算梁的弯曲变形	130
习 题	136
第9章 应力状态分析和强度理论	141
9.1 应力状态概述	141
9.2 二向应力状态分析——解析法	142
9.3 二向应力状态分析——图解法	146
9.4 三向应力状态	150
9.5 广义胡克定律 体积应变	153
9.6 三向应力状态下的弹性比能	156
9.7 强度理论的概念	157
9.8 四个常用的强度理论	158
9.9 莫尔强度理论	163
习 题	166
第10章 组合变形	169
10.1 组合变形概念和应力叠加法	169
10.2 斜弯曲	170
10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合	174

10.4 弯曲与扭转的组合·····	177
习 题·····	181
第 11 章 压杆的稳定性 ·····	186
11.1 压杆稳定的概念·····	186
11.2 细长压杆的临界力 欧拉公式·····	188
11.3 其他约束条件下细长压杆的临界力·····	191
11.4 欧拉公式适用范围 中、小柔度杆的临界应力 ·····	194
11.5 压杆的稳定性计算·····	200
11.6 提高压杆稳定性的措施·····	205
习 题·····	205
第 12 章 交变应力和冲击应力 ·····	210
12.1 交变应力和疲劳破坏·····	210
12.2 循环特征、平均应力和应力幅 ·····	212
12.3 材料的持久极限及其测定·····	213
12.4 影响构件持久极限的主要因素·····	214
12.5 对称循环下构件的疲劳强度校核·····	218
12.6 冲击应力·····	220
习 题·····	223
附录 型钢表 ·····	226
习题答案 ·····	237
参考文献 ·····	245

第1章 绪 论

1.1 材料力学的任务

在工程实际中,广泛应用着各种机械设备和工程结构。组成机械设备和工程结构的零件或部件统称为构件。例如,房屋的梁或柱、机器的轴或齿轮都是构件。构件在工作中受到载荷的作用,为保证机械设备和工程结构的正常工作,每一构件都应有足够的承载能力,以承受作用于其上的载荷。构件的承载能力包括以下三个方面:

1. 构件应有足够的强度

例如,冲床的曲轴,在工作冲压力作用下不应折断。又如,锅炉的筒体在规定的蒸气压力下不应爆破。所以强度是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力。

2. 构件应有足够的刚度

在载荷作用下,构件的形状和尺寸将发生变化,称为变形。对某些构件,若变形过大,也会影响其正常工作。例如,若齿轮轴变形过大,将造成齿轮和轴承的不均匀磨损,引起噪音。机床主轴变形过大,将影响加工精度。因而,刚度是指构件在载荷作用下抵抗变形的能力。

3. 构件应有足够的稳定性

有些受压力作用的细长直杆,如千斤顶中的螺杆、内燃机的气门挺杆等,应始终维持原有的直线平衡形态,保持不被压弯。故稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。

设计一个构件,首先是要求构件安全可靠,即要求构件具有足够的强度、刚度和稳定性;同时还应考虑合理使用和节约材料,即既要考虑经济性,又要尽可能减轻构件的重量。一般来说,前者要求构件的截面尺寸大一些,材质好一些;后者要求构件的截面尺寸尽可能小,并且尽可能用廉价的材料。这二者往往是矛盾的,材料力学则为合理地解决这一矛盾提供了理论基础及计算方法。

材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为构件确定合理的截面形状和尺寸,选择适当的材料;为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

1.2 可变形固体及其基本假设

制造各种构件所采用的材料,虽然品种繁多,性质各异,但它们都有一个共同的特点,就是在外力作用下会产生变形。在研究构件的强度、刚度等问题时,物体的变形是一个不可忽略的因素。因此,在材料力学中,将组成构件的材料皆视为可变形固体。

材料的物质结构和性质是比较复杂的,在研究构件的强度、刚度和稳定性时,为方便起见,必须略去材料的一些次要性质,而保留其主要属性,以抽象出理想化的力学模型。为此,在材

料力学中,对可变形固体作以下的基本假设:

1. 连续性假设

认为在物体的整个体积内都毫无空隙地充满了固体物质。实际上,组成固体的粒子之间存在着空隙,并不连续,但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小,可以忽略不计。于是就认为固体在其整个体积内是连续的。这样,当把某些力学量看做是固体中点的坐标之函数时,对这些量就可以作为连续函数来进行数学处理。

