成功

一个计划·改变一生

学习计划

总主编　刘增利

配全日制普通高级中学教科书

高二数学 上

北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE
北京万向思维®

个性化计划　个性化成功

成功公式：计划+方法+习惯+悟性=成功

计划学习·知识细品·题例推敲·方法总括

CHENGGONG

成功

200000000学子的助力器

学习计划

高二数学（上）

总 主 编：刘增利

学科主编：杨 斌

本册主编：卢永平

作 者：卢永平 朱永宏 万 敢

聂欢欢 李小玲

北京万向思维®

北京教育出版社

BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

成功学习计划　高二数学（上）

策划设计　北京万向思维基础教育教学研究中心数学教研组
总 主 编　刘增利
学科主编　徐　斌
本册主编　卢永平
责任编辑　田　华　宏　明
责任审读　聂欢欢
责任校对　吴　鲁　乔利明　彭凤霞　陈桂荣
责任录排　贺玉蕾
封面设计　魏　晋
版式设计　董奇娟

出版发行　北京教育出版社
印　　刷　陕西思维印务有限公司
经　　销　各地书店
开　　本　890×1240　1/32
印　　张　13.5
字　　数　378千字
版　　次　2006年4月第1版
印　　次　2006年4月第1次印刷
书　　号　ISBN 7-5303-5096-X/G·5015
定　　价　17.80元

第六章 不等式

第七章 直线和圆的方程

第六章 不等式

时间是常数
又是变数
对勤奋者而言
用"分秒"来计算
更多的人
用"小时"来计算
他比他们
多59倍的时间

本章综合评价

在初中已有的实数大小关系与简单不等式知识基础上,本章将对不等式的性质、不等式的几个重要公式及不等式的证明、不等式的求解等方面作进一步学习与探究.在学习过程中进一步培养化归、数形结合、分类讨论等重要思想方法,并能综合不等式与其他章节知识,解决一些综合性问题.不等式研究的是数的不等量关系,属于基础性章节,它对以后进一步学习代数知识将有较重要影响.

本章学习计划表

章节	指数		状元建议				
	重要指数	难度指数	课后温习	练习反思	适时巩固	复习提高	温习关键点
6.1	☆☆☆☆	☆☆☆	25 min	20 min	20 min	25 min	作差比较法、不等式的性质定理(五定理三推论)、不等式性质的应用
6.2	☆☆☆	☆☆	30 min	25 min	25 min	30 min	均值定理,应用基本不等式时注意"一正二定三相等"
6.3	☆☆☆☆	☆☆☆☆	40 min	35 min	30 min	35 min	常用证明方法有:比较法、综合法、分析法等
6.4	☆☆☆☆	☆☆☆☆	40 min	40 min	35 min	35 min	一元、二元不等式、分式、高次及其他不等式求解
6.5	☆☆☆	☆☆☆☆	25 min	20 min	20 min	25 min	含绝对值的不等式性质定理公式及推论

6.1 不等式的性质

预习&听课重点

❀两个实数的大小比较及作差法

❀不等式性质中的"五定理三推论"

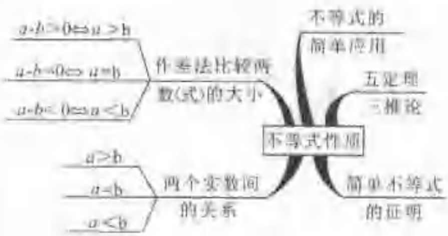
状元心得笔记

❀作差比较法比较两个数(式)大小时,一般将作差的结果通过因式分解等方法来判断符号

❀证明定理时,要用更"原始的"性质定理进行证明

❀不等式性质中,同向不等式相加,不等号方向不变.但同向不等式相乘,不等号方向可能会改变,要使它方向也不变,不等式需满足"同向且同正"

绽放的思维之花——思维导图



【细品书中知识】 关键词:作差比较法 "五定理三推论"

001-1 作差比较法

由实数三歧性即有序性

$$\begin{cases} a>b\Leftrightarrow a-b>0; \\ a=b\Leftrightarrow a-b=0; \\ a<b\Leftrightarrow a-b<0. \end{cases}$$

可得,要比较两个实数的大小,只要考察它们的差与零的大小关系就可以了,即判断它们的差的符号.

