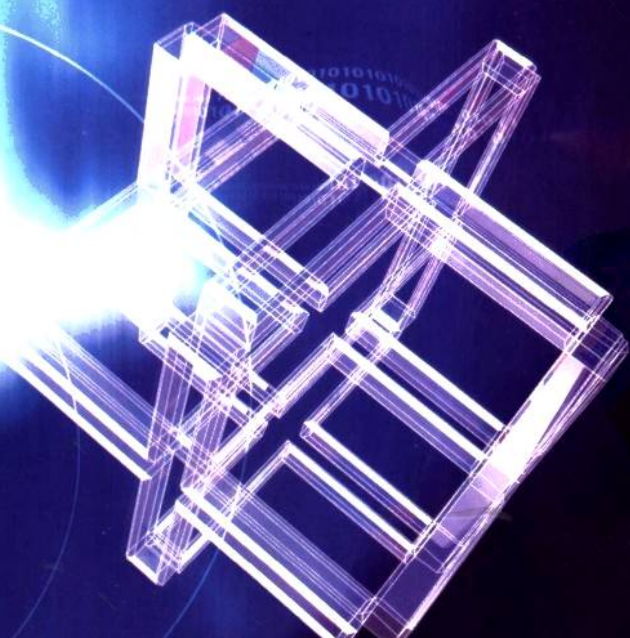
高中新课程

数学

学习评价手册

必修5



凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社

必修5

高中新课程

数学学习评价手册

南京市中小学教学资源研发中心 策划

《高中新课程学习评价手册》编写组 编写

凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

书　　名　高中新课程数学学习评价手册　必修5
作　　者　本书编写组
责任编辑　张国生
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社(南京市马家街31号 邮编210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷　南京市江浦第二印刷厂
厂　　址　南京市浦口区[illegible]村441号　(邮编210031)
电　　话　025-58858263
开　　本　787×1092毫米　1/16
印　　张　6.75
版　　次　2006年12月第2版
　　　　　2006年12月第1次印刷
书　　号　ISBN 7-5343-7569-X/G·7254
定　　价　7.50元
盗版举报　025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向本印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

ISBN 7-5343-7569-X
9 787534 375699 >

编写说明

本书依据普通高中《数学课程标准(实验)》,参照江苏教育出版社出版的数学教材《普通高中课程标准实验教科书(必修)·数学5》同步编写.每节内容关注以下几个方面:知识与技能;过程和方法;情感、态度与价值观.

每节分为[问题导引]、[例题精讲]、[练习与反馈]三部分,另外每单元配有[单元测试]、每章配有[综合测试],并穿插一些阅读材料.

[问题探讨]旨在通过提出问题引出主题,帮助学生认识学习本节知识的必要性,激发学习兴趣,注重思维启发.

[例题精讲]作为课本例题的补充和引申,突出思想方法和问题解决.

[练习与反馈]分为三个栏目:"复习巩固"、"应用延伸"、"探索研究".我们努力为学生的数学学习提供丰富多彩的原料和素材,充分考虑基础性、时代性、典型性、多样性和可接受性,同时增加一点趣味性、探索性、挑战性、开放性和应用性,摈弃"繁、难、偏、旧",突出数学本质.既注重数学内容之间的联系,又注重数学内容与其他各个领域内容的整合,体现数学的价值,增强学生应用数学的意识.并设置恰当的问题.对学生学习的评估上寻求评价主体和方式的多样化,关注学生的学习过程,关注学生的感受、体验及数学思考,关注学生的个体差异,希望能帮助每一个学生在数学活动中多获得一点成功的体验,并在原有的基础上得到尽可能的发展.

[单元测试]放在每单元最后、[综合测试]放在每章最后,除了评价学生双基的理解和掌握外,还适当考查学生分析问题和解决问题的能力,并且力争能关注到学生的情感态度等方面.

阅读材料提供一些可读性较强的科普小文章,目的在于开拓视野,加深对数学的理解.

本书主编:朱建明.参加本书编写与修订的有:张志超、刘明、陈辉、王红兵、朱建明.本书主审:肖林元.

读者宜根据实际情况灵活选用本书内容,注意把握好层次和数量,其中打"※"的习题,只是供学有余力的学生选用.由于编者的经验和水平所限,书中的疏漏和错误在所难免,敬请广大师生批评指正.