2. 均匀性假设

认为在固体内任何部分的力学性能都完全相同。就使用最多的金属来说,组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但由于构件内含有为数极多的,而且是无规则地排列的晶粒,固体的力学性能是各晶粒的力学性能的统计平均量,各晶粒的非均匀性,从统计平均的观点看,可以不加考虑,认为各部分的力学性能是均匀的。这样,如从固体中取出一部分,不论其大小以及从何处取出,力学性能总是相同的。可以将小尺寸试样测得的材料性质,用于构件的任何部位。

3. 各向同性假设

认为无论沿任何方向,固体的力学性能都是相同的。各方向力学性能相同的材料,称为各向同性材料。这一假设对许多材料都是符合的。均匀的非晶体材料一般都是各向同性的。对金属等由晶体组成的材料,虽然每个晶粒的力学性能具有方向性,但由于它们的大小远小于构件的尺寸,且排列也不规则,因此它们的统计平均值在各个方向是相同的。铸钢、铸铁、玻璃等都可看做是各向同性材料。

在不同方向上力学性能不同的材料,称为各向异性材料,如岩石、土壤、木材、胶合板和某些人工合成材料等。

4. 小变形假设

在工程实际中,构件的变形相对于构件的原有尺寸是很小的,因此,在分析构件上力的平衡关系时,变形的影响可以忽略不计,仍按构件的原有几何尺寸来进行计算。材料力学一般只研究小变形问题。

在以后的讨论中,一般都把可变形固体假设为连续、均匀及各向同性的,并且在外力的作用下变形很微小。

1.3 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同的形状。如果构件的长度远大于它的横截面尺寸,则称为杆件。材料力学主要研究杆件。杆件各横截面形心的连线称为杆件的轴线。轴线为直线的杆件称为直杆。横截面的形状和大小不变的直杆件称为等直杆。轴线为曲线的杆件称为曲杆。工程上常见的很多构件都可以简化为杆件,如连杆、传动轴、立柱、丝杆、吊钩等。

等直杆在工程中的应用最广泛,它是材料力学研究的主要对象。等直杆的问题解决了,不仅解决了工程中大部分构件的问题,也为解决其他形状构件的问题提供了基础。等直杆的计算原理可以近似地用于曲率较小的曲杆或横截面无急剧变化的变截面杆。

除杆件外,工程中常用的构件还有平板和壳体等。

随着外力作用方式的不同,杆件受力后所产生的变形也有差异。杆件变形的基本形式有以下四种:

1. 拉伸和压缩

一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力作用在杆的两端,使杆件产生伸长或缩短,这种变形称为拉伸或压缩。例如,图 1.1(a)所示的简易吊车,在外力 P 作用下,AC 杆受到拉伸[图 1.1(b)],而 BC 杆受到压缩[图 1.1(c)]。起吊重物的钢索、桁架的杆件、液压油缸的活塞杆等的变形,都属于拉伸或压缩变形。

2. 剪切

一对大小相等、方向相反、作用线相距很近且与杆轴线垂直的外力作用在杆的两侧,两外力间的横截面发生相对错动,这种变形称为剪切。图 1.2(a)表示一铆钉联结,在 P 力作用下,铆钉即受到剪切[图 1.2(b)]。机械中常用的联结件,如键、销钉、螺栓等都产生剪切变形。