名师点拨中 (1)用作差比较法不仅能比较两个实数的大小,还可以比较两个代数式的大小;

(2)用作差比较法比较两个数(式)的大小,关键在于判断它们差的符号,基本步骤是①作差;②变形;③判断符号.而变形的常见方法为因式分解、配方、分子(母)有理化等.

作差比较法

例1 比较 $M=(x^2+1)^2$ 与 $N=x^4+x^2+1$ 的大小.

分析:要比较两个代数式的大小,实际上是比较它们的值的大小,而这又可转为判断它们的差的符号.

解:$\because M-N=(x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)=x^4+2x^2+1-x^4-x^2-1=x^2\geqslant 0$(当且仅当 $x=0$ 时取"="号),

$\therefore$ 当 $x=0$ 时,$M=N$;当 $x\neq 0$ 时,$M>N$.

反思:代数式中的字母的取值范围是实数集的,可以省略不写.在

扫雷专区

误解：比较两个数(式)的大小，将两个数(式)作差后，就在此结果上进行判断，得出符号.

探析：用作差比较法比较两个数(式)的大小，在将两个数(式)作差后，有时可以直接判断结果的符号，但多数情况往往需要将作差所得结果进行适当变形，如因式分解、配方、分子(母)有理化等，然后再进行符号判断. 若作差所得结果中有字母，有时还需要进行适当的分类讨论. 用作差比较法比较两个数(式)的大小时，得到的结果是大于等于(小于等于)时，应指出等号何时成立.

002－2 "五定理三推论"

利用比较实数大小的方法，可以推出下列不等式的性质.

定理1 (不等式的对称性)如果 $a>b$，那么 $b<a$；如果 $b<a$，那么 $a>b$.

定理2 (不等式的传递性)如果 $a>b$，且 $b>c$，那么 $a>c$.

定理3 (不等式的可加性)如果 $a>b$，那么 $a+c>b+c$.

推论1 如果 $a>b$，且 $c>d$，那么 $a+c>b+d$.

定理4 如果 $a>b$，且 $c>0$，那么 $ac>bc$；如果 $a>b$，且 $c<0$，那么 $ac<bc$.

推论2 如果 $a>b>0$，且 $c>d>0$，那么 $ac>bd$.

推论3 如果 $a>b>0$，那么 $a^n>b^n$($n\in\mathbf{N}$，且 $n>1$).

定理5 如果 $a>b>0$，那么 $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$($n\in\mathbf{N}$，且 $n>1$).

指点迷津 (1)定理1、定理2、定理3及推论1都是对一切实数都成立.

(2)定理3也是不等式变形移项的依据，推论1可推广到任意有限个同向不等式的两边分别相加，所得不等式与原不等式同向.

(3)定理4说明了不等式两边同乘一个

例2 已知 $a>1,b>1,c>1$，比较 $abc+a+b+c$ 与 $ab+bc+ac+1$ 的大小.

分析：先作差，再因式分解，然后利用所得结果判断符号，从而得出结果.

解：$abc+a+b+c-(ab+bc+ac+1)=(abc-ab)+(a-ac)+(b-bc)+(c-1)=ab(c-1)+a(1-c)+b(1-c)+(c-1)=(c-1)(ab-a-b+1)=(c-1)\cdot[(ab-a)-(b-1)]=(c-1)\cdot(b-1)(a-1)$.

$\because a>1,b>1,c>1$，$\therefore c-1>0$，$b-1>0$，$a-1>0$. $\therefore (c-1)\cdot(b-1)(a-1)>0$. $\therefore abc+a+b+c>ab+bc+ac+1$.