编　者

2006年12月

目 录

第 1 章　解三角形

第 2 章　数列

第 3 章 不等式

第1章 解三角形

1.1 正弦定理(一)

【问题探讨】

我们知道,在任意三角形中有大边对大角,小边对小角的边角关系.我们能否得到这个边、角关系准确量化的表示呢?

【例题精讲】

例 在$\triangle ABC$中,已知$a=\sqrt{3}$, $b=\sqrt{2}$, $B=45^\circ$,求A, C和c.

解 由正弦定理,得$\sin A=\dfrac{a\sin B}{b}=\dfrac{\sqrt{3}\sin 45^\circ}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,所以$A=60^\circ$或$120^\circ$.

(1) 当$A=60^\circ$时,$C=180^\circ-(A+B)=75^\circ$, $c=\dfrac{b\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{2}\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$;

(2) 当$A=120^\circ$时,$C=180^\circ-(A+B)=15^\circ$, $c=\dfrac{b\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{2}\sin 15^\circ}{\sin 45^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

故$A=60^\circ$, $C=75^\circ$, $c=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$或$A=120^\circ$, $C=15^\circ$, $c=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

说明 已知两边和其中一边的对角,解三角形时,有可能出现"无解"或"一解"或"二解"的情况,解答时可根据"角"的范围做出选择.

【练习与反馈】

复习巩固

1. 选择题:

(1) 在$\triangle ABC$中,已知$a=14$, $b=7$, $B=30^\circ$,则A为 ( )

(A) 65° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

(2) 在$\triangle ABC$中,已知$a=\sqrt{6}$, $A=45^\circ$, $B=75^\circ$,则c为 ( )

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}$

(3) 在$\triangle ABC$中,已知$B=45^\circ$, $c=2\sqrt{2}$, $b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,则C为 ( )

(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 60°或120°

2. 填充题:

(1) 在$\triangle ABC$中,已知$A=45^\circ$, $B=75^\circ$, $c=1$,则$a=$________;

(2) 在$\triangle ABC$中,已知$a=2b$, $B=30^\circ$,则$C=$________.

3. 在$\triangle ABC$中,已知$\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$,求$a:b:c$.

4. 在$\triangle ABC$中,已知$a=4$, $b=5$, $\triangle ABC$的面积为$5\sqrt{3}$,求C.

应用延伸

5. 在$\triangle ABC$中,已知$B=45^\circ$, $b=2$,求a的取值范围.

6. 在$\triangle ABC$中,已知$B=30^\circ$, $AB=2\sqrt{3}$, $AC=2$,求$\triangle ABC$的面积.

探索研究

7*. 已知下列各三角形的两边和其中一边的对角,先判断三角形是否有解?如果有解,再做出解答.

(1) $a = 7$, $b = 8$, $A = 105^\circ$;　　(2) $a = 10$, $b = 20$, $A = 80^\circ$;

(3) $a = 5\sqrt{6}$, $b = 10$, $A = 60^\circ$;　　(4) $a = 2\sqrt{3}$, $b = 6$, $A = 30^\circ$.

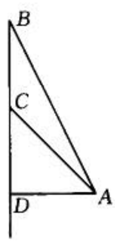
1.1 正弦定理(二)

【问题探讨】

三角形中,已知两边和其中一边的对角,能唯一确定这个三角形吗?你能从代数或几何角度给出解释吗?

【例题精讲】

例1 如图,海中小岛 A 周围 38 海里内有暗礁,一艘船正在向南航行,在 B 处测得小岛 A 在船的南偏东 30°,航行 30 海里后,在 C 处测得小岛在船的南偏东 45°,如果此船不改变航向,继续向南航行,有无触礁危险?



(例1)

分析 船继续向南航行,有无触礁的危险,取决于点 A 到直线 BC 的距离 AD 与 38 海里的大小,如果大于 38 海里,则无危险,否则就有危险.因此,本题只要先求出 AB 或 AC,再求出 AD 即可.

解 过 A 点作 $AD \perp BC$ 于 D.

在$\triangle ABC$ 中, $B = 30^\circ$, $\angle ACB = 135^\circ$, $BC = 30$, 所以 $\angle BAC = 15^\circ$, 由正弦定理,得 $\dfrac{AC}{\sin 30^\circ} = \dfrac{BC}{\sin 15^\circ}$.

$\therefore AC = 15(\sqrt{6} + \sqrt{2})$. $\therefore AD = AC\sin 45^\circ = 15(\sqrt{3} + 1) \approx 40.98$(海里).