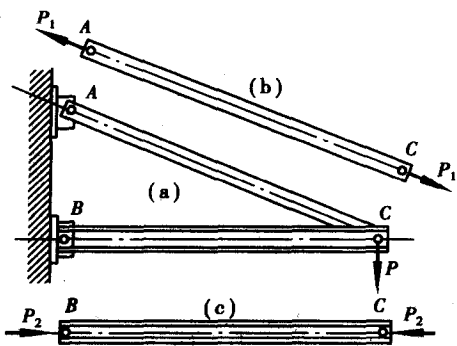


图 1.1

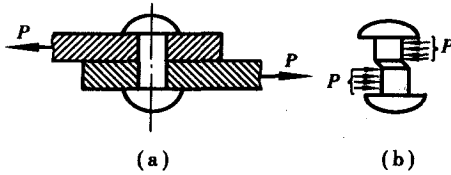


图 1.2

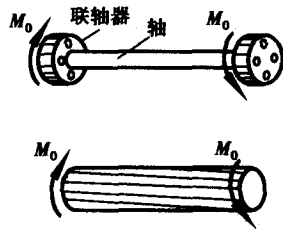


图 1.3

3. 扭转

大小相等,方向相反,作用面与杆件轴线垂直的两个力偶作用在杆的两端,使杆的任意两个横截面绕轴线发生相对转动,这种变形称为扭转。图 1.3 所示的传动轴在外力偶作用下,发生扭转变形。汽车的凸轮轴、电机和水轮机的主轴,都是主要发生扭转变形的构件。

4. 弯曲

作用在包含杆件轴线的纵向面内的力偶或垂直于杆件轴线的横向力,使杆件的轴线由直线变为曲线,这种变形称为弯曲。

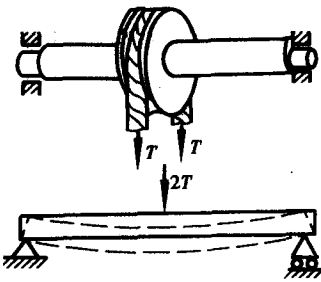


图 1.4

图 1.4 所示的轮轴,在外力作用下发生弯曲变形。在工程中,受弯杆件是最常遇到的情况。桥式起重机的大梁,机车的车轴以及车刀等,都是主要发生弯曲变形的构件。

有一些杆件在工作时,同时发生几种基本变形,例如,车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩三种基本变形;钻床立柱同时发生拉伸和弯曲两种基本变形。这种情况称为组合变形。本书以下各章,首先将依次讨论四种基本变形的强度及刚度计算,然后再讨论组合变形。

第2章 轴向拉伸和压缩

2.1 轴向拉伸和压缩的概念

在工程实际中,有许多承受轴向拉伸和压缩的构件。例如,在理论力学中介绍过的连杆机构中的连杆,桁架结构中的二力构件,以及起吊重物的钢丝绳等。这些构件的受力有共同的特点,即这些构件均为直杆,所承受的集中载荷或分布力的合力的作用线与杆件轴线重合,如图2.1所示。这种载荷的作用形式称为轴向加载。图2.1(a)杆件承受的是轴向拉力,使杆件伸长,称为拉杆;图2.1(b)杆件承受的是轴向压力,使杆件变短,称为压杆。

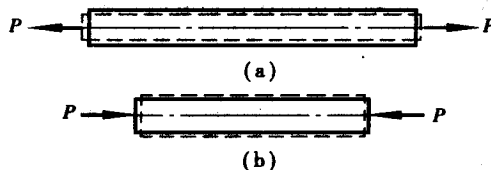


图2.1

因此,轴向拉伸和压缩时杆件的受力特点和变形特点是:作用于杆件上的外力合力是一对大小相等,方向相反,作用线与轴线重合的集中力,杆件变形是沿轴线方向伸长或缩短。所以工程实际中的构件,只要能简化成图2.1的受力和变形形式,就是轴向拉伸或轴向压缩。

轴向拉伸和压缩是杆件四种基本变形形式中最简单的一种。本章将通过对轴向拉伸和压缩的讨论,建立其基本理论和计算方法;介绍材料力学研究问题的两大方法,材料拉压时的力学性能及实验方法;通过本章的研究初步掌握材料力学的处理方法。

2.2 内力和截面法 轴力和轴力图

构件未受外力作用时,其内部的各质点之间就存在着相互作用的力,一般称为内聚力。这种内聚力使构件能够保持固有的形状。当构件受外力作用时,构件产生了变形,使其内部各质点之间的相对位置发生变化,因而引起各相邻质点之间内聚力发生改变,这个改变量称为内抗力。显然内抗力是一个分布力系,其主矢和主矩就是材料力学中构件的内力。

因此,材料力学中的内力,是指外力作用下物体内部各部分之间相互作用力的改变量,所以是物体内部各部分之间因外力而引起的附加相互作用力,即“附加内力”,简称内力。这样的内力随外力的增加而加大,到达某一限度时就会引起构件破坏,因而它与构件的强度是密切相关的。