反思：变形是作差法比较的关键，配方、因式分解是常用变形手段. 为了便于判断"差式"的符号，常将"差式"变形为几个因式积的形式，或分离成若干个易判定符号的几部分的代数和. 本题中所用的变形是因式分解.

"五定理三推论"

例3 已知 $a>b>0,d>c>0$，求证：$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

数时,所得不等式可能与原不等式同向,也可能与原不等式反向,甚至会变成等式(当 $c=0$ 时).

(4)定理4、定理5及推论2、推论3在应用时,需注意符号限制;推论3与定理5条件相同,结论也相似,可以整合起来记忆为:当 s 为正有理数时,如果 $a>b>0$,那么 $a^s>b^s$.

(5)由这些不等式的基本性质,还可以引申出下列较常见的不等式性质:

减法法则:$a>b,c>d\Rightarrow a-d>b-c$;

除法法则:$a>b>0,d>c>0\Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$;

倒数法则:$a>b,ab>0\Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

扫雷专区

误解:(1)同向不等式都可以进行加、乘法计算;

(2)同向不等式也可以进行减法计算.

探析:在不等式性质中,同向不等式进行相加计算,不等号方向不变;

当两个同向不等式两边全是正时,它们相乘后,不等式方向不变;

同向不等式不能进行减法计算.

分析:不等式的证明可用作差比较法来证,也可以用不等式的性质来证,还可二者结合起来.

证法一:(作差法)$\frac{a}{c}-\frac{b}{d}=\frac{ad-bc}{cd}$,

$\because a>b>0,d>c>0$,

$\therefore ad>bc$(根据推论2).

$\therefore ad-bc>0$.

又 $cd>0$,$\therefore \frac{ad-bc}{cd}>0$.

$\therefore \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

证法二:$\because d>c>0$,两边同乘正数 $\frac{1}{cd}$ 得 $\frac{1}{c}>\frac{1}{d}$,即 $\frac{1}{d}<\frac{1}{c}$.

又 $\because a>b>0$,$\therefore \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

反思:要注意应严格按照不等式性质定理及其推论给出证明,不能将一些简单结论作为论证依据.

【归纳解题方法】 关键词:作差比较法　分类讨论思想方法　特殊值法　利用不等式的性质进行证明

003-3　作差比较法

(1)知识准备

①实数三歧性.

②代数式的因式分解.

③配方、分式有理化.

④函数单调性.

(2)应用技巧

一般步骤是:

例4 求证:$a^2+b^2\geqslant ab+a+b-1$.

分析:证明不等式成立,可看成比较不等式两边的大小,所以可用作差比较法进行证明.

证明:$a^2+b^2-(ab+a+b-1)$

$=\frac{1}{2}[(a^2-2ab+b^2)+(a^2-2a+1)+(b^2-2b+1)]$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(a-1)^2+(b-1)^2]$.

$\because (a-b)^2\geqslant 0,(a-1)^2\geqslant 0,(b-1)^2\geqslant 0$,

①作差,有时要变形作差.

②变形,常采用因式分解或配方等手段.

③确定差的符号.符号的确定有时要根据题目所给的字母的范围,有时根据实数固有的正负特征,如 $m^2\geqslant 0$ 等.上述步骤中,变形是关键.若采用因式分解法进行变形时,要分解彻底才便于符号的确定,解题时要详细说明符号的确定过程.

004-4 分类讨论思想方法

(1)知识准备

对代数式进行符号判断时,若不能直接判断结果,则应找到确定代数式符号的因素,并对其进行讨论.

(2)应用技巧

①有需要时,才进行讨论,不盲目进行讨论.

②讨论时,找准讨论对象,讨论切入点.

③讨论要根据字母的范围进行,做到不重不漏.

005-5 特殊值法

(1)知识准备

①简易逻辑知识.

②数值的适当取值与运算.