$\because AD > 38$(海里), $\therefore$ 船继续向南航行,没有触礁的危险.

例2 在$\triangle ABC$ 中,已知 $\dfrac{\tan A}{\tan B} = \dfrac{a^2}{b^2}$,试判断$\triangle ABC$ 的形状.

分析 本题可以先将正切化为正弦,再将边的比化为正弦的比,统一从角考虑去判断.

解 由正弦定理,得 $\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{a}{b}$. $\therefore \frac{\tan A}{\tan B}=\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B}$. $\therefore \frac{\sin A}{\cos A}\cdot\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B}$.

$\because A,\ B\in(0,\ \pi)$, $\sin A>0$, $\sin B>0$, $\therefore \sin A\cos A=\sin B\cos B$,

$\therefore \sin 2A=\sin 2B$. $\therefore 2A=2B$ 或 $2A=\pi-2B$,即 $A=B$ 或 $A+B=\frac{\pi}{2}$.

所以$\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形.

说明 判断三角形的形状,主要的方法有两类:一是从角考虑,二是从边考虑.

【练习与反馈】

复习巩固

1. 选择题:

(1) 在$\triangle ABC$中, $\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$, 那么$\triangle ABC$的形状是 ( )

(A) 等腰三角形 (B) 直角三角形

(C) 等腰直角三角形 (D) 等边三角形

(2) 在$\triangle ABC$中,若 $\frac{a}{\cos\frac{A}{2}}=\frac{b}{\cos\frac{B}{2}}=\frac{c}{\cos\frac{C}{2}}$, 那么$\triangle ABC$的形状是 ( )

(A) 等腰三角形 (B) 等腰或直角三角形

(C) 直角三角形 (D) 等边三角形

2. 填空题:

(1) 已知$\triangle ABC$外接圆的面积是 4π,则$\frac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}=$________;

(2) 在$\triangle ABC$中, $b=a\cos C$, 则$\triangle ABC$是________三角形.

3. 在$\triangle ABC$中,计算 $a(\sin B-\sin C)+b(\sin C-\sin A)+c(\sin A-\sin B)$ 的值.

4. 为了测量校园里旗杆 AB 的高度,学生们在 C, D 两处测得 A 点的仰角分别为 30°和45°,测得 DC 的距离为 10 m,那么旗杆的高度是多少米?

应用延伸

5. 海上有A，B两个小岛相距10海里，从A岛观测C岛与B岛成60°的视角，从B岛观测A岛和C岛成75°的视角，那么B岛与C岛之间的距离是多少海里？

6. 在$\triangle ABC$中，$\sin A = 2\sin B\cos C$，$\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$，试判断$\triangle ABC$的形状.

探究研究

7*. 在$\triangle ABC$中，$C = 2B$，$\angle BAC$的平分线AD把$\triangle ABC$的面积分成$\sqrt{3}:1$两部分，求证：$\triangle ABC$是直角三角形.

1.2 余弦定理(一)

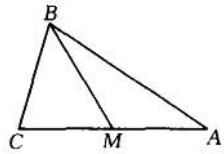
【问题探讨】

如果已知一个三角形的两条边及其所夹的角，根据三角形全等的判定方法，这个三角形是大小、形状完全确定的三角形. 那么，如何计算三角形的另一边的长呢？

【例题精讲】

例 已知$\triangle ABC$是等腰三角形.它的底边$BC=1$,腰$AB=2$.求腰上的中线BM的长.

分析 要求BM,可在$\triangle ABC$中用余弦定理求出C,再在$\triangle BMC$中,求出BM.



(例题)

解 $\triangle ABC$中,$\because BC=1$,$AB=AC=2$,由余弦定理,得$\cos C=\frac{BC^2+AC^2-AB^2}{2BC\cdot AC}=\frac{1^2+2^2-2^2}{2\times1\times2}=\frac{1}{4}$.

在$\triangle BMC$中,$BM^2=BC^2+CM^2-2CM\cdot BC\cos C=1^2+1^2-2\times1\times1\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$. $\therefore BM=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

说明 本题也可以在$\triangle ABC$中用余弦定理先求出A,再在$\triangle AMB$中求出BM.