材料力学中的内力与静力学中的内力有本质的区别。材料力学中的内力是物体内部各部

分之间的相互作用力的改变量。而理论力学中的内力则是在研究物体系统平衡时,各个物体之间的相互作用力,它相对于物体系统这个整体来说是内力,但对于一个物体来说,就属于外力了。

为了揭示在外力作用下构件所产生的内力,确定内力的大小和方向,通常采用截面法。

截面法是材料力学中两大方法之一,即辅助法。截面法是用假想平面将构件截开,从而确定内力的方法。可以归纳为以下四个步骤:

1. 截

用假想平面在欲求构件内力处截开。

2. 弃

保留简单部分为研究对象,弃去复杂部分。

3. 代

以截面上的内力代替被弃部分对保留部分的作用。

4. 平

建立保留部分的平衡方程,确定截面上的未知内力大小和方向。

这里必须强调,在用假想平面截开之前,理论力学中的力的可传递性原理和合力矩定理暂时失效。截开之后研究保留部分平衡时仍然有效。这是因为材料力学中研究对象是变形体,其变形与受力位置相关。

下面用例题说明截面法的应用。

例 2.1 图 2.2(a) 所示钻床,在载荷 P 作用下,试确定 $m-m$ 截面上的内力。

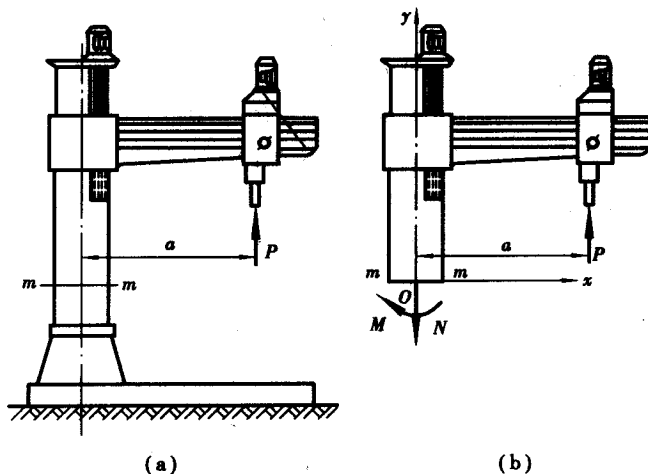


图 2.2

解 (1) 用一假想平面沿 $m-m$ 截面将钻床截开分为上下两部分,如图 2.2(b)。

(2) 保留 $m-m$ 截面以上部分为研究对象,弃去复杂的 $m-m$ 截面以下部分(有反力需要求)。

(3) 在 $m-m$ 截面上以内力 N 和 M 代替被弃部分对保留部分的作用,如图 2.2(b) 所示。

(4) 研究保留部分的平衡

$$\sum Y = 0, P - N = 0 \quad N = P$$

$$\sum m_0(F) = 0, P_a - M = 0 \quad M = P_a$$

N 和 M 是 $m-m$ 截面上分布力系——内抗力的主矢和主矩。

例 2.2 设一直杆沿轴线同时受 $P_1 = 2 \text{ kN}$, $P_2 = 3 \text{ kN}$ 和 $P_3 = 1 \text{ kN}$ 的作用, 其作用点分别为 A, C, B , 如图 2.3(a) 所示。求杆的内力。

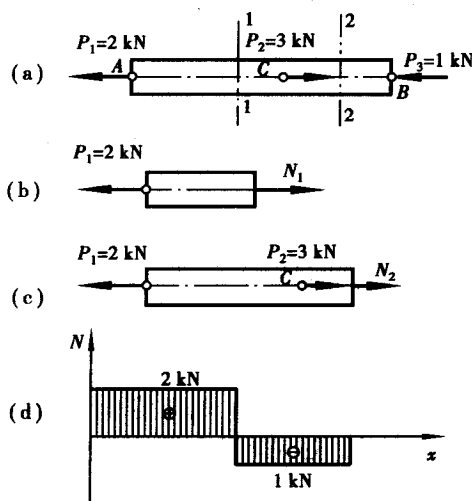


图 2.3

解 由于杆上有三个外力, 因此, 在 AC 和 BC 段横截面上有不同内力。

(1) 在 AC 段内任选一横截面 1-1, 用假想平面截开并取左侧部分为研究对象, 横截面上将右侧部分对左侧部分的作用用内力 N_1 代替, 如图 2.3(b) 所示。由平衡方程