$\therefore \frac{1}{2}[(a-b)^2+(a-1)^2+(b-1)^2]\geqslant 0.$

$\therefore a^2+b^2\geqslant ab+a+b-1$,当且仅当 $a=b=1$ 时,等号成立.

反思:利用作差比较法证明不等式,也需注意要将所得结果进行适当变形,以便能确定符号.

例5 若 $x\neq a$,比较 x^3+13a^2x 与 $5ax^2+9a^3$ 的大小($a\neq 0$).

分析:先作差,再因式分解、配方,然后判断符号.

解:$(x^3+13a^2x)-(5ax^2+9a^3)$

$=(x^3-a^3)-a(5x^2-13ax+8a^2)$

$=(x-a)(x^2+ax+a^2)-a(x-a)(5x-8a)$

$=(x-a)(x^2-4ax+9a^2)$

$=(x-a)[(x-2a)^2+5a^2]$.

$\because a\neq 0,\therefore (x-2a)^2+5a^2>0$.

又知 $x\neq a$,$\therefore$ 当 $x>a$ 时,$x^3+13a^2x>5ax^2+9a^3$;

当 $x<a$ 时,$x^3+13a^2x<5ax^2+9a^3$.

反思:用作差法比较大小时,应将作差所得结果进行适当变形(因式分解、配方等),若其中某个因式不能确定符号时,需根据该因式取不同符号,对相应字母取不同范围进行讨论,才能得出正确结果.

例6 若 $a<b<0$,则下列不等式中不能成立的是(　　).

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ C. $|a|>|b|$ D. $a^2>b^2$

分析:本题是判断"不能成立"的选项,可以根据不等式的性质或作差法判断,但这种方法对做客观题来说,是"杀鸡用牛刀",且较费时.可以考虑将特殊值代入,直接判断出结果.

解:令 $a=-2,b=-1$ 代入各选项,可得

$\frac{1}{a-b}=-1,\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$. $\therefore$ B 选项不能成立,故选 B.

(2)应用技巧

①在对不等式的客观题判断时,要先对题干与题支仔细阅读,防止因看错题而"功亏一篑".

②对题中字母取值时,要注意应符合题意.

③若取一次特殊值不能确定结果,可考虑取两次或两次以上,结合简易逻辑知识进行取舍判断,最终确定结果.

006－6 利用不等式的性质进行证明

(1)知识准备

①不等式的基本性质定理与推论.

②不等式证明的一般思路与解题规范常识.

(2)应用技巧

①审题要清:仔细审题,尤其需看清题中限制条件,防止因审错题而"失之毫厘,谬以千里".

②落点要准:在证明之前,多将题目条件与结论以及不等式的性质定理之间进行横向、纵向的对比与联系,找准着眼点,再进行证明.

③表达要规范、准确:找到思路后,要对表达过程进行一个统筹,使得整个过程思路明确、依据准确、层次分明、详略得当.

反思:特殊值代入法在解决客观题中不等式的判断时往往比较简单、有效,灵活应用,可大大提高解题速度与效率.在运用时,取特殊值一定要在条件范围内取值,若取一次特殊值不能确定结果,可考虑取两次或两次以上,达到最终确定结果的目的.但在解答题中,特殊值法要慎用.

例7 已知$a>b>0,c<d<0,e<0$,求证:$\frac{e}{a-c}>\frac{e}{b-d}$.

分析:不等式的证明可用作差法证明,也可以从不等式的基本性质定理与条件出发,对不等式进行证明.

证法一:$\frac{e}{a-c}-\frac{e}{b-d}=\frac{e[(b-d)-(a-c)]}{(a-c)(b-d)}=\frac{e[(b-a)+(c-d)]}{(a-c)(b-d)}$. $\because a>b>0,c<d<0$,

$\therefore a-c>0,\ b-d>0,\ b-a<0,\ c-d<0$.

$\because e<0,\therefore \frac{e[(b-a)+(c-d)]}{(a-c)(b-d)}>0.\ \therefore \frac{e}{a-c}>\frac{e}{b-d}$.