【练习与反馈】

复习巩固

1. 选择题:

(1) 在$\triangle ABC$中,$a=8$,$b=7$,$c=3$,则B为 ( )

(A) $\frac{\pi}{3}$　(B) $\frac{\pi}{6}$　(C) $\frac{\pi}{8}$　(D) $\frac{\pi}{12}$

(2) 在$\triangle ABC$中,已知$a=4$,$b=6$,$C=120°$,则c的值为 ( )

(A) $2\sqrt{7}$　(B) $4\sqrt{7}$　(C) $2\sqrt{19}$　(D) $4\sqrt{19}$

(3) 一个三角形三条边之比为6∶8∶9,那么该三角形是 ( )

(A) 钝角三角形　(B) 直角三角形

(C) 锐角三角形　(D) 三内角之比为6∶8∶9

2. 填空题:

(1) 在$\triangle ABC$中,已知三边长分别是x,y,$\sqrt{x^2+xy+y^2}$,则最大角的度数为________;

(2) 在平行四边形$ABCD$中,已知$AB=3$,$BC=4$,$\angle ABC=120°$,则对角线$BD=$________.

3. 在$\triangle ABC$中,$A=60°$,$b=8$,面积$S=10\sqrt{3}$,求边长a.

4. 沿一条小路前进，从 A 到 B 方位角(从正北方向顺时针转到 AB 方向所经的角)是 30°，距离是 400 m，从 B 到 C 方位角是 90°，距离是 500 m，求 AC 之间的实际距离为多少米.

应用延伸

5. 锐角三角形的边长分别是 2，3，x，求 x 的取值范围.

6. $\triangle ABC$ 中，若 $(a+c)(a-c)=b(b-c)$ 且 $\sin A=2\sin B\cos C$，求证$\triangle ABC$ 是等边三角形.

探索研究

7*. 已知$\triangle ABC$ 的外接圆半径 $R=\sqrt{3}$，且满足 $2R(\sin^2 A-\sin^2 C)=(a-b)\sin B$，求$\triangle ABC$ 周长的最大值.

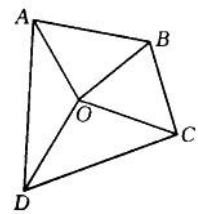
1.2 余弦定理(二)

【问题探讨】

勾股定理指出了直角三角形中三边平方之间的关系，余弦定理则指出了任意三角形中三边平方之间的关系，如何看待这两个定理之间的联系？

【例题精讲】

例 如图，为了测量学校操场四边形 $ABCD$ 的周长和面积，在操场中间取一点 O，测得 $OA=40\text{ m}$，$OB=37\text{ m}$，$OC=42\text{ m}$，$OD=44\text{ m}$，且 $\angle DOA=120°$，$\angle AOB=80°$，$\angle BOC=60°$，$\angle COD=100°$. (1)试求四边形 $ABCD$ 的周长；(2)试求四边形 $ABCD$ 的面积.(结果保留整数)


(例题)

解 (1) 在$\triangle DOA$ 中，$AD^2=OA^2+OD^2-2OA\cdot OD\cdot\cos\angle DOA$ $=40^2+44^2-2\times40\times44\cos120°=5\,296$，

$\therefore AD\approx72.8\text{ m}$. 同理，在$\triangle BOA$ 中，可得 $AB\approx49.5\text{ m}$；在$\triangle BOC$ 中，可得 $BC\approx39.7\text{ m}$；在$\triangle DOC$ 中，可得 $CD\approx65.9\text{ m}$. $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长$\approx228\text{ m}$.

(2) $\because S_{\triangle DOA}=\frac{1}{2}OA\cdot OD\sin\angle DOA=\frac{1}{2}\cdot40\cdot44\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\approx762.1(\text{m}^2)$. 同理可得 $S_{\triangle AOB}\approx728.8\text{ m}^2$，$S_{\triangle BOC}\approx672.9\text{ m}^2$. $S_{\triangle COD}\approx910.0\text{ m}^2$. $\therefore$四边形 $ABCD$ 的面积$=762.1+728.8+672.9+910.0\approx3\,074(\text{m}^2)$.

答：学校操场四边形 $ABCD$ 的周长是 228 m，面积是 $3\,074\text{ m}^2$.