$$\sum X = 0, N_1 - P_1 = 0$$

$$N_1 = P_1 = 2 \text{ kN}$$

(2) 再在 BC 段内任选一横截面 2-2, 用假想平面截开, 取左侧部分为研究对象, 2-2 截面上用内力 N_2 代替右侧部分的作用, 如图 2.3(c) 所示。由平衡方程

$$\sum X = 0, -P_1 + P_2 + N_2 = 0$$

$$N_2 = P_1 - P_2 = -1 \text{ kN}$$

(3) 内力 N_1 和 N_2 沿杆横截面位置的变化情况, 可以用 $N-x$ 坐标系内的线图表示, 如图 2.3(d) 所示。

在上例中, 由于杆件的外力 P_1, P_2, P_3 均与杆件轴线重合, 所求得的内力 N_1 和 N_2 也必然与杆件的轴线重合, 所以把 N_1 和 N_2 称为轴力。轴力 N 在坐标系 $N-x$ 内沿轴线的变化线图称为轴力图。轴力的单位为 N (牛) 或 kN (千牛)。

★ 轴力的符号规定是: 指向横截面外法线正向或使杆件受拉伸的轴力为正; 指向横截面外法线负向或使杆件受压缩的轴力为负。

注意 在计算轴力过程中, 可先假设横截面上的轴力为正, 计算结果为正, 表示轴力与假设方向相同且为正, 杆受拉; 计算结果为负, 表示轴力与假设方向相反且为负, 杆受压。

2.3 拉压杆应力

用截面法容易确定构件的内力。但仅仅知道内力还不能解决构件的强度问题。例如,粗、细两根绳子,起吊同样重量的物体,细的一根更容易被拉断,可见强度问题除与内力有关以外,还与构件的横截面面积有关。为了表示物体内部某点处内力分布的强弱程度,消除截面面积大小的影响,必须研究构件在外力作用下的内抗力,并且命名为应力。

根据变形固体的均匀连续假设,可以认为物体的内力是连续地作用在整个截面上的。在受力物体内部某截面 $m-m$ 上围绕任一点 C 取微面积 ΔA , 见图 2.4 (a), 若作用于 ΔA 上的内力为 ΔP , 则

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

p_m 称为微面积 ΔA 上的平均应力。随着 ΔA 的逐渐减小, p_m 的大小和方向都将逐渐变化。当 ΔA 趋近于零时, p_m 的大小和方向都将趋近于一定极限。得到

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (2.1)$$

p 称为 C 点的总应力。 ΔA 趋近于质点的大小即是材料力学所研究的点的大小, 实际上 p 就是质点之间内聚力的改变量——内抗力, 它反映了材料抵抗破坏的能力。 p 是一个矢量, 一般不与截面垂直或相切。通常把总应力 p 沿截面的法线方向和切线方向分解为两个分量 σ 和 τ , 图 2.4 (b), σ 称为截面上的正应力, τ 称为截面上的剪应力, 则

$$\sigma = p \cos \alpha$$

$$\tau = p \sin \alpha$$

(2.2)

应力为矢量, 单位为帕斯卡, 或简称为帕 (Pa)。因为这个单位太小, 使用不便, 工程上常用兆帕 (MPa) 或吉帕 (GPa), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$, $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

对于轴向拉伸或压缩, 其横截面上的轴力 N 已由截面法求出, 根据静力学关系, N 和正应力 σ 之间的关系为

$$N = \int_A \sigma dA$$

式中 A 为杆件横截面面积。现在的问题是如何确定 σ 沿横截面的分布规律。图 2.5 (a) 为轴向受拉直杆, 根据结构的对称性, 在杆的两端施加一对大小相等、方向相反的轴向拉力 P , 其对称截面 $m-m$ 保持为平面。再取左半段为研究对象 [图 2.5 (b)], $m-m$ 截面上 $N = P$, N 和 P 也是作用在此杆上的一对对称力, 其对称面 $n-n$ 仍保持为平面。如此分下去, 可以证明杆件的任一横截面均保持为平面 (除外力作用点附近区域外)。因此杆件受拉 (或压) 时, 横截面只相对平移, 保持为平面。即各质点相对位移相等, 其内聚力改变量也应相等。因此, 可得横截面上各点正应力 σ 为常数, 于是