证法二:$\because c<d<0,\therefore -c>-d>0$.

又$\because a>b>0,\therefore a-c>b-d>0$,两边同乘$\frac{1}{(a-c)(b-d)}$得$0<\frac{1}{a-c}<\frac{1}{b-d}$.

$\because e<0,\therefore$ 上式两边同乘e得

$\frac{e}{a-c}>\frac{e}{b-d}$,不等式得证.

反思:利用不等式的性质证明不等式,要注意应严格利用题中条件与性质定理、推论进行证明,不能随便引用一些简易结论作为论证依据,否则会造成论证不严谨,或成为"伪证".

多角度推敲试题

（一）紧扣教材试题研究

例8 下列命题是否正确？为什么？

（1）若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$；

（2）若 $a>b, x\in \mathbf{R}$，则 $a\left(\frac{1}{2}\right)^x>b\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

> ◆易错提示 极易判断（1）正确，注意 $c^2\geqslant 0$. 此命题的逆命题是正确的，$ac^2>bc^2$ 隐含了 $c^2>0$ 的条件.
>
> ◆规律总结 判断命题正确，需严格根据定理及其推论给出证明，判断命题不正确只需找到一个反例即可.

分析：可灵活应用不等式的性质定理进行判断，但要注意已知条件中的特殊值与隐含条件.

解：（1）错误. 因为若 $c=0$，则 $ac^2=0$，$bc^2=0$，$\therefore ac^2=bc^2$，而不是 $ac^2>bc^2$，$\therefore$ 命题不正确.

（2）正确. 因为对一切 $x\in\mathbf{R}$，$\left(\frac{1}{2}\right)^x>0$ 恒成立，由定理4，可得命题正确.

例9 已知 a,b 为正数，$n\in\mathbf{N}^*$，求证：$\frac{b^{n-1}}{a^n}+\frac{a^{n-1}}{b^n}\geqslant\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

分析：不等式的证明，可考虑采用作差法进行证明.

证明：$\frac{b^{n-1}}{a^n}+\frac{a^{n-1}}{b^n}-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

$=\left(\frac{b^{n-1}}{a^n}-\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{a^{n-1}}{b^n}-\frac{1}{b}\right)$

$=\frac{b^{n-1}-a^{n-1}}{a^n}+\frac{a^{n-1}-b^{n-1}}{b^n}$

$=\frac{(b^{n-1}-a^{n-1})(b^n-a^n)}{a^nb^n}$.

$\because a,b$ 为正数，$n\in\mathbf{N}^*$，$\therefore (b^{n-1}-a^{n-1})(b^n-a^n)\geqslant 0$，且 $a^nb^n>0$，

$\therefore \frac{(b^{n-1}-a^{n-1})(b^n-a^n)}{a^nb^n}\geqslant 0$，

即 $\frac{b^{n-1}}{a^n}+\frac{a^{n-1}}{b^n}\geqslant\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$（当且仅当 $n=1$ 时，取“=”）.

> ◆解题关键 作差后变形时，将作差所得结果通过一系列代数变形，最终将所得作差结果进行因式分解，并且能明确判断符号为止.
>
> ◆易错提示 利用作差比较法比较两个式子的大小，作差后要对所得结果进行适当的、彻底的变形，一直到能最终判断出结果的符号为止，不能只变形到中途就进行判断.
>
> ◆规律总结 对于分式间的比较大小问题，一般是利用作差法，将作差所得结果进行适当的因式分解，使之能将每一个因式的符号判断出来.

例 10 设 $2<x<5$，$4<y<10$，求 (1) $3x-2y$ 的取值范围；(2) $\frac{x}{y}$ 的取值范围.

分析：利用不等式的性质定理及推论，进行计算求值.