【练习与反馈】

复习巩固

1. 选择题：

(1) 在$\triangle ABC$ 中，$AB=5$，$AC=7$，$BC=8$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$等于 ( )

(A) 10 (B) -20 (C) 20 (D) -12

(2) 已知 $b=a\sin C$，$c=a\cos B$，则$\triangle ABC$ 一定是 ( )

(A) 等腰三角形 (B) 直角三角形

(C) 等边三角形 (D) 等腰直角三角形

(3) 若钝角三角形的三边长为连续自然数 n，$n+1$，$n+2$，则三边长为 ( )

(A) 1, 2, 3 (B) 2, 3, 4 (C) 3, 4, 5 (D) 4, 5, 6

2. 填空题：

(1) 在$\triangle ABC$ 中，已知 $a=7$，$b=8$，$\cos C=\frac{13}{14}$. 则最大角的余弦值是________；

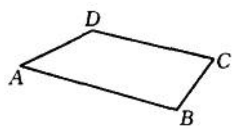
(2) 在$\triangle ABC$中，$b=\sqrt{2}a$，$C=45°$，且$\triangle ABC$的外接圆半径$R=2$，则$a=$________.

3. 在$\triangle ABC$中，若$A=60°$，$a=\sqrt{3}$，$b+c=3$，求$\triangle ABC$的面积.

4. 一船以每小时15 km的速度向东航行，船在A处看到一个灯塔B在北偏东60°，若行驶4 h后，船到达C处，看到这个灯塔在北偏东15°，求这时船与灯塔的距离为多少千米.

应用证伸

5. 如图，在四边形$ABCD$中，$BC=1$，$DC=2$，四个内角A、B、C、D的度数之比为$3:7:4:10$. 求(1)BD的长；(2)AB的长.



(第5题)

6. 证明：在$\triangle ABC$中，$\dfrac{\sin(A-B)}{\sin C}=\dfrac{a^2-b^2}{c^2}$.

探索研究

7*. 在$\triangle ABC$中，三边长为连续的自然数，且最大角是最小角的2倍，求此三角形的三边长.

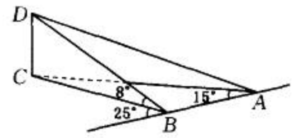
1.3　正弦、余弦定理的应用(一)

【问题探讨】

设 A, B 两点在河的两岸,设计一种测量 A, B 两点间距离的方法.

【例题精讲】

例　如图,一辆汽车在一条水平的公路上向正西行驶,到 A 处时测得公路北侧远处一山顶 D 在西偏北 15°的方向,行驶 5 km 后到达 B 处,测得此山顶在西偏北 25°的方向上,仰角为 8°,求此山的高度.



(例题)

分析　要测出 CD,只要测出 CD 所在的直角三角形的另一条边,再经过计算即可.

解　在$\triangle ABC$中,$A=15^\circ$, $C=25^\circ-15^\circ=10^\circ$. 由正弦定理得,$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}$.

$BC=\frac{AB\sin A}{\sin C}=\frac{5\sin 15^\circ}{\sin 10^\circ}\approx 7.4524(\text{km})$.

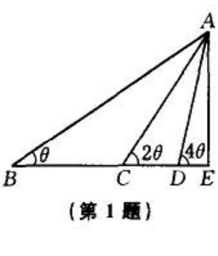
在直角三角形 BCD 中,$CD=BC\times\tan\angle CBD\approx 7.4524\times\tan 8^\circ\approx 1.047(\text{km})$.

答:山的高度约为 1 047 米.

【练习与反馈】

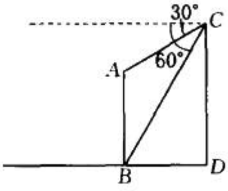
复习巩固

1. 在某点 B 处测得建筑物 AE 的顶端 A 的仰角为 θ,沿 BE 方向前进 30 m 至点 C 处测得顶端 A 的仰角为 2θ,再继续前进 $10\sqrt{3}$ m 至 D 点,测得顶端 A 的仰角为 4θ,求 θ 等于多少度.



(第1题)

2. 在 200 m 的山顶上，测得山下一塔塔顶与塔底的俯角分别为 30°, 60°，求塔高为多少米.



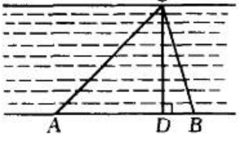
（第 2 题）

3. 轮船以 15 海里/小时的速度向正东方向行驶，水流以 3 海里/小时的速度向南偏西 30°方向流动，求轮船的实际航行速度.

4. 坡度为 45°的斜坡长为 100 m，现要在原址上把坡度改为 30°，求斜坡长为多少米.（保留到整数）

应用延伸

5. 为了测量河的宽度，在一岸边选定两点 A 和 B，望对岸的标记物 C，测得 $\angle CAB = 45°$, $\angle CBA = 75°$, $AB = 120$ m，求河的宽度 CD.



（第 5 题）