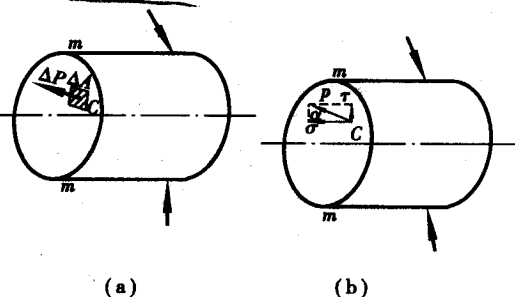


图 2.4

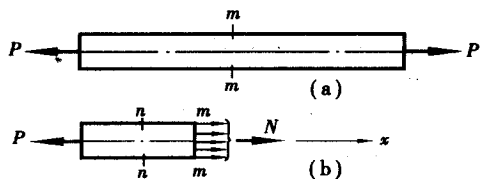


图 2.5

$$N = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

即

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2.3)$$

这就是拉压杆横截面上的正应力公式。此公式可用于拉压杆件横截面上的正应力计算。不过细长杆受压时容易被压弯,属于稳定性问题,将在第 12

章中讨论。这里所指的是压杆未被压弯的情况。关于正应力的符号,一般规定拉应力为正,压应力为负。

在应用上述正应力公式时,应注意以下两个重要的问题:

2.3.1 圣维南原理

实验指出,在外力作用点附近,杆横截面不能保持为平面,如图 2.6 所示,应力不均布,则不能用上述正应力公式。那么距离力作用点多远才适用呢? 为此提出圣维南原理:“距外力作用部位相当远处,应力分布与外力作用方式无关,只同等效力有关。”这里的相当远,根据经验和某些精确计算,可以大致认为是指横截面距力作用点长度相当于横截面尺寸的情况,即在距力作用点的距离大于横截面尺寸的区域正应力公式才适用。

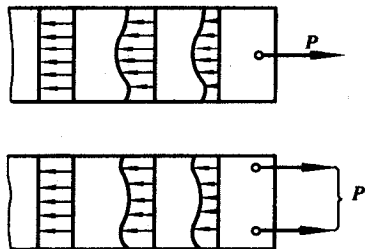


图 2.6

2.3.2 应力集中

构件因结构的需要必须有孔、轴肩、沟、槽等,使构件外形发生突变,在这些部位截面上的应力不均匀,且在局部区域应力急剧增大,这种现象称为外形变化引起的应力集中,如图 2.7 所示。其应力集中的严重程度用理论应力集中系数表示,即

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \quad (2.4)$$

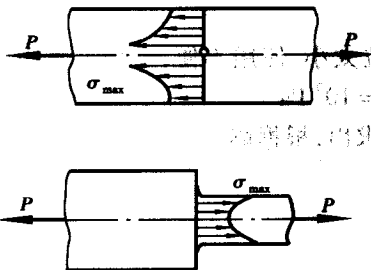


图 2.7

式中 $\sigma_{\max}$ 为应力集中截面上的最大应力, σ 为同一截面上的平均应力, k 为大于 1 的系数。截面尺寸改变得越急剧,角越尖,孔越小,应力集中程度越严重, k 值越大。许多构件的破坏通常是从应力集中部位开始。

另外,材料不同,对应力集中的敏感程度也不同。对塑性材料,如中、低碳钢等,由于屈服现象有缓和应力集中的作用,可以不考虑应力集中的影响。脆性材料对应力集中的反应比较敏感,所以对脆性材料和塑性较差的高强度钢等,须考虑应力集中的影响。但对铸铁构件不考虑外形变化引起的应力集中影响,因其内部存在许多引起严重应力集中的因素(气孔、砂眼等),由实验测试强度极限时,已经反应了这些因素的影响。

因此,在应力集中处,拉压正应力公式应根据不同材料选用。

为了更全面地了解杆内的应力情况,有必要研究杆件斜截面上的应力情况。