解：(1) $\because 2<x<5$，$\therefore 6<3x<15$. ①

又由 $4<y<10$，两边同乘 -2 得

$-20<-2y<-8$. ②

①+②，得 $-14<3x-2y<7$.

(2) $\because 4<y<10$，$\therefore \frac{1}{10}<\frac{1}{y}<\frac{1}{4}$. ③

又 $\because 2<x<5$. ④

$\therefore$ 由③×④，得 $\frac{1}{5}<\frac{x}{y}<\frac{5}{4}$.

◇**解题关键** 利用不等式的性质对同向不等式进行相加计算，在特定条件下，对同向不等式进行相乘计算.

◇**易错提示** 在不等式性质中，只有同向不等式相加与相乘，并没有相减与相除，所以在运用不等式的性质进行不等式计算时，要注意不能将一些"伪性质"当成真的性质.

◇**规律总结** 如果需对已知的不等式进行相"减"或"乘"计算，往往不是一步完成的，而是要将其分解成几个步骤.

(二) 综合提高试题研究

例 11 (1) 如果 $-2<x<1$，求 x^2 的取值范围；

(2) 如果 $2a<\frac{1}{x}<-a$，求 x 的取值范围.

分析：本题可以采用不等式的性质求解，也可以利用函数图象及性质求解.

解法一：(1) 当 $-2<x<0$ 时，可得 $0<-x<2$，利用不等式的性质定理 4 的第一个推论，将两个 $0<-x<2$ 相乘得 $0<x^2<4$；

当 $x=0$ 时，$x^2=0$；当 $0<x<1$ 时，可得 $0<x^2<1$，

$\therefore -2<x<1$ 时，x^2 的取值范围是 $\{0\}\cup(0,1)\cup(0,4)$，即 $x^2\in[0,4)$.

(2) $\because 2a<-a$，$\therefore a<0$.

当 $0<\frac{1}{x}<-a$ 时，两边同乘 x 得 $-ax>1$，$\therefore x>-\frac{1}{a}$.

◇**解题关键** 严格利用题中条件与性质定理，对不等式进行加或乘的运算；利用函数图象也可以比较直观地解出不等式.

◇**易错提示** 在运用不等式性质时，每一变形与变化步骤都应依严格利用不等式的性质定理进行，不要轻易地"跳步骤".

◇**规律总结** 解题时，如果考虑使用不等式的性质进行求解，一般将式子化为能方便使用不等式的性质的形式. 如果考虑使用函数图象求解，应找出其对应或者相关的函数，并结合其图象，使问题更形象与直观.

当 $2a<\frac{1}{x}<0$ 时，两边同乘 x 得 $2ax>1$，$\therefore x<\frac{1}{2a}$.

综上所述，x 的取值范围是 $\left(-\infty,\frac{1}{2a}\right)\cup\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$.

解法二：(1) 利用函数 $y=x^2$ 的图象（如图 6－1－1）.

在该图象上可看出当 x 的范围为 $-2<x<1$ 时，x^2 的取值范围是 $[0,4)$.

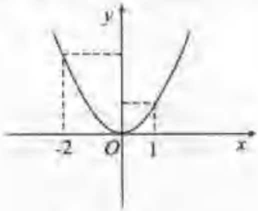


图 6－1－1

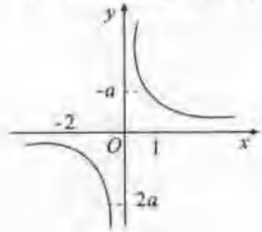


图 6－1－2

(2) 作出函数 $y=\frac{1}{x}$（如图 6－1－2）.

$\because$ 根据函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象，$\frac{1}{x}=2a$ 时，$x=\frac{1}{2a}$；$\frac{1}{x}=-a$ 时，$x=-\frac{1}{a}$，

$\therefore$ 结合其单调性可得 x 的取值范围是 $\left(-\infty,\frac{1}{2a}\right)\cup\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$.

例 12 设 $f(x)$ 是不含常数项的二次函数，且 $1\leqslant f(-1)\leqslant 2$，$2\leqslant f(1)\leqslant 4$，求 $f(2)$ 的取值范围.

分析：本题可将二次函数表达式设出，并根据条件列出不等式组，再利用不等式的性质定理求解.

解：设 $f(x)=ax^2+bx$，

则 $f(-1)=a-b$，$f(1)=a+b$.

$\therefore a=\frac{f(-1)+f(1)}{2}$，

$b=\frac{f(1)-f(-1)}{2}$.

$\therefore f(2)=4a+2b=3f(1)+f(-1)$.

由 $2\leqslant f(1)\leqslant 4$ 可得 $6\leqslant 3f(1)\leqslant 12$.

又 $\because 1\leqslant f(-1)\leqslant 2$，$\therefore 7\leqslant 3f(1)+f(-1)\leqslant 14$，即 $7\leqslant f(2)\leqslant 14$.

◆**解题关键** 在本题中，把 $f(-1)$ 与 $f(1)$ 看成两个整体，并用这两个整体通过方程组将 $f(2)$ 表示出来，从而求出 $f(2)$ 的范围.

◆**易错提示** 本题不能利用 $f(-1)=a-b$，$f(1)=a+b$ 相加分别得到 a、b 的范围，再求 $f(2)$ 的取值范围，因为这样得出的 a、b 的范围中，a、b 的最大值与最小值不能同时取到.

◆**规律总结** 在求解有关不等式的这类问题中，已知某些式子的范围，求其他一些式子的范围，要注意结合整体思想，利用不等式性质求解，且同向不等式在相加时，还要注意两个不等式是否能同时成立.

知识规律总结

知识要点	关键总结	注意问题
实数三歧性与作差法比较大小	$a>b \Leftrightarrow a-b>0$ $a=b \Leftrightarrow a-b=0$ $a<b \Leftrightarrow a-b<0$	用作差法比较时，一般要用以下三个步骤：①作差；②变形；③判断.其中以第二个步骤"变形"最为重要，常用变形方式有因式分解，配方等
不等式的基本性质（五定理三推论）	定理1 如果 $a>b$，那么 $b<a$；如果 $b<a$，那么 $a>b$. 定理2 如果 $a>b$，且 $b>c$，那么 $a>c$. 定理3 如果 $a>b$，那么 $a+c>b+c$. 推论1 如果 $a>b$，且 $c>d$，那么 $a+c>b+d$. 定理4 如果 $a>b$，$c>0$，那么 $ac>bc$；如果 $a>b$，$c<0$，那么 $ac<bc$. 推论2 如果 $a>b>0$ 且 $c>d>0$，那么 $ac>bd$. 推论3 如果 $a>b>0$，那么 $a^n>b^n$（$n\in$ N，且 $n>1$）. 定理5 如果 $a>b>0$，那么 $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{a}$（$n\in$ N，且 $n>1$）	①定理1、定理2、定理3及推论1都是对一切实数都成立. ②定理3也是不等式变形移项的依据，推论1可推广到任意有限个同向不等式的两边分别相加，所得不等式与原不等式同向. ③定理4说明了不等式两边同乘以一个数时，所得不等式可能与原不等式同向，也可能与原不等式反向，甚至会变成等式（当 $c=0$ 时）. ④定理4、定理5及推论2、3在应用时，需注意符号限制
解题方法	**关键总结**	**链接例题**
作差比较法	三个步骤：①作差②变形③判断	例1、例2、例3、例4、例5、例7、例9
分类讨论思想方法	有需要时，才进行讨论，不盲目进行讨论；②讨论时，找准讨论对象；③讨论要根据字母的范围进行，做到不重不漏	例5
特殊值法	取特殊值一定要在条件范围内取值，若取一次特殊值不能确定结果，可考虑取两次或两次以上	例6
利用不等式的性质进行解题的一般方法	熟练掌握不等式的性质	例3、例8、例10、例11、